

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

**экспертной комиссии диссертационного совета Д 01.17.560 при  
Институте математики НАН КР и Кыргызском национальном  
университете им. Ж. Баласагына по диссертации Тампагарова  
Куштарбека Бекмуратовича на тему «Погранслойные линии в теории  
сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений  
с аналитическими функциями», представленной на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02  
– дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное  
управление**

Экспертная комиссия диссертационного совета в составе: председателя д.ф.-м.н., профессора К. Какишова, членов комиссии д.ф.-м.н., профессора А. Асанова, д.ф.-м.н., профессора А. Жусупбаева, рассмотрев представленную соискателем К. Б. Тампагаровым диссертацию на тему «Погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, пришла к следующему заключению:

**1. Соответствие работы специальности, по которой дано право диссертационному совету принимать диссертации к защите**

Данная докторская диссертация на тему «Погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» соответствует профилю диссертационного совета.

Работа содержит оригинальное исследование по построению асимптотики решений линейных и слабо нелинейных сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в комплексной области, что в полной мере отвечает паспорту специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Цели диссертации:

- ввести определения погранслойных линий и других понятий - компонент асимптотики решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений в комплексной области, связанных с ними;
- снять ограничения на правые части рассматриваемых сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, ранее наложенные для аналогичных классов уравнений;
- для общего случая доказать существование погранслойных линий с минимальными ограничениями на исходные данные;

- установить взаимосвязь ранее обнаруженных в литературе явлений с погранслоями линиями и другими понятиями для сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями;
- выявить новые явления на основе вводимых новых понятий;
- обобщить полученные результаты для двумерного случая - также полностью соответствуют специальности 01.01.02.

Объектом исследования диссертации являются асимптотические свойства решений начальной задачи для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями и систем двух таких уравнений.

Предметом исследования является введение новых понятий и адекватное представление с их помощью асимптотики решений начальной задачи для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений.

Это также соответствует требованиям по специальности 01.01.02.

**2. Актуальность темы диссертации.** Моделирование многих физических задач сводится к начальным задачам для дифференциальных уравнений с малым параметром, в том числе при производных искомой функции.

Для некоторых таких уравнений Л.С.Понтрягин обнаружил явление затягивания - задержки ухода траекторий системы по малому параметру от положения равновесия системы быстрых движений, М.А.Шишкова построила конкретный пример такой системы. С.Каримов, М.А.Азимбаев, Г.М. Анарбаева расширили этот результат на более широкие классы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, А.И.Нейштадт - на более широкие предположения о поведении собственных значений, Д.А.Турсунов - на уравнения с частными производными. К.С. Алыбаев с помощью перехода в комплексную плоскость и метода линий уровня получил значительно более общие результаты. К.С. Алыбаев совместно с М.Р. Нарбаевым обнаружил кривую в форме петли, определяющую область затягивания потери устойчивости на вещественной оси. Она была названа «простирающийся пограничный слой» и доказано, что решения рассматриваемых задач вдоль таких линий остаются ограниченными по модулю, и не стремятся к решению вырожденного уравнения.

Исследование существования погранслоевых линий для общего случая не проводилось. Не рассматривался вопрос о взаимосвязи явления затягивания потери устойчивости и погранслоевых линий. Следовательно, решение упомянутых и других задач является актуальной задачей и составляет основное содержание данной работы.

### **3. Научные результаты.**

В работе представлены следующие новые научно-обоснованные теоретические результаты, совокупность которых имеет важное значение для развития теории сингулярных возмущений динамических систем:

**Результат 1.** Введение новых понятий погранслошной линии, пограничной области, регулярной области, сингулярной области, погранслошного направления, характеризующей функции, функции амплитудной скорости, простирающейся пограничной области, переходной области для адекватного представления с их помощью асимптотики решений начальной задачи для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (§ 2.1 и § 3.1).

**Результат 2.** Обобщение данных понятий и введение новых понятий промежуточных областей (линий) для адекватного представления с их помощью асимптотики решений начальной задачи для системы двух сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (§ 5.1).

**Результат 3.** Построение уравнений погранслошных линий, не зависящих от малого параметра, и алгоритма для их приближенного решения, программная реализация этого алгоритма (§ 2.2).

**Результат 4.** Обобщение многочлена Лагранжа - с заданными значениями функций и производных, и с его помощью доказательство существования и построение погранслошных линий, удовлетворяющие условиям прохождения через заданные точки и ветвления (§ 2.3).

**Результат 5.** Установлена зависимость погранслошных линий в решении начальной задачи для линейного уравнения от начального значения аргумента (§ 3.3).

**Результат 6.** Введено новое понятие решетки линий уровня и с применением конформного отображения такие решетки приведены к более простому виду, что дало доказательство теоремы существования погранслошной линии при более широких предположениях, чем известные ранее (§ 3.6).

**Результат 7.** Разработан и успешно применен метод равномерного спуска (подъема) построения погранслошных линий и регулярных, сингулярных областей для сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями (§§ 3.7-3.8).

**Результат 8.** Введено определение и доказано существование простирающихся пограничных слоев до бесконечности (§ 4.5).

**Результат 9.** Найдены достаточные условия существования промежуточных пограничных областей и промежуточных погранслошных линий решений начальной задачи для системы двух сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений (§ 5.5).

**4. Степень обоснованности и достоверности каждого результата (научного положения), заключений и выводов соискателя, сформулированных в диссертации.**

Полученные в диссертации результаты обоснованы строгими математическими доказательствами в виде теорем и лемм, наличие новых понятий подтверждено примерами.

**Результаты 1, 2** подтверждены критическим анализом ранее выполненных другими авторами работ по данной тематике.

**Результаты 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9** обоснованы строгими математическими доказательствами в виде лемм и теорем. При доказательствах применены метод последовательных приближений, метод равномерного спуска (подъема), разработанный автором, метод конформного отображения, метод интегральных уравнений с выбором путей интегрирования, обобщение, сделанное автором, и использование многочлена Лагранжа. **Результат 3** также подтвержден расчетами на компьютере.

#### **5. Степень новизны каждого научного результата (положения), заключений и выводов соискателя, сформулированных в диссертации.**

**Результаты 1, 2** - новые, так как ранее такие или эквивалентные широкие понятия другими авторами работ по данной тематике не вводились.

**Результат 3** - новый, так как ранее не были получены уравнения для элементов асимптотики решений сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений в комплексной области без участия малого параметра.

**Результаты 4, 5, 6, 7, 8, 9** - новые, так как они улучшают и обобщают известные, снимаются ранее наложенные другими авторами ограничения.

#### **6. Оценка внутреннего единства и направленности полученных результатов на решение соответствующей актуальной проблемы, теоретической и прикладной задачи.**

Положения диссертации К. Б. Тампагарова на тему «Погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» представляют собой завершённое исследование по линейным и слабо нелинейным сингулярно возмущенным обыкновенным дифференциальным уравнениям и их системам в комплексной области, с приложениям к уравнениям на действительной оси. Результаты подтверждены строгими математическими доказательствами в виде теорем и лемм. Полученные результаты взаимосвязаны.

Диссертация содержит ряд новых научных результатов и положений по данной проблеме, имеющих внутреннее единство, что свидетельствует о личном вкладе автора в математическую науку.

#### **7. Практическая значимость полученных результатов.**

Полученные результаты могут быть применены в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике и в других отраслях науки. Результаты также могут быть использованы при чтении лекционных курсов по теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений, специальным курсам для подготовки бакалавров и магистров по направлениям «Математика», «Прикладная математика и информатика», кроме того, специалистам в области математики для решений других теоретических задач, связанных с теорией сингулярных возмущений.

## **8. Подтверждение опубликования основных положений, результатов и выводов диссертации.**

Содержание диссертации отражено в следующих публикациях автора:

1. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия ограниченности интегралов, содержащих большой параметр [Текст] /К.С. Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 140-142.

2. Тампагаров К.Б. Устойчивые и неустойчивые области для сингулярно-возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /М.Р.Нарбаев, А.Талиев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 313-315.

3. Тампагаров К.Б. Метод равномерного спуска (подъема) [Текст] /К.С. Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, спец. выпуск, 2012. - С. 44-48.

4. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных сингулярно-возмущенных уравнений в комплексных областях [Текст] /М.И.Иманалиев, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, Вып. 44. - Бишкек: Илим, 2012. - С. 5-9.

5. Тампагаров К.Б. Существование погранслойных линий для линейных сингулярно-возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы, теории управления, топологии и операторных уравнений: Материалы II-й международной конференции, посвященной 20-летию КРСУ и 100-летию профессора Я.В. Быкова. - Бишкек, 2013. - С. 83-88.

6. Тампагаров К.Б. Явление погранслойных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями. [Текст] /П.С. Панков, К.С.Алыбаев, М.Р. Нарбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ОшГУ, 2013. - № 1 (специальный выпуск). – С. 227-231.

7. Тампагаров К.Б. Топология линий уровней гармонических функций [Текст] /К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, № 2 (29). - С.185-189.

8. Тампагаров К.Б. Обоснование метода равномерного спуска для гармонических функций [Текст] /А.Б.Мурзабаева, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, №2 (29). - С. 189-191.

9. Тампагаров К.Б. Развитие асимптотических методов для сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С.5-10.

10. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций определения пограничных линий регулярных и сингулярных областей для сингулярно воз-

мущенных уравнений. [Текст] /К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С. 67-71.

11. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций исследования асимптотического поведения решений сингулярно возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /К.Б.Тампагаров// Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, вып. 47. – Бишкек: Илим, 2014. – С. 98-102.

12. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий с точками ветвления для сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями. [Текст] / П.С.Панков, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Доклады НАН КР, 2015, № 2. - С.15-18.

13. Тампагаров К.Б. Свойства погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст]/ К.Б.Тампагаров //Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIV Международной научно-практической конференции. №7 (42). - Новосибирск : СиБАК, 2016. - С. 106-112.

14. Тампагаров К.Б. Гладкость погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIV Международной научно-практической конференции. № 7 (42). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 112-117.

15. Тампагаров К.Б. Ветвление в заданных точках погранслойных линий решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7(56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 54-59.

16. Тампагаров К.Б. Классификация погранслойных линий для систем двух сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7(56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 48-53.

17. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий сингулярно возмущенных линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров //Вестник КРСУ. Серия Естественные и технические науки, 2016, № 5. - С. 3-6.

18. Тампагаров К.Б. Приближенный поиск погранслойных линий для общих сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров //Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Москва, 2016. - С. 15-22.

19. Тампагаров К.Б. Асимптотика решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений на погранслойных линиях [Текст] / К.Б. Тампагаров // Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Россия, Москва, 2016. - С. 8-15.

20. Тампагаров К.Б. Метод погранслойных линий построения регулярно и сингулярных областей для линейных сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. № 10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 59-66.

21. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для сингулярно и регулярно возмущенных дифференциальных уравнений первого порядка с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. №10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 67-73.

22. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для аналитических функций с малым параметром. [Текст]/К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров//Известия КГТУ им. И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. - С.21-25.

23. Тампагаров К.Б. Структура области изменения аргумента для аналитических функций с малым параметром [Текст]/К.Б.Тампагаров //Вестник ЖАГУ, 2016, № 1(32). - С. 83-86.

24. Тампагаров К.Б. Формы погранслойных линий для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.Б.Тампагаров // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, № 5, Республиканский научно-технический журнал. - Бишкек, 2017. - С. 121-125.

25. Тампагаров К.Б. Затягивание потери устойчивости и погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Наука, новые техно-

логии и инновации Кыргызстана, № 5, Республиканский научно-технический журнал. - Бишкек, 2017. - С.125-130.

#### **9. Соответствие автореферата содержанию диссертации.**

Автореферат на государственном и русском языках полностью соответствует содержанию диссертации, поставленной в ней цели и задачам исследования. Автореферат имеет идентичное резюме на кыргызском, русском и английском языках.

#### **10. Обоснование предложения о назначении ведущей организации, официальных оппонентов.**

Комиссия диссертационного совета предлагает назначить:

- в качестве ведущей организации

Ошский технологический университет им. М.М.Адышева (г. Ош), где имеется кафедра прикладной математики и работают доктора наук по профилю диссертации;

первым официальным оппонентом – доктора физико-математических наук, профессора, академика НАН РК Мухтарбая Отелбаевича Отелбаева, который имеет труды, близкие к проблеме исследования:

1. (with M.Muratbekov) On the existence of a resolvent and separability for a class of singular hyperbolic type differential operators on an unbounded domain // Eurasian Math. Journal, 7:1, 2016, pp. 50–67,

2. (with V.I.Burenkov) Comparison of the singular numbers of correct restrictions of elliptic differential operators // Труды Московского математического общества, 75:2, 2014, с. 139–157.

- вторым официальным оппонентом – доктора физико-математических наук, профессора Келдибая Алымкуловича Алымкулова (специальность по автореферату - 01.01.02), который имеет труды, близкие к проблеме исследования:

1.(совм. Д.А.Турсунов, Б.А.Азимов) Бисингулярная задача Коула со слабой точкой поворота // Известия КГТУ им. И.Раззакова, 2016, т. 39, № 1. - С. 16-21.

2. (совм. Д.А.Турсунов) Об одном методе построения асимптотических разложений решений бисингулярно возмущенных задач // Известия вузов. Математика, 2016, № 12. - С. 3-11.

- третьим официальным оппонентом – доктора физико-математических наук, профессора Абубакира Мухтаровича Джураева (специальность по автореферату – 01.01.02), который имеет труды, близкие к проблеме исследования:

1. (совм. Туратов С.Д.) Асимптотическое интегрирование краевой задачи для дифференциальных уравнений с кратным спектром // Известия Тульского государственного университета, 9:1, 2003, с. 77–81.

2. Современное состояние теории сингулярных возмущенных уравнений // Математическое моделирование и краевые задачи, 3, 2004, с. 79–82.

Экспертная комиссия, рассмотрев представленные документы, рекомендует диссертационному совету Д 01.17.560 при ИМ НАН КР и КНУ

им. Ж. Баласагына принять диссертацию Тампагарова Куштарбека Бекмуратовича на тему «Погранслоиные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Председатель экспертной комиссии  
д. физ.-мат. наук, профессор

Какишов К.

Члены экспертной комиссии:  
д. физ.-мат. наук, профессор

Асанов А.

д. физ.-мат. наук, профессор

Жусупбаев А.

Подписи членов экспертной комиссии заверяю:

Ученый секретарь диссертационного совета  
д. физ.-мат. наук, профессор

Байзаков А.Б.