КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.928

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

ФУНКЦИЯЛАРЫ АНАЛИТИКАЛЫК БОЛГОН СИНГУЛЯРДУУ ДҮҮЛҮККӨН КАДИМКИ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ТЕОРИЯСЫНДА ЧЕТКИ КАТМАРДЫК СЫЗЫКТАР

Адистиги 01.01.02 –Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2017

Диссертациялык жумуш Жалал-Абад мамлекеттик университетинде аткарылган

Илимий консультанты: **Алыбаев К.С.** - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор

Расмий оппоненттер: **Отелбаев М.О.** - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Казахстан Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын академиги

Алымкулов К.А. - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдеринин академиясынын корреспондент-мүчөсү

Жураев А.М. - физика-математикалык илимдердин доктору, доцент

Жетектөөчү мекеме: М. М. Адышев атындагы Ош технологиялык университети
Дареги: Ош шаары, Исанов көчөсү -81.

Диссертацияны коргоо 2017-жылдын 12-декабрында саат 14^{00}тө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетиндеги физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин кеңешмесинде өткөрүлөт.

Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү - 328, КУУнун № 6-лабораториялык имараты, 211-аудитория.

Диссертация менен Кыргыз Респупликасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат таркатылган “___” _____________2017-ж.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы
ф.-м. и. д., профессор Байзаков А.Б.

ЖУМУШТУН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Биз төмөндөгү белгилөөлөрдү колдонобуз: ДТ - дифференциалдык теңдеме; КДТ - кадимки ДТ; ЖТДТ - жекече туундулары менен ДТ; …-R, -C - … чыныгы (комплекстүү) аргументтери менен; СД…- сингулярдуу дүүлүккөн… (ε >0 кичине параметри менен); $t = t_1 + it_2$ – комплекстүү өзгөрмөлөр, мында $t_1 = Re\, t,\ t_2 = Im\, t$ – чыныгы өзгөрмөлөр. "*ε боюнча" сүйлөмү* сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелердин теориясында кабыл алынган "ε нөлгө умтулганда" деп түшүнөбүз.

Дүүлүгүү, термелүү, автоматикалык башкаруу теорияларындагы, электротехника, радиотехникадагы көптөгөн физикалык, механикалык жана башка кубулуштарды изилдөөлөр СДДТ системаларына келтирилет.

XX-кылымдын башында сызыктуу СДКДТ-Rге арналган биринчи илимий жумуштар пайда болгон. 1950-жылдарынын башында СДКДТ-R боюнча системалык изилдөөлөр жүргүзүлгөн, кийинчээрек СДЖТДТ-R боюнча изилдөөлөр башталган. Биз мындай теңдемелер үчүн баштапкы маселелер менен чектелебиз.

Тихонов А.Н. биринчи жолу ε боюнча СДКДТ-R чыгарылыштарынын жыйналуучулугунун жетиштүү шарттарын аныктаган. Понтрягин Л.С., Мищенко Е.Ф., Розов Н.Х. ε боюнча СДКТДТ-R системасынын чыгарылыштары үчүн "секирик" кубулушу табышкан. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф., Иманалиев М.И. берилген функцияларга кошумча жылмакай шарттарын коюу менен ε боюнча СДКДТ-R чыгарылыштарынын асимптотикалык ажырмалмасын тургузушкан. Иманалиев М.И. алынган натыйжаларды интегралдык мүчөлөрү менен берилген теңдемелерге көчүргөн. Ломов С.А. «көбүрөөк өлчөмдөгү мейкиндикке өтүү» жолу менен бул ыкманы системалаштырган. Алымкулов К. натыйжаларды бурулуу чекити менен берилген теңдемелерге өткөргөн, Какишов К. кубулган теңдемелердин чыгарылыштары үзүлүүгө ээ болгон учурларды караган, Вишик М.И. жана Люстерник Л.А. СДЖТДТ-R үчүн ушундай эле натыйжаларды алышкан. Иманалиев М.И., Панков П.С., Кененбаева Г.М. ε боюнча СДКТДТ-R үчүн жаңы кубулуштарды табууну системалаштырышкан.

Бул жумуштун темасына жакын, Понтрягин Л.С. туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушун тапкан. Бул кубулушка ылайык СДКДТ-R чыгарылыштарынын траекториялары ε боюнча тез кыймылдагы системаны туруксуз тең салмактуулук абалында кармалып калаары көрсөтүлгөн. Шишкова М.А. мындай системалардын конкреттүү мисалын тургузган. Каримов С., Азимбаев М.А., Анарбаева Г.М. бул натыйжаларды СДКДТ-Rдин класстарына кеңейтишкен. Нейштадт А.И. өздүк маанилердинжалпы абалы жөнүндө кененирээк сунуштарды киргизген. Турсунов Д.А. - СДЖТДТ-R боюнча изилдөө жүргүзгөн. Алыбаев К.С. СДКДТ-Rден СДКДТ-Сга өтүү аркылуу жана деңгээл сызыктар усулунун жардамы менен кененирээк жалпы натыйжаларды алган, Алыбаев К.С., Нарбаев М.Р. биргеликте аргументтин өзгөрүлүшүнүн комплексттик областында, туруктуулуктун бузулушунун узартылышынын чыныгы октогу аймагын аныктоочу сыйыртмак түспөлдөгү ийрини табышкан. Авторлор тарабынан бул сызык «жайылган четки катмарлар» деп аталып, бул сызыктарды бойлото СДКДТ-С чыгарылыштары модулу боюнча чектелип, бирок ε боюнча кубулган теңдеменин чыгарылыштарына умтулбай тургандыгы далилденген.

Тактык үчүн мындай сызыктарды “четки катмардык сызыктар” деп атадык. Жалпы учуруда четки катмардык сызыктардын жашоосунаүчүн изилдөөлөр жүргүзүлбөгөн. Четки катмардык сызыктардын жана туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун өз ара байланышы жөнүндөгү маселелер каралган эмес. Жогоруда көрсөтүлгөн жана башка маселелерди изилдөө актуалдуу маселе болуп эсептелет жана бул илимий жумуштун негизги мазмунун түзөт.

Диссертациянын темасынын илим изилдөө жумуштар менен байланышы.

Диссертация Жалал-Абад мамлекеттик университетинин “Жогорку математика жана математиканы окутуунун технологиясы” кафедрасынын илим изилдөө темасы менен байланышта аткарылган.

Изилдөөнүн максаты.

1. Четки катмардык сызыктарга жана алар менен байланышкан башка түшүнүктөргө аныктамаларды берүү.
2. СДКДТнын оң жак бөлүгүндө, мурда каралган теңдемелердин окшош класстары үчүн коюлган чектөөлөрдү алып таштоо.
3. Эң алгачкы берилгендерге чектөөлөрдү азайтуу аркылуу четки катмардык сызыктардын жашоосун жалпы учурда далилдөө.
4. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн четки катмардык сызыктардын мурда алынган кубулуштар жана башка түшүнүктөр менен байланышын тургузуу.
5. Киргизилген жаңы түшүнүктөрдүн негизинде жаңы кубулуштарды табуу.

Изилдөөнүн усулдары.

1. Гармоникалык функциялардын касиеттерине негизделген СДКДТ-С чыгарылыштарынын туруктуу жана туруктуу эмес аймактарын аныктоочу топологиялык усулдар.
2. Римандык мейкиндик жөнүндө түшүнүк.

3. СДКДТ-С чыгарылыштарынын четки катмардык сызыктарынын жашоосун далилдөө үчүн атайын иштелип чыккан бир калыпта түшүү (көтөрүлүү) усулу.
4. Четки катмардык сызыктарды конформдуу чагылдыруу усулу.
5. СДКДТ-С коэффициенттери үчүн мүнөздөөчү функциялар жана амплитудалык ылдамдык функциялар усулдары.
6. Чыгарылыштардын жашоосун далилдөө үчүн удаалаш жакындаштыруу усулу.
7. Интегралдык теңдемелерде интегралдоонун жолдорун таңдоо жана бөлүктөп интегралдоо усулдары.
8. Болжол менен эсептөө усулу.
9. Ланграндын көп мүчөсүн колдонуу жана жалпылоо.

Жумуштун илимий жаңылыктары.

1. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн киргизилген жаңы түшүнүктөр: четки аймактар, четки катмардык сызыктар, регулярдык жана сингулярдык аймактар, аралык четки аймак жана аралык четки катмардык сызыктар.
2. Четки катмардык сызыктардын жашоосу функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүнөзгөчөлөнгөн касиети болору көрсөтүлгөн.
3. Четки катмардык сызыктардын түрдүү формалары аныкталган жана алардын көз каранды эмес өзгөрмөлөрдүн баштапкы маанилеринен көз карандылыгы каралган.
4. Чексизге созулган четки аймак кубулушу табылган.
5. Бир калыпта түшүү (көтөрүлүү) усулу иштелип чыккан.
6. Туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун пайда болушунун кененирээк жетиштүү шарттары келтирилген. Алынган жыйынтыктар мурдагы авторлордун алган жыйынтыктарын жалпылайт.
7. Лагранждын көп мүчөсү жалпыланган. Лагранждын көп мүчөсүнүн жана жалпыланган көп мүчөсүнүн жардамы менен берилген чекит аркылуу өткөн жана бул чекитте бутактанууга ээ болгон четки катмардык сызыктардын жашоосу далилденген.
8. Функциялары аналитикалык болгон экинчи тартиптеги СДКДТ-Снын чыгарылыштары үчүн аралык четки аймактардын жана аралык четки катмардык сызыктардын жашоосунун жетиштүү шарттары табылган.

Теориялык жана практикалык мааниси.

Бул жумуштагыжаңы киргизилген түшүнүктөр: функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын чыгарылыштары үчүн четки аймак, четки катмардык сызык жана регулярдык, сингулярдык аймактар.

Мындай сызыктардын жана аймактардын жашоосу жана алар мындай теңдемелердин римандык мейкиндиктерде да өзгөчөлөнгөн касиети болоору далилденген. Тургузулган Лагранждын жалпыланган көп мүчөсүн берилген касиеттерге ээ болгон башка обьектердин жашашындалилдөө үчүн колдонууга болот.

Диссертацияда иштелип чыккан усулдар жана алгоритмдер СДКДТнын чыгарылыштарынын четки катмардык сызыктардагы асимптотикасын жана регулярдык, сингулярдык аймактарды тургузууда колдонулат.

Диссертациялык изилдөөнүн практикалык мааниси.

Диссертацияда алынган натыйжалар дүүлүккөн, термелүү теорияларында, башкаруу теориясында, электротехникада, радиотехникада жана башка илимдин тармактарында колдонулушу мүмкүн. Изилдөөнүн натыйжалары сингулярдуу дүүлүккөн кадимки дифференциялдык теңдемелердин теориясы боюнча лекциялык курстарды окууда, «Математика», «Колдонмо математика жана информатика» багыттары боюнча магистрлерди жана бакалаврларды даярдоодо атайын курстарды окутуу үчүн, мындан сырткары СДКДТ теориясына байланыштуу башка бир теориялык маселелердин чыгарылыштарын табууда математик адистер колдоно алышат.

Коргоого коюлган негизги жоболор

Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын чыгарылыштарынын асимптотикалык структураларын системалык изилдөө үчүн зарыл болгон жаңы түшүнүктөр: четки аймак, четки катмардык сызыктар жана регулярдык, сингулярдык аймактар.

Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын кеңейтилген класстары үчүн четки катмардык сызыктардын пайда болуусу.

Четки катмардык сызыктардын аргументтин баштапкы маанилеринен көз карандылыгы.

Жаңы кубулуш –чексизге созулган чектик аймак.

Бир калыпта түшүү (көтөрүү) жаңы усулу.

Туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун пайда болушунун кенейтилген жетиштүү шарттары, мурдагы авторлордун мурда алынган натыйжаларынын жалпыланышы болоору.

СДКДТ-Сдин чыгарылыштарынын берилген чекит аркылуу өткөн жана бул чекитте бутактанууга ээ болгон четки катмардык сызыктарынын жашоосу.

Жумуштун апробациясы. Жумуштун жыйынтыктары төмөнкү семинарларда жана конференцияларда баяндалган жана талкууланган.

- Жалал-Абад мамлекеттик университетинин профессор К.С. Алыбаевдин жетекчилиги астында өткөрүлгөн «алгебра жана анализ» кафедрасынын семинарында (Жалал-Абад ш., 2012-2015-жж.).
- Кыргызстандын түштүгүндөгү математиктердин профессор, КР УИА корреспондент-мүчөсү К. Алымкулов-дун жетекчилиги астында уюшулган «Математиктердин жана информатиктердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу аймактар аралык семинарында (Ош ш., 2013-2017-жж.);
- КР УИА Математика институтунун академик А.А.Борубаевдин жетекчилиги астында өткөрүлгөн семинарында (Бишкек ш., 2017-ж.);
- Академик М.И. Иманалиевдин 80-жылдыгына арналган «Математиканын асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары» аттуу IV эл аралык илимий конференцияда (Бозтери а., сентябрь, 2011-ж.);
- КРСУнун түзүлгөндүгүнүн 20 жылдыгына жана Кыргызстандагы математикалык мектепти негиздөөчү профессор Я.В. Быковдун 100 жылдыгына арналган «Башкаруунун теориясынын, топологиянын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу II эл аралык илимий конференцияда (Булан-Соготту а., сентябрь, 2013-ж.) [5, 26];
-Бүткүл дүйнөлүк түрк тилдүү мамлекеттердин математикалык коомунун V конгрессинде (Булан-Соготту а., 2014-ж.) [27-28];
-Ысык-Көлдөгү эл аралык математиктердин форумунда (Бозтери а., июнь 2015-ж.) [29];
-Академик М.И. Иманалиевдин 85 жылдыгына арналган «Математиканын асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары» аттуу V эл аралык илимий конференциясында (Бишкек ш., сентябрь, 2016-ж.) [30-31];
-Академик А. Жайнаковдун 75 жылдыгына арналган «Илимде, техникада жана билим берүүдө маалыматтык технологиялар жана математикалык моделдер» аттуу эл аралык илимий конференцияда (Бишкек ш., октябрь, 2016-ж.) [22];
- «Илимдеги инновациялар» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Новосибирск ш., Орусия, июнь, 2016-ж.) [15-16];
- «Азыркы учурдагы инновация» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Москва ш., Орусия, сентябрь, 2016-ж.) [18-19];
- «Табийгый жана математикалык илимдер» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Новосибирск ш., Орусия,октябрь, 2016-ж.)[13-14];
- Профессор А. Керимбековдун 70 жылдыгына арналган «Башкаруунун теориясы, топология жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү» аттуу эл аралык илимий-практикалык конференцияда (Бишкек ш. -Чолпон-Ата ш., июнь, 2017-ж.) [32-33].

Жарыя наамалар. Диссертациянын негизги натыйжалары 25 макалада жарык көргөн, анын ичинен 12 макала башка авторлор менен. Бул жумуштарда маселенин коюлушу авторлошторго, ал эми авторго алынган бардык жыйынтыктар тиешелүү.РИНЦ системасы боюнча бардыгы 20жумуш жарык көргөн, анын ичинде – 8 макала Россиянын РИНЦнен, 12 макала Кыргызстандын РИНЦнен, КР ЖАК сунуштаган басмалардан – 1. Мындан сырткары эл аралык конференциялардын– 8 баяндамасы тезистер түрдө жарык көргөн.

КР ЖАКы кабыл алган упайларды эсептөө шкаласы боюнча жарык көргөн жумуштардын жыйынтыгы – 430 упайды түздү.

Диссертациянын көлөмү жана структурасы.

Жумуш мазмундан, шарттуу белгилөөлөрдүн тизмесинен жана аныктамалардан, түшүнүктөрдөн, кыскача колдонулган математикалык жазмалардан, кыскартуулардан, киришүү жана параграфтарга бөлүнгөн 5 главадан, жыйынтыктардан, 109 колдонулган адабияттардын тизмесинен жана кошумча текшерүлүүчү мисалдын сандык жыйынтыгын көрсөткөн pascal тилиндеги программадан турат. Диссертациянын жалпы көлөмү машина жазмасында терилген 218 бет. Жумушта жалпысынан 54 сүрөт камтылган. Сүрөттүн номерлери 2 санариптуу, биринчиси – главаны көрсөтөт, экинчиси – сүрөттүн номерин; главанын номери удаалаш, параграфтардын номерлери 2 санариптуу, биринчиси – главанын номерин, экинчиси – параграфтын номерин көрсөтөт.

Теорема, лемма, формулалардын номерлери 3 санариптан турат – биринчиси главанын, экинчиси параграфтын, үчүнчүсү – теорема, лемма, формулалардын номерлерин көрсөтөт. Параграфтар бөлүкчө пункттарга бөлүнгөн. Бөлүкчө пункттардын номерлери 3 санариптан турат: биринчиси главанын номерин, экинчиси параграфтын номерин, үчүнчүсү бөлүкчө пункттун номерин көрсөтөт.

Жумуштун негизги мазмуну.

Биринчи главада бул жумушка өз ара байланышы бар сингулярдуу дүүлүккөн теңдемелер боюнча мурунку жумуштардын кыскача жыйынтыктары берилген, мындан сырткары колдонулган материалдар жана жумуштун кыскача мазмуну жазылган. Биринчи глава төрт параграфтан турат.

Биринчи параграф пределге умтулуу, кичине параметр боюнча чыгарылыштарды асимптотикалык ажыратуу, релаксациялык термелүүлөр жөнүндөгү изилдөөлөрдүн материалдарын камтыйт.

Экинчи параграфта СДКДТдин теориясында табылган кубулуштар жөнүндөгү маалыматтар киргизилген.

Үчүнчү параграфта бисингулярдуу теңдемелер үчүн четки функцияларды жалпылоо усулу каралган. Четки функциялардын классикалык усулу теңдеменин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу үчүн, теңдеменин чыгары-лыштарынын экспоненталык асимптотикалык туруктуулугу тездетилген өзгөрмө боюнча бузулган учурда, башкача айтканда Тихоновдун теоремасы-нын шарттары бузулган учурда колдонулат.

Төртүнчү параграф бул жумушта колдонулуучу гармоникалык функциялардын касиеттерине тиешелүү материалдарды камтыйт.

Экинчи главада четки катмардык сызыктар, четки аймак, регулярдык жана сингулярдык аймактар жөнүндөгү жаңы түшүнүктөр киргизилген жана сызыктуу СДКТДТ үчүн кабыл алынган түшүнүктөрдүн жашоосу далилденген.Экинчи глава 4 параграфтан турат.

Биринчи параграфта маселенин коюлушу жүргүзүлөт.

Сызыктуу бир тектүү эмес СДКДТ-С

$$\varepsilon\, z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + f(t), \mathrm{t} \in \Omega,\ a(t), f(t) \in Q(\Omega), \qquad (1)$$

жана сызыктуу, бир тектүү СДКДТ-С

$$\varepsilon\, z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon), \mathrm{t} \in \Omega,\ a(t) \in Q(\Omega), a(t) \not\equiv 0 \qquad (2)$$

$z(t_0,\varepsilon) = z^0$,баштапкышартыменен каралат, (3)

мында $t_0 - \Omega$ аймагынын ички чекити, $z^0 \in \mathrm{C}$.

(1) теңдеменин оң жак бөлүгүнө коюлган кандайдыр бир талаптардын негизинде биринчи аргумент боюнча $Q(\Omega_1)$ $(\Omega_1 \subset \Omega)$ жана экинчи аргумент боюнча үзгүлтүксүз (1)–(3) маселенин $z(t,\varepsilon)$ чыгарылышы жашасын.

Төмөнкү аныктамалар киргизилген. $\Omega_0 \subset C$ көптүгү берилсин.

Аныктама 1. Эгерде

1. $\forall\, t \in \Omega_0(|z(t,\varepsilon)| - \varepsilon$ боюнча чектелген);
2. $\forall\, t \in \Omega_0(\lim_{\varepsilon\to 0} z(t,\varepsilon) -$ жашабайт) болсо,

анда Ω_0 четки катмардык көптүк деп аталат, ал эми ага тиешелүү болгон чекит четки чекит деп аталат.

Аныктама 2. Эгерде $\lim_{\varepsilon\to 0}|z(t,\varepsilon)|$ жашаса анда t чекити регулярдуу чекит деп аталат.

Аныктама 3. Жалаң гана регулярдык чекиттерден турган көптүк регулярдык көптүк деп аталат. Регулярдык көптүктөр Ω_r символу менен белгиленет.

Аныктама 4. Кандайдыр бир z_0 баштапкы маанид $|z(t,\varepsilon)|$ функциясы ε боюнча чектелбеген болсо, анда мындай чекит сингулярдуу чекит деп аталат.

Аныктама 5. Каалагандай сингулярдык чекиттердин көптүгү сингулярдык көптүк деп аталат. Сингулярдык көптүктөр Ω_s символу менен белгиленет.

Аныктама 6. Четки катмардык көптүк, кесиндинин үзгүлтүксүз, жергилик бир маанилүү түспөлү болсо, анда ал четки катмардык сызык деп аталат (ЧКС). t_0 чекити аркылуу өткөн ЧКС $\left(L_0(t_0)\right)$ символу менен белгиленет.

Аныктама 7. Эгерде $\forall\ \sigma > 0$, $\exists$ δ>0 жана $\{t \in \mathbf{C} \mid |\mathrm{Arg}(t - t_1) - \mathrm{Arg}\theta| < \sigma,\ |t - t_1| = \delta\}$ көптүк четки катмар чекиттерди камтыса, анда $t_1 \in \mathbf{C}$ четки катмар чекит үчүн $\theta \in \mathbf{C}$, $|\theta| = 1$ саны четки катмар багыт деп аталат.

(2)-(3) маселенин чыгарылышын төмөнкү түрдө жазабыз

$$z(t,\varepsilon) = z^0 \exp\frac{\mathrm{Re}F(t)}{\varepsilon}\left(\cos\frac{\mathrm{Im}F(t)}{\varepsilon} + i\sin\frac{\mathrm{Im}F(t)}{\varepsilon}\right),\ F(t) = \int_{t_0}^{t} a(\tau)d\tau.$$

Аныктама 8. Re $F(t)$ функциясы мүнөздөөчү функция деп аталат (МФ).

Аныктама 9. $V(t,\varepsilon) = \exp\frac{\mathrm{Re}\,F(t)}{\varepsilon}$ функциясы амплитудалык ылдамдык функция (АЫФ) деп аталат.

Экинчи параграфта четки катмардык сызыктар менен регулярдык жана сингулярдык аймактардын өз ара байланыштары каралат. Четки катмардык сызыктардын жашоосу далилденет.

$a(t) \neq 0$ шартынын негизинде

$$a(t) = (t - t_0)^n a_n(t), a_n(t) \in Q(\Omega), a_n(t_0) \neq 0. \tag{4}$$

Барабардыгын канааттандырган терс эмес бүтүн *n* жашайт.

Формуланы (1) ордуна коюп жана өзгөртүүлөрдү киргизүүдөн кийин теңдеме төмөнкү түргө келет.

$$\varepsilon W'_\omega(s,\varepsilon) = \omega^{n+1} a_n(t_0 + \omega s) s^n W(s,\varepsilon) + \omega F_\omega(s),\ s \in R_+. \quad (5)$$

Re $(\omega_0^{n+1} a_n(t_0)) = 0$ болгондой кылып (эң кеминде эки жол менен) $\omega = \omega_0$ тандоо менен четки катмардык багытты алабыз. $U'(s,\varepsilon) \equiv 0$ боло тургандай, T(s) (T(0)=0)функциясын тандап алуу максатында, четки катмардык сызыкты бойлой теңдеменин чыгарылышы тездетилгентермелүүгө ээ болгон-дуктан, (2) теңдеме үчүн төмөнкү функциякиргизилет.

$$U(s,\varepsilon) = z(T(s),\varepsilon)\left(z(T(s),\varepsilon)\right)^*, s \in \mathbf{R}_+.$$

Мындай жол менен четки катмардык сызыктын дифференциал түрүндөгү *Re(a(T(s))T′(s)=0,* интеграл түрүндөгү $\int_0^T a(\tau)d\tau = \pm is, s \in R_+$ теңдемелерин алабыз. Четки катмардык сызыктар үчүн теңдемелерди болжол менен чыгаруунун алгоритмдери тургузулган. Pascal тилинде программа жазылган. Четки катмардык сызыктардын теңдемелеринин чыгарылыштары жөнүндөгү теоремалар далилденген. Четки катмардык сызыктарда СДКДТ чыгарылыштарынын асимптотикалык абалы алынган.

Үчүнчү параграфта берилген функциялардын маанилери жана туунусу менен Лагранждын көп мүчөсүтүшүнүгү жалпыланган жана анын жардамы менен берилген чекиттер аркылуу өткөн жана бутактануу шарттарын канааттандырган четки катмардык сызыктар тургузулган.

Теорема 1. Каалагандай жыйналган түрдүү $\{z_k: k = 1..n\}, n \geq 1$, чекиттер үчүн $a(t)$ көп мүчөсү жашаса, анда (2)–(3) маселенин чыгарылышынын четки катмардык сызыгы бул чекиттер аркылуу өтөт.

Теорема 2. Каалагандай жыйналган түрдүү$\{t_k: k = 1..n\}$, $n \geq 2$, чекиттер жана $\{\alpha_k: k = 1..n\}, \{\beta_k: k = 1..n\}$ сандар үчүн, $D_n(t_k) = \alpha_k$, $D_n'(t_k) = \beta_k, k = 1..n$ болгондой $D_n(t)$ көп мүчөсү жашайт.

Теорема 3. Каалагандай жыйналган ар кандай $\{z_k: k = 1..n\}$, $n \geq 1$ чекиттер үчүн $a(t)$ көп мүчөсү жашаса, анда (2)–(3) маселенин чыгарылышынын четки катмардык сызыгы бул чекиттер аркылуу өтөт жана бул чекиттердин бардыгында бутактанууга ээ болот.

Үчүнчү глава тогуз параграфтан турат.

Биринчи параграфта жаңы түшүнүк: салыштырмалуу амплитудалык ылдамдыктын функциясы киргизилет жана мүнөздөөчү функцияны, амплитудалык ылдамдык функциясын колдонуу менен четки катмардык сызыктар эсептелген жана четки аймак, регулярдык, сингулярдык аймактар тургузулган. Мындан сырткары жайылтылган четки аймактын, өткөөл аймактын аныктамалары киргизилген. Киргизилген бардык түшүнүктөрдүн жашоосу мисалдар менен тастыкталган.

Экинчи параграфтын топологиялык бөлүгүндө мүнөздөөчү функцияларды колдонуу менен СДКДТ-С үчүн аймактар тургузулган.

U2. $\forall t \in \Omega\, (a(t) \neq 0)$шарты бардык главаларда үчүн аткарылат. *F(t)* функциясы үчүн мүнөздөөчү функция төмөнкүдөй белгиленет: $Re\, F(t) = F_1(t_1, t_2)$, $\mathcal{J}m\, F(t) = F_2(t_1, t_2)$.

U2 шартынын негизинде Ω аймагы $F_k(t_1, t_2)(k = 1, 2)$ функциялардын өз ара ортогоналдык деңгээл сызыктары менен толук капталат. Ω аймагынын каалагандай чекити аркылуу $F_k(t_1, t_2)$ функциясынын жалгыз гана деңгээл сызыгы өтөт.

Лемма 1.$\forall t \in \Omega\left(\frac{\partial F_1}{\partial t_1} \neq 0 \vee \frac{\partial F_1}{\partial t_2} \neq 0\right) \wedge \left(\frac{\partial F_2}{\partial t_2} \neq 0 \vee \frac{\partial F_2}{\partial t_1} \neq 0\right)$.

Лемма 2. $F_1(t_1, t_2)$функциясы $F_2(t_1, t_2)$ функциясынын деңгээл сызыктары бойлой катуу монотондуу, ал эми $F_2(t_1, t_2)$ функциясы $F_1(t_1, t_2)$ функциянын деңгээл сызыктары бойлой катуу монотондуу болот.

Лемма 3. $\forall t \in \Omega_1(F_1(t_1, t_2) > 0 \vee F_1(t_1, t_2) < 0)$.

Үчүнчү параграфтын аналитикалык бөлүгүндө СДКДТ-С үчүн: баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашы жана жалгыздыгы, четки катмардык сызыктын жашоосу далилденген, регулярдык жана сингулярдык аймактар тургузулган. Римандык мейкиндикте четки катмардык сызыктарга мисал келтирилген.

$V(t,\varepsilon) = exp\frac{Re\,F(t)}{\varepsilon}$ АЫФсы үчүн $V(\tau,\varepsilon)$ функциясы t_0 жана $t \in \Omega$ чекиттерин туташтыруучу $p(t_0,t)$ ийри сызыгында каралат. $\frac{V(t,\varepsilon)}{V(\tau,\varepsilon)} = exp\frac{Re\,F(t)-Re\,F(\tau)}{\varepsilon}$ катышы салыштырмалуу амплитудалык ылдамдык функциясы (САЫФ) деп аталат.

Теорема 4. Эгерде 1) $t \in \Omega$ ($t - \Omega$ аймагындагы каалагандай чекит) чекиттерин туташтырган $p(t_0,t)$ жолу жашаса жана ал параметр аркылуу берилсе: $t = \varphi(\sigma), 0 \le \sigma \le \tilde{\sigma}$, мында $\varphi(0) = t_0, \varphi(\tilde{\sigma}) = t$ жана $\forall\sigma_1,\sigma_2 \in [0,\tilde{\sigma}]$ жана $\sigma_1 \neq \sigma_2(\varphi(\sigma_1) \neq \varphi(\sigma_2))$ 2) $\forall t \in \Omega$ $F_1(\varphi(\sigma))' < 0$ же $F_1(t) \equiv const$, болсо, анда $\forall\, t \in \Omega$ $(F_1(t) < 0)$ жана $\frac{V(t,\varepsilon)}{V(\tau,\varepsilon)}$ ε боюнча чектелген болот.

Мисал. $a(t) = \frac{2}{t}$, $t \in \Omega \equiv C\backslash\{0\}$, $t_0 \in \Omega$ берилсин. Мында $F(t) = 2\,Ln\frac{t}{t_0} = 2\,(\ln\left|\frac{t}{t_0}\right| + i\,Arg\frac{t}{t_0})$ келип чыгат $Re\,F(t) = ln\frac{t_1^2+t_2^2}{t_{10}^2+t_{20}^2}$. Четки катмардык сызык борбору (0; 0) чекити жана радиусу $r = \sqrt{t_{10}^2 + t_{20}^2}$ болгон айлана болот. $z(t,\varepsilon) = z^0 \exp\left(\frac{2}{\varepsilon}\,i\,Arg\frac{t}{t_0}\right)$. Четки катмардык сызыктын айлана боюнча кыймылы римандык мейкиндикти башка бетке которот. Берилген учурда регулярдык аймак $|z| < |z_0|$ көп беттүү аймак, ал эми сингулярдык аймак $|z| > |z_0|$ көп беттүү аймак болот.

(1)-(3) маселеси үчүн $t \in L_0(t_0) \subset \Omega_0(t_0)$ болгондо, төмөнкү асимптотикалык көрүнүштү алабыз:

$$z(t,\varepsilon) = \left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)\exp\frac{iF_{21}(t_1)}{\varepsilon} + f_{12}(t_1) + O(\varepsilon),$$

мында $f_{12}(t_1) \equiv \frac{if_{11}(t_1)}{F'_{21}(t_1)}$. Мындан каалагадай $t \in L_0(t)$ үчүн $\lim_{\varepsilon\to 0} z(t,\varepsilon)$ предели жашабайт, бирок $|z(t,\varepsilon|$ чектелген, болооору келип чыгат.

Каалагандай чекиттин Ω_0 (t_0) тиешелүү болгон регулярдык жана сингулярдык чекиттерди камтыган аймактарынын жашоосу далилденген. Аргументтин баштапкы маанисинен көз каранды болгон четки катмардык сызык жана анын формалары каралган.

Төртүнчү параграфта жалпы сызыктуу СДКДТ-С үчүн (1)-(3) маселенин чыгарылыштарынын асимптотикалык көрүнүштөрү алынган.

$$t \in \Omega_1 \text{ үчүн, } z(t,\varepsilon) = \left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)exp\frac{F(t)}{\varepsilon} + f_{22}(t_2) + O(\varepsilon),$$

мында $f_{22}(\tilde{t}_2) = -\frac{f(t)}{a(\tilde{t})}$.

Мында маселенин чыгарылышы кубулган теңдеменин чыгарылышына умтулат.

$$t \in \Omega_2 \text{ үчүн } z(t,\varepsilon) = exp\frac{F_{12}(t_2)}{\varepsilon}\left[\left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)\exp\frac{i\tilde{L}_2}{\varepsilon} + f_{22}(t_2) + O(\varepsilon)\right].$$

Мындан ε боюнча $z(t,\varepsilon) \to \infty$ болоору келип чыгат.

Бешинчи параграфта жалпы орточо сызыктуу эмес СДКДТ-С

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)\, z(t,\varepsilon) + \varepsilon g\big(t, z(t,\varepsilon)\big), t \in \Omega \subset C. \tag{6}$$

(3) баштапкы шарты менен каралган жана

U2 $\forall\, t \in \Omega\ (a(t) \neq 0)$.

U3 $g(t,z) \in Q(H), H = \{(t,\ z) | t \in \Omega, |z| \leq \delta > 0\}$.

U4 $\forall \tilde{z}, \tilde{\tilde{z}} \in \{|z| \leq \delta\}(\left|g(t,\tilde{z}) - g(t,\tilde{\tilde{z}})\right| \leq M\left|\tilde{z} - \tilde{\tilde{z}}\right|, 0 < M - const)$.

шарттары аткарылганда, анда четки катмардык сызыктардын, регулярдык жана сингулярдык аймактардын жашашы далилденген.

Теорема 5. Эгерде U2–U4 шарттары аткарылса, анда $\forall t \in L_0(t_0)$ үчүн (6)–(3) маселенин $z(t,\varepsilon)$ чыгарылышы жашайт; $|z(t,\varepsilon)| -$ чектелген болот.

Теорема удаалаш жакындаштыруу усулун колдонуу менен далилденет.

Теорема 6. Эгерде U2–U4 шарттары аткарылса, $\forall\tilde{t} \in L_0(t_0)$ үчүн, регулярдык жана сингулярдык чекиттерди камтыган аймагы жашайт.

Алтынчы параграфта конформдуу чагылдырууну колдонуу менен берилген СДКДТ жөнөкөй түргө келтирилет жана четки катмардык сызыктын жашашы жөнүндөгү теорема далилденген.

Теорема 7. Эгерде U2–U3 шарттары аткарылса, анда гармоникалык жуп

$$F_k(t_1,\ t_2)(k = 1,2) \text{ жана } F_k(t_1,\ t_2) = \mathrm{u}_k \tag{7}$$

теңдемелери түрүндө берилген чагылдыруу конформдуу болот жана ал $\Omega_0(t_0)$ деңгээл сызыктын торчосун, $\mathrm{U}_k\ (k = 1,2)$ өзгөрмөлөрдүн тегиздигиндеги кандайдыр Π_0 тик бурчтугуна чагылдырат.

Далилдөө үчүн (7) чагылдыруунун Δ якобианы нөлгө барабар болбогон маалымат колдонулат.

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial t_1} & \frac{\partial F_1}{\partial t_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial t_1} & \frac{\partial F_2}{\partial t_2} \end{vmatrix} = \frac{\partial F_1}{\partial t_1}\frac{\partial F_2}{\partial t_2} - \frac{\partial F_2}{\partial t_1}\frac{\partial F_1}{\partial t_2} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial t_2}\right)^2 = |a(t)|^2 \neq 0.$$

Жетинчи параграфта функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын чыгарылыштарынын четки катмардык сызыктарын жана регулярдык, сингулярдык аймактарын тургузуу үчүн бир калыптатүшүү (көтөрүү) усулу иштелип чыгылган.

Теорема 8. U2 шарты аткарылсын. Анда $F_1(t_1, t_2) = \tilde{a}t_1 + \tilde{b}$ теңдемеси менен аныкталган (мында $\tilde{a}$ жана $\tilde{b}, t_0, \tilde{t}$ чекиттеринен көз каранды) жана $F_1(t_1, t_2)$ функциясы катуу монотондуу болгон $\left(k(t_0, \tilde{t})\right)$ ийри сызыгы жашайт.

Сегизинчи параграфта бир калыпта түшүү (көтөрүү) усулу менен биринчи тартиптеги СДКДТ-С чыгарылышынын асимптотикалык абалы изилденет.

Теорема 9. U2-U4 шарттары аткарылса, анда $\forall t \in \Omega_1$ үчүн (6)–(3) маселенин чыгарылышы жашайт, жалгыз жана чектелген болот.

Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн баштапкы маселелердин чыгарылыштарынын асимптотикалык абалы, аргументтин өзгөрүү тегиздигинде кээ бир сызыктар менен мүнөздөлөрү тастыкталган.

Төртүнчү глава туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушу менен четки аймактардын, четки катмардык сызыктардын, регулярдык жана сингулярдык аймактардын байланышын изилдөөгө арналган жана алты параграфтан турат.

Биринчи параграфта туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун кыскача жыйынтыгы берилет. Туруксуз чекиттин тартылуу аймагы түшүнүгү киргизилет жана маселенин коюлушу каралган.

Төмөнкү шарттар аткарылсын

U1$Re\, a(t) < 0$ мында $t_0 \leq t < T_0$; $Re\, a(T_0) = 0$; $Re\, a(t) > 0$ мында $T_0 < t \leq T$.

U2 $a(t), f(t) \epsilon\, Q(\Omega), [t_0, T] \subset \Omega$.

U3 $\forall t \epsilon \Omega\, (\mathcal{J}m\, a(t) \neq 0)$.

(1) теңдемеге туура келген кубулган теңдеме туруктуу $[t_0, T_0)$ аралыгында жана туруктуу эмес $[T_0, T)$интервалында төмөнкү тынч абал чекитке ээ

$$\mathfrak{z}_0(t) = -\frac{f(t)}{a(t)}. \tag{8}$$

Экинчи параграфтын топологиялык бөлүгүндө тынч абал чекиттердин туруктуу жана туруктуу эмес аралыктарын жана тынч абалдын чекиттин тартылуу аймагын аныктоого мисалдар келтирилген.

Лемма 4. U1–U3 шарттары аткарылса, анда $(t_{01}; 0), (T_{01}; 0) (t_0 \leq t_{01} < T_0 < T_{01} \leq T)$ чекиттери жана бул чекиттерди туташтыруучу (L_0) деңгээл сызыгы жашайт.

Чыныгы окто $[t_0, T]$ кесиндиси жана деңгээл сызыктардын экстремалдуу болгон (L_{00})сызыгы менен чектелген аймакты $\Omega_0 \subset \Omega$ аркылуу белгилейбиз.

Үчүнчү параграфта тартылуу аймагынын жашашынын жетиштүү шарттары аныкталган жана төмөнкү теорема далилденген.

Теорема 10. U1–U3 шарттары аткарылса, анда (1)–(3) маселенин чыгарылышы үчүн $\Omega_{02} \subset \Omega_0$ тартылуу аймагы жашайт.

Төртүнчү параграфта 3-главада жана § 4.3 параграфта алынган натыйжаларды салыштыруунун негизинде туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушу менен четки аймактын, четки катмардык сызыктын жана регулярдык, сингулярдык аймактардын арасындагы өз ара байланыштар түзүлгөн. Бул параграфтын жыйынтыгы берилген багыт боюнча бардык мурунку алынган натыйжаларды жалпылайт.

Ω_0 аймагында маселенин чыгарылышын асимптотикалык көрсөтүүчүн, бул аймак $(L_{01}) = \{t \epsilon \Omega_0 \mid Re\, F(t) = -\varepsilon\, ln\varepsilon\}$ деңгээл сызык аркылуу эки бөлүккө бөлүнгөн.

(L_{00}) жана (L_{01}) деңгээл сызыктар менен чектелген жана (L_{00}) жана (L_{01}) арасындагы чыныгы окто жаткан кесинди менен чектелген бөлүк Ω_{01} , ал эми Ω_0дүн калган бөлүгү Ω_{02}аркылуу белгиленет.

Алынган жыйынтыктарды салыштыруу четки катмардык сызыктардын, регулярдык жана сингулярдык аймактардын маселелери туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушуна караганда жалпы болоорун көрсөтөт.

Бешинчи параграфта чексизге созулган жайылган чектик аймактарга карата мисалдар келтирилет. Четки катмардык сызыктардын каалагандай чекити четки аймактардын ички чекити болуп эсептелинет.

Жүргүзүлгөн изилдөөлөр көрсөткөндөй t_0 баштапкы чекити аркылуу өткөн четки катмардык сызык жашайт жана бул сызык четки катмардык аймак менен курчалган. Четки катмардык аймак четки катмардык сызык бойлой жайылат жана жайылган четки катмар деп аталат. Бул катмар t_0 чекитинен көз каранды болот жана чексизге чейин жайылат.

Бешинчи глава беш параграфтан турат жана бул главанын изилдөө объектиси экинчи тартиптеги сызыктуу СДКДТ болушат.

Биринчи параграфта экинчи тартиптеги СДКДТ-С үчүн жаңы түшүнүктөр: четки катмардык жана аралык четки аймактар (сызыктар), сингулярдык жана регулярдык аймактар киргизилет жана маселенин коюлушу каралат.

Экинчи тартиптеги сызыктуу СДКДТ-С

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = A(t)z(t,\varepsilon) + f(t), t \in \Omega \subset C, \tag{9}$$

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0 = colon\,({z^0}_1, {z^0}_2), \tag{10}$$

баштапкы шарты менен изилденет, мында $t_0 \in \Omega \subset C$,

$A(t) = (a_{mk}(t): m, k = 1,2)$,

$$z(t,\varepsilon) = colon\big(z_1(t,\varepsilon), z_2(t,\varepsilon)\big), \quad f(t) = colon\big(f_1(t), f_2(t)\big).$$

Төмөнкү шарттар аткарылсын

U1. $a_{mk}(t) \in Q(\Omega),\ f_m(t) \in Q(\Omega)$.

U2. $A(t)$ матрица-функциясы tнын бардык маанилери үчүн ар түрдүү $\lambda_1(t),\ \lambda_2(t)$ өздүк маанилерге ээ болсун.

U3. $\forall\, t \in \Omega\ (detA(t) \neq 0)$.

$U(t,\varepsilon):=||z(t,\varepsilon)||$ белгилейли (C^2 дагы нормаларынын бири).

Төмөнкү аныктамалар 2 главадагы аныктамалардан вектордук учур болгондугу менен айырмаланат.

Аныктама 10. Эгерде $U(t,\varepsilon)$ ε боюнча чектелген эмес (чексиз) болсо, анда $t\in\Omega$ чекити (9)–(10) маселеси үчүн сингулярдык чекит деп аталат.

Аныктама 11. Эгерде $U(t,\varepsilon)$ чектелген, бирок εбоюнча нөлгө умтулбаса, анда $t\in\Omega$ чекити (9)–(10) маселеси үчүн «аралык» чекит деп аталат.

Аныктама 12. Эгерде εбоюнча $U(t,\varepsilon)\to 0$ болсо, анда $t\in\Omega$ чекити (9)–(10) маселеси үчүн регулярдык чекит деп аталат.

Аныктама 13. Чекиттин каалагандай чекебелинде регулярдуу жана регулярдуу эмес чекиттер жашаса, анда ал четки катмардык чекит деп аталат.

Эскертүү. Бул аныктамалар бир өлчөмдүү учур үчүн кабыл алынган аныктамалардан эки өлчөмдүү учурдагы «аралык» жана четки катмардык чекиттердин арасындагы айырмачылыктарды белгилөө максатында киргизилген.

Аныктама 14. Аралык чекиттин каалагандай чекебелинде жалаң гана регулярдуу эмес (сингулярдуу) чекиттер жашаса, анда мындай аралык чекиттердин көптүгү аралык көптүк деп аталат.

Аныктама 15. Каалагандай аралык чекиттердин көптүгүнүн чекиттин каалагандай чекебелинде регулярдык жана сингулярдык чекиттер жашаса, анда бул көптүк четки катмардык көптүк деп аталат.

Аныктама 16. Аралык (четки катмардык) көптүк кесиндинин үзгүлтүксүз, жергилик бир маанилүү түспөлүү болсо, анда ал аралык (четки катмардык) сызык деп аталат.

Аныктама 17. Эгерде каалагандай кичине $\sigma > 0$үчүн кичине $\sigma > 0$ жашаса жана $\{t \in \Omega \mid |Arg(t-t_1) - Arg\theta| < \sigma, |t-t_1| = \delta\}$ көптүгү аралык (четки катмардык) чекиттерди камтыса, анда $t_1\in\Omega$ аралык (четки катмардык) чекит үчүн θ $(\theta\in\theta_1)$ саны аралык (четки катмардык) багыт деп аталат.

Аныктама 18. Эгерде аралык (четки катмардык) чекит 180^0тан айырмаланган бурчту түзгөн эки аралык (четки катмардык) багытка ээ болсо, анда ал чекит бутактануу чекити деп аталат. Башка бир багыттар менен 180^0тан айырмаланган бурчту түзгөн мындай багыттардын саны бутактануунун санынын көрсөткүчү деп аталат.

Биринчи тартиптеги СДКДТге салыштырмалуу экинчи тартиптеги СДКДТ өзгөлүктөрүн белгилеген мисалдар келтирилген.

Экинчи параграфта мүнөздөөчү функциялар, амплитудалык ылдамдык функциялар жана жандаш аймактар түшүнүктөрү аныкталды. Мүнөздөөчү функцияларга, амплитудалык ылдамдык функцияларга мисалдар келтирилди. 3 главадагы киргизилген мүнөздөөчү функциялар жана АЫФлардын аныктамаларынан айырмасы, бул параграфта алар вектордук функция катары аныкталат. Каралып жаткан учурда биринчи тартиптеги СДКДТ сыяктуу четки катмардык сызыктын жалпы теңдемесин

$\int_{t_0}^{t} Re\, a(\tau)d\tau = 0$ түрдө алууга болбойт. Ошондуктан МФ жана АЫФ түшүнүктөрү жалпыланган. $F_1(t) := (\mathrm{Re}\int_{t_0}^{t}\lambda_1(\tau)d\tau\colon\ k = 1, 2)$ вектор-функциясы МФ, ал эми $V(t, \varepsilon) := \left(\exp\frac{F_{11}(t)}{\varepsilon},\ \exp\frac{F_{12}(t)}{\varepsilon}\right)$ вектор-функциясы АЫФ деп аталат.

Үчүнчү параграфта экинчи тартиптеги сызыктуу СДКДТ үчүн матрица-функциясы турактуу өздүк маанилерге ээ болгон учурлары изилденген. Интегралдоонун жолдорун тандоо жана СДКДТ чыгарылыштарын баалоо үчүн бөлүштүрүлгөн амплитудалык ылдамдык функция түшүнүгү киргизилди. Берилген маселелердин чыгарылыштарын алуу үчүн бир калыпта түшүү (көтөрүү) усулу жана МФ, АЫФлары колдонулган.

Төртүнчү параграфта матрица-функциясы аргументке карата сызыктуу өздүк маанилерге ээ болгон сызыктуу СДКДТ каралган. Мисалдар келтирилген жана четки катмардык сызыктардын жашоосу далилденген.

Бешинчи параграфта деңгээл сызыктардын торчолорун жана бир калыпта түшүү (көтөрүү) усулун колдонуу менен жалпы учурда четки катмардык сызыктардын жашоосу далилденген. Деңгээл сызыктардын түрдүү формадагы торчолорун тургузуу үчүн мисалдар келтирилген. Аралык четки аймактын жана аралык четки катмар сызыктын жашашынын жетиштүү шарттары аныкталган.

КОРУТУНДУЛАР

Диссертациялык жумушта төмөнкү негизги натыйжалар алынган:

1. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн жаңы түшүнүктөр киргизилди: четки катмардык аймактар, четки катмардык сызыктар,

аралык четки катмардык сызыктар жана регулярдык, сингулярдык аймактар.

2. Четки катмардык сызыктардын жашашыфункциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын өзгөчө касиети болоорудалилденди.
3. Четки катмардык жана башка аймактарды эсептөө үчүн, мүнөздөөчү функция, амплитудалык ылдамдык функция жана бөлүштүрүлгөн амплитудалык ылдамдык функция түшүнүктөрү киргизилди.
4. Деңгээл сызыктардын торчолору түшүнүгү киргизилип, түрдүү формадагы деңгээл сызыктардын торчолорун тургузуу мисалдары келтирилген.
5. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн четки катмардык сызыктарды эсептөөгө жана регулярдык, сингулярдык аймактарды тургузууга атайын метод иштелип чыккан. Мүнөздөөчү функцияны, амплитудалык ылдамдык функцияны жана топологиялык методдорду колдонуу менен теңдеме алынган.
6. Четки катмардык сызыктарды тургузуу үчүн Лагранждын көп мүчөсү колдонулган жана жалпыланган.
7. Жайылган четки катмар, өткөөл катмар четки аймак жаңы түшүнүктөр киргизилди.
8. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С чыгарылыштарынын асимптотикалык абалын изилдөө үчүн бир калыпта түшүү (көтөрүлүү) усулу иштелип чыгылды.
9. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-С үчүн туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушу менен четки катмардык сызыктардын, регулярдык жана сингулярдык аймактардын арасындагы өз ара байланышы изилденди.

-Мындай маселелерди чыгаруу үчүн туруктуу, туруктуу эмес интервалдары жана туруксуз чекиттин тартылуу аймактары жөнүндө түшүнүктөр киргизилди жана тартылуу аймагынын жашашы далилденди.

-Четки катмардык сызыктар маселеси туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушу маселесине караганда жалпы болоору далилденди жана туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушу боюнча мурда алынган жыйынтыктар жалпыланды.

10. Чексизге созулган четки катмардык аймак жаңы кубулушу табылды. Римандык мейкиндикте созулган четки катмарга мисалдар келтирилди.
11. Четки катмардык сызыктардын теңдемеси алынды жана аны жакындаштырып чечүү маселеси көрсөтүлдү.

12. Функциялары аналитикалык болгон СДКДТ-Снын чыгарылышынын асимптотикалык абалы, каралып жаткан комплекстүү аймакты толук

каптаган деңгээл сызыктар менен толук аныкталаары алынган изилдөөнүн жыйынтыгында көрсөтүлдү жана аларды Стокстун сызыктарынын жекече учурлары катары кароого болоору көрүндү.

Автор диссертациялык жумушту талкуулоодо такай көңүл бөлгөндүгү жана пайдалуу кеңештери үчүн илимий консультант физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Алыбаев Курманбек Сармановичке** терең ыраазычылыгын билдирет.

Диссертациянын негизги мазмуну төмөнкү жумуштарда жарыяланган:

1. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия ограниченности интегралов, содержащих большой параметр [Текст] /К.С. Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 140-142.
2. Тампагаров К.Б. Устойчивые и неустойчивые области для сингулярно-возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /М.Р.Нарбаев, А.Талиев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 313-315.
3. Тампагаров К.Б. Метод равномерного спуска (подъема) [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, спец. выпуск, 2012. - С. 44-48.
4. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных сингулярно-возмущенных уравнений в комплексных областях [Текст] /М.И.Иманалиев, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, Вып. 44. - Бишкек: Илим, 2012. - С. 5-9.
5. Тампагаров К.Б. Существование погранслойных линий для линейных сингулярно-возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы, теории управления, топологии и операторных уравнений: Материалы II-й международной конференции, посвященной 20-летию КРСУ и 100-летию профессора Я.В.Быкова. - Бишкек, 2013. - С. 83-88.
6. Тампагаров К.Б. Явление погранслойных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями. [Текст] / П.С. Панков, К.С. Алыбаев, М.Р. Нарбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ОшГУ, 2013. - № 1 (специальный выпуск). – С. 227-231.
7. Тампагаров К.Б. Топология линий уровней гармонических функций [Текст] /К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, № 2 (29). - С.185-189.

8. Тампагаров К.Б. Обоснование метода равномерного спуска для гармонических функций [Текст] /А.Б.Мурзабаева, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, №2 (29). - С. 189-191.
9. Тампагаров К.Б. Развитие асимптотических методов для сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С.5-10.
10. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций определения пограничных линий регулярных и сингулярных областей для сингулярно возмущенных уравнений. [Текст] /К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С. 67-71.
11. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций исследования асимптотического поведения решений сингулярно возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /К.Б.Тампагаров// Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, вып. 47. – Бишкек: Илим, 2014. – С. 98-102.
12. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий с точками ветвления для сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / П.С.Панков, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Доклады Национальной академии наук КР, 2015, № 2. - С.15-18.
13. Тампагаров К.Б. Свойства погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст]/ К.Б.Тампагаров //Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIV Международной научно-практической конференции. №7 (42). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 106-112.
14. Тампагаров К.Б. Гладкость погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIVМеждународной научно-практической конференции. № 7 (42). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 112-117.
15. Тампагаров К.Б. Ветвление в заданных точках погранслойных линий решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7 (56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 54-59.
16. Тампагаров К.Б. Классификация погранслойных линий для систем двух сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с

аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7(56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 48-53.

17. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий сингулярно возмущенных линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров //Вестник КРСУ. Серия Естественные и технические науки, 2016, № 5. - С. 3-6.
18. Тампагаров К.Б. Приближенный поиск погранслойных линий для общих сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров //Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Москва, 2016. - С. 15-22.
19. Тампагаров К.Б. Асимптотика решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений на погранслойных линиях [Текст] / К.Б. Тампагаров // Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Россия, Москва, 2016. - С. 8-15.
20. Тампагаров К.Б. Метод погранслойных линий построения регулярно и сингулярных областей для линейных сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. № 10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С.59-66.
21. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для сингулярно и регулярно возмущенных дифференциальных уравнений первого порядка с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. №10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 67-73.
22. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для аналитических функций с малым параметром. [Текст]/К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров//Известия КГТУ им. И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. - С.21-25.
23. Тампагаров К.Б. Структура области изменения аргумента для аналитических функций с малым параметром [Текст]/К.Б.Тампагаров //Вестник ЖАГУ, 2016, № 1(32). - С. 83-86.

24. Тампагаров К.Б. Формы погранслойных линий для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.Б.Тампагаров // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. Республиканский научно-технический журнал. № 5. - Бишкек, 2017. - С. 121-125.
25. Тампагаров К.Б. Затягивание потери устойчивости и погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, Республиканский научно-технический журнал, № 5. - Бишкек, 2017. - С.125-130.

Эл аралык конференцияларда баяндалган докладдар жана алардын жарыяланган тезистери.

26. Тампагаров К.Б. Условия существования погранслойной линии линейного обыкновенного сингулярно-возмущенного дифференциального уравнения с аналитическими функциями. [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладов II международной научной конференции, посвященной 20-летию образования КРСУ и 100-летию Я.В.Быкова. – Бишкек, 2013. - С. 70-71.
27. Tampagarov K.B. Characterizing functions and topology of complex domains. [Text]/ K.S.Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A.Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. - P. 65.
28. Tampagarov K.B. On some properties of level lines of harmonic functions. [Text]/A.Myrzabaeva, K.B.Tampagarov// Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. - P. 80.
29. Tampagarov K.B. Criterion of existence of boundary layer lines of regular and singular domains for singularly perturbed equations with analytical functions. [Text] / K.S. Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of the Issyk-Kul International Mathematical Forum (Kyrgyzstan, Bozteri, 24-27 June, 2015) / Ed. by A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2015. – P. 32.
30. Tampagarov K.B. Computation of boundary layer functions by means of method of characterizing functions for liner singularly perturbed equations with analytical functions. [Text]/K.B.Tampagarov // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad. A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 21.

31. Tampagarov K.B. Developing of asymptotical methods for singularly perturbed ordinary differential equations with analytical functions [Text]/ K.S. Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of the V International Scientific Conference "Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics" devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 20.
32. Тампагаров К.Б. Затягивание потери устойчивости и погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладовIII-й международной конференции, приуроченной к 70-летию профессора А.Керимбекова. - Бишкек, 2017. - С. 52.
33. Тампагаров К.Б. Формы погранслойных линий для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладов III Международной конференции, приуроченной к 70-летию профессора А.Керимбекова. - Бишкек, 2017. - С.78.

РЕЗЮМЕ

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

«Функциялары аналитикалык болгон сингулярдуу дүүлүккөн кадимки дифференциалдык теңдемелердин теориясында четки катмардык сызыктар» деген темадагы 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын алуу үчүн сунушталган диссертация

Урунттуу сөздөр: кадимки дифференциалдык теңдеме, сингулярдуу дүүлүккөн теңдеме, аналитикалык функция, баштапкы маселе, четки катмардык сызык, деңгээл сызыгы

Комплекстүү аймакта, аналитикалык функциялуу, сызыктуу жана начар сызыктуу эмес кадимки дифференциалдык тендемелер жана системалары үчүн төмөнкү жаңы түшүнүктөр киргизилген: четки аймактар, четки катмар сызыктар, регулярдык жана сингулярдык аймактар, четки аралык катмар аймактар: аралык четки катмар сызыктар, деңгээл сызыктарынын торчолору.

Четки катмар сызыктардын түрдүүчө түспөлдөрү табылган жана алардын аргументинин баштапкы маанилеринен көз карандылыгы далилденген.

Чексизге созулган четки катмар аймак экендигинин жаңы кубулушу табылган. Римандык мейкиндикте четки катмарга ээ болгон сызыктуу теңдеменин мисалы келтирилген.

Бир калыптагы түшүү (көтөрүлүү) усулун колдонуу аркылуу, туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун кеңири жетиштүү шарттары алынган. Алынган шарттар бул мезгилге чейинки авторлор тарабынан алынган жыйынтыктарды жалпылайт.

Лангранждын көп мүчөсүн жана анын жалпыланышын колдонуу аркылуу, берилген чекиттер аркылуу өтүүчү жана ал чекиттерде бутактануучу, четки катмар сызыктардын жашашы далилденген.

Экинчи тартиптеги, аналитикалык функциялуу теңдемелердин системасынын чыгарылыштары үчүн аралык четки катмар аймактардын жана аралык четки катмар сызыктардын жашашынын жетиштүү шарттары келтирилген.

РЕЗЮМЕ

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

Диссертация «Погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» представлена на соискание ученой степени доктора физико–математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, сингулярно возмущенное уравнение, аналитическая функция, начальная задача, погранслойная линия, линия уровня

Для решений начальных задач для сингулярно возмущенных линейных и слабо нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений в комплексной области с аналитическими функциями введены новые понятия: пограничные области, погранслойные линии, регулярные и сингулярные области, промежуточные пограничные области и промежуточные погранслойные линии, решетки линий уровня.

Найдены различные формы погранслойных линий и установлена зависимость погранслойных линий от начальных значений аргумента.

Обнаружено новое явление - простирающиеся до бесконечности пограничные области.

Построен пример уравнения с погранслойными линиями на римановой поверхности.

С помощью нового метода равномерного спуска (подъема) найдены широкие достаточные условия возникновения явления затягивания потери устойчивости, являющиеся обобщением ранее полученных другими авторами результатов.

С помощью многочлена Лагранжа и обобщенного многочлена Лагранжа доказано существование погранслойных линий, проходящих через заданные точки и имеющих в них ветвления.

Найдены достаточные условия существования промежуточных пограничных областей и промежуточных погранслойных линий для решений систем уравнений второго порядка с аналитическими функциями.

SUMMARY

Tampagarov Kushtarbek Bekmuratovich

Dissertation “Boundary-layer lines in the theory of singularly perturbed ordinary differential equations with analytical functions” submitted for the scientific degree of doctor of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: ordinary differential equation, singularly perturbed equation, analytical function, initial value problem, boundary-layer line, level line

For solutions of initial value problems for singularly perturbed linear and weakly nonlinear ordinary differential equations and systems of equations in complex domain with analytical functions, some following new notions are introduced: boundary domains, boundary-layer lines, regular and singular domains, intermediate boundary domains and intermediate boundary-layer lines, grids of level lines.

Various forms of boundary-layer lines are found and dependence of boundary-layer lines on initial values of the argument.

The new phenomena of boundary domains stretching up to infinity is discovered.

An example of equation with boundary-layer lines on a Riemann surface is constructed.

With assistance of the new method of uniform descent (ascent) there are found broad sufficient conditions of arising of the phenomena of prolongation of loss of stability generating results obtained by other authors previously.

With assistance of the Lagrange polynomial and the generalized Lagrange polynomial there is proven existence of boundary-layer lines passing across given points and branching at them.

There are found sufficient conditions of existence of intermediate boundary domains and intermediate boundary-layer lines for solutions of systems of equations of the second order with analytical functions.