НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ж.БАЛАСАГЫНА

Диссертационный совет Д 01.17.560

На правах рукописи
УДК 517.928

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

ПОГРАНСЛОЙНЫЕ ЛИНИИ В ТЕОРИИ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С АНАЛИТИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

Специальность 01.01.02 - Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико–математических наук

Бишкек – 2017

Работа выполнена в Жалал-Абадском государственном **у**ниверситете.

Научный консультант: доктор физико-математических наук,
профессор **Алыбаев К.С.**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор, академик НАН РК **Отелбаев М.О.**

доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент НАН КР
Алымкулов К.

доктор физико-математических наук,
доцент **Джураев А.М.**

Ведущая организация: Ошский технологический университет им. М.М.Адышева
Адрес: г. Ош, ул. Исанова 81.

Защита диссертации состоится «12» декабря 2017 г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 01.17.560 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико–математических наук при Институте математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдымомунова 328, лабораторный корпус № 6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН КР, Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а.

Автореферат разослан “___” _____________2017 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета, д.ф.-м.н., профессор Байзаков А.Б.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Мы будем использовать следующие обозначения: ДУ - дифференциальное уравнение; ОДУ - обыкновенное ДУ; ДУЧП - ДУ с частными производными; …-*R*, -*C* - … с вещественным (соответственно комплексным) аргументом; СВ… - сингулярно возмущенное … (с малым параметром $\varepsilon > 0$) ; выражение «по ε» будет обозначать, как принято в теории возмущений, «при $\varepsilon \to 0$». $t = t_1 + it_2$ – комплексная переменная, где $t_1 = Re\, t,\ t_2 = Im\, t$ – действительные переменные.

Исследование многих физических, механических и других явлений в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике приводится к системам СВДУ.

В начале XX века появились первые работы, посвященные линейным СВОДУ-*R*. Начиная с 50-х годов, прошлого столетия, ведется систематическое исследование СВОДУ-*R*, позже началось исследование СВДУЧП-*R*. Мы ограничимся начальными задачами для таких уравнений.

А.Н. Тихонов впервые нашел достаточные условия и формулировку сходимости решений СВОДУ-*R* по ε. Л.С.Понтрягин, Е.Ф.Мищенко, Н.Х. Розов обнаружили явление срыва решений систем СВОДУ-*R* по ε. А.Б.Васильева, В.Ф.Бутузов, М.И.Иманалиев построили асимптотическое разложение решений СВОДУ-*R* по ε при дополнительных условиях гладкости заданных функций, М.И.Иманалиев перенес такие результаты на уравнения с интегральными членами. С.А.Ломов систематизировал этот метод при помощи «перехода в пространство большей размерности». К.Алымкулов перенес такие результаты на уравнения с точками поворота. К.Какишов распространил их на случай разрывных решений вырожденного уравнения. М. И. Вишик и Л.А. Люстерник получили аналогичные результаты для СВДЧП-*R*. М.И.Иманалиев, П.С.Панков, Г.М.Кененбаева систематизировали поиск новых явлений для СВОДУ-*R* по ε.

Применительно к тематике настоящей работы, Л.С.Понтрягин обнаружил явление затягивания - задержки ухода траекторий системы СВОДУ-*R* по ε от положения равновесия системы быстрых движений, М.А.Шишкова построила конкретный пример такой системы. С.Каримов, М.А.Азимбаев, Г.М.Анарбаева расширили этот результат на более широкие классы СВОДУ-*R*, А.И.Нейштадт - на более широкие предположения о поведении собственных значений, Д.А.Турсунов - на СВДЧП-*R*. К.С. Алыбаев с помощью перехода от СВОДУ-*R* к СВОДУ-*C* и метода линий уровня получил значительно более общие результаты. Совместно с М.Р. Нарбаевым он в комплексной области изменения аргумента обнаружил кривую в форме петли, определяющую область затягивания потери устойчивости на вещественной оси. Она была названа «простирающийся пограничный слой» и доказано, что решения рассматриваемых СВОДУ-*C* вдоль таких линий остаются ограниченными по модулю, и не стремятся к решению вырожденного уравнения по ε.

Для определенности такие линии называются погранслойными линиями (ПСЛ).

Исследование существования погранслойных линий для общего случая не проводились. Не рассматривался вопрос о взаимосвязи явления затягивания потери устойчивости и погранслойных линий. Следовательно, решение упомянутых и других задач является актуальной задачей и составляет основное содержание данной работы.

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими работами:

Диссертация выполнялась в связи с тематикой научных исследований кафедры «Высшая математика и технология обучения математики» Жалал-Абадского государственного университета.

Цели исследования.

1. Ввести соответствующие определения ПСЛ и других понятий, связанных с ними.
2. Снять ограничения на правые части рассматриваемых СВОДУ, ранее наложенные для аналогичных классов уравнений.
3. Для общего случая доказать существование ПСЛ с минимальными ограничениями на исходные данные.
4. Установить взаимосвязь ранее полученных явлений с ПСЛ и другими понятиями для СВОДУ-*C* с аналитическими функциями.
5. Выявить новые явления на основе вводимых новых понятий.

Методика исследования.

1. Топологические методы определения областей устойчивости и неустойчивости решений СВОДУ-*C*, основанные на свойствах гармонических функций.
2. Понятие римановой поверхности.
3. Метод равномерного спуска (подъема), специально разработанный для доказательства существования ПСЛ решений СВОДУ-*C*.
4. Метод конформного отображения ПСЛ.
5. Метод характеризующих функций и функций амплитудных скоростей для коэффициентов в СВОДУ-*C*.
6. Метод последовательных приближений для доказательства существования решений.

7. Метод интегральных уравнений с выбором путей интегрирования, интегрирование по частям.

8. Метод приближенных вычислений.

9. Обобщение и использование многочлена Лагранжа.

Научная новизна работы

1. Введены новые понятия: пограничные области, погранслойные линии, регулярные и сингулярные области, промежуточные пограничные области и промежуточные погранслойные линии СВОДУ-*C* с аналитическими функциями.

2. Показано, что существование погранслойных линий является специфическим свойством СВОДУ-*C* с аналитическими функциями.

3. Найдены различные формы погранслойных линий и установлена зависимость погранслойных линий от начальных значений независимой переменной.

4. Обнаружено новое явление - простирающиеся до бесконечности пограничные области.

5. Разработан метод равномерного спуска (подъема).

6. Сформулированы широкие достаточные условия возникновения явления затягивания потери устойчивости, являющиеся обобщением ранее полученных другими авторами результатов.

7. Обобщен многочлен Лагранжа. С помощью многочлена Лагранжа и обобщенного многочлена Лагранжа доказано существование погранслойных линий, проходящих через заданные точки и имеющих в них ветвления.

8. Найдены достаточные условия существования промежуточных пограничных областей и промежуточных погранслойных линий для решений СВОДУ-С с аналитическими функциями второго порядка.

Теоретическая и практическая ценность.

В работе введены новые понятия: пограничная область, погранслойная линия и регулярные, сингулярные области для решений СВОДУ-*C* с аналитическими функциями.

Доказано существование таких линий и областей, что они являются специфическими свойствами таких уравнений, в том числе на римановых поверхностях. Построенное обобщение многочлена Лагранжа может использоваться и для доказательства существования других объектов с заданными свойствами. Разработанные в диссертации методы и алгоритмы могут быть применены в дальнейших исследованиях для вычисления асимптотики решения СВОДУ на погранслойных линиях и построения регулярных и сингулярных областей.

Практическая ценность диссертационного исследования состоит в том, что полученные результаты могут быть применены в теории возмущений, колебаний, теории автоматического регулирования, управления, электротехнике, радиотехнике и в других отраслях науки. Результаты также могут быть использованы при чтении лекционных курсов по теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений, специальным курсам для подготовки бакалавров и магистров по направлениям «Математика», «Прикладная математика и информатика», кроме того, специалистам в области математики для решений других теоретических задач, связанных с качественной теорией СВОДУ.

Основные положения, выносимые на защиту.

Новые понятия, необходимые для систематического исследования асимптотической структуры решений СВОДУ-С с аналитическими функциями: пограничные области, погранслойные линии, регулярные и сингулярные области.

Возникновение погранслойных линий для широких классов СВОДУ-С с аналитическими функциями.

Зависимость погранслойных линий от начальных значений аргумента.

Новое явление - пограничные области, простирающиеся до бесконечности.

Новый метод равномерного спуска (подъема).

Широкие достаточные условия возникновения явления затягивания потери устойчивости, являющиеся обобщением ранее полученных другими авторами результатов.

Существование погранслойных линий решений СВОДУ-С, проходящих через заданные точки и имеющих в них ветвления.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях.

- на семинаре кафедры алгебры и анализа Жалал-Абадского государственного университета под руководством профессора К.С.Алыбаева (г. Жалал-Абад, 2012-2015 гг.);
- на межрегиональном семинаре математиков южного Кыргызстана «Актуальные проблемы математики и информатики» под руководством члена-корр. НАН КР, профессора К.Алымкулова (г. Ош, 2013-2017 гг.);
- на семинаре Института математики НАН КР под руководством академика А.А.Борубаева (г. Бишкек, 2017 г.);
- на IV международной научной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященной 80-летию академика М.И.Иманалиева (с. Бозтери, сентябрь, 2011 г.);

- на II международной научной конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», посвященной 20-летию образования КРСУ и 100-летию основателя математической школы в Кыргызстане профессора Я.В.Быкова (с.Булан-Соготту, сентябрь, 2013 г.) [5, 26];
- на V конгрессе всемирного математического общества тюркоязычных стран (с. Булан-Соготту, Кыргызстан, июнь, 2014 г.) [27-28];
- на Иссык-Кульском международном математическом форуме (с. Бозтери, Кыргызстан, июнь, 2015 г.) [29];
- на V международной научной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященной 85-летию академика М.И.Иманалиева (г. Бишкек, сентябрь, 2016 г.) [30-31];
- на международной научной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова (г. Бишкек, Кыргызстан, октябрь, 2016 г.) [22];
- на международной научно-практической конференции «Инновации в науке» (г. Новосибирск, Россия, июль, 2016 г.) [15-16];
- на международной научно-практической конференции «Инновации в современном мире» (г. Москва, Россия, сентябрь, 2016 г.) [18-19];
- на международной научно-практической конференции «Естественные и математические науки» (г. Новосибирск, Россия, октябрь, 2016 г.) [13-14];
- на международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений», приуроченной к 70-летию профессора А.Керимбекова (г.Бишкек-Чолпон-Ата, Кыргызстан, июнь, 2017 г.) [32-33].

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в 25 статьях [1-25], из них - 12 работ в соавторстве. Во всех этих работах соавторам принадлежит постановка задач, а автору - их решение. Всего опубликовано 20 работ в системе РИНЦ: из них в РИНЦ Кыргызстана – 12; в РИНЦ России – 8. В рекомендованных ВАК КР – 4; в других изданиях – 1 работа. Также опубликованы 8 тезисов докладов международных конференций. В принятой ВАК КР шкале подсчета баллов по результатом публикаций набрано - 430 баллов.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из оглавления, списка условных обозначений и определений, понятий и использованных кратких математических записей, сокращений, введения и пяти глав, которые разбиты на параграфы, выводов, списка использованных источников из 109 наименований и приложения - текста программы на языке pascal и результатов расчета контрольного примера. Общий объем диссертации 218 страниц машинописного текста. Всего в работе 54 рисунка. Нумерация рисунков двойная, первая указывает главу, вторая - номер рисунка. Нумерация глав - сквозная, а номер параграфа состоит из двух цифр, отделенных точкой. Первая цифра означает номер главы, а вторая - номер параграфа.

Нумерация теорем, лемм и формул - тройная. Первая цифра означает номер главы, вторая - номер параграфа, а третья - номер теоремы, леммы, формулы. Ряд параграфов разделены на подпункты. Нумерация подпунктов тройная: первая указывает на номер главы, вторая на параграф, а третья означает номер подпункта.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе дается краткий обзор ранних работ по сингулярно возмущенным уравнениям, имеющих взаимосвязь с данной работой, также помещены некоторые материалы, используемые далее и краткое содержание работы. Первая глава состоит из четырех параграфов.

Первый параграф охватывает материалы исследований о предельном переходе, асимптотическим разложением решений по малому параметру, релаксационные колебания.

Во втором параграфе излагаются сведения о явлениях, обнаруженных в теории СВОДУ.

В третьем параграфе рассматриваются обобщения метода погранфункций для бисингулярных уравнений, классический метод погранфункций применяется для построения асимптотики решения, при нарушении экспоненциальной асимптотической устойчивости решения уравнения по быстрой переменной, т.е. при нарушении условия теоремы Тихонова.

Четвертый параграф содержит материалы, касающиеся свойств гармонических функций, которые будут использованы в данной работе.

Во второй главе вводятся понятия погранслойной линии, пограничной области, регулярной и сингулярной области, и для линейных СВОДУ доказывается существование перечисленных понятий.

Вторая глава состоит из четырех параграфов. В первом параграфе производится постановка задачи.

Рассматривается линейное неоднородное СВОДУ-*C:*

$$\varepsilon\, z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon) + f(t), t \in \Omega,\ a(t), f(t) \in Q(\Omega), \tag{1}$$

и линейное однородное СВОДУ-*C:*

$$\varepsilon\, z'(t,\varepsilon) = a(t)z(t,\varepsilon), t \in \Omega,\ a(t) \in Q(\Omega), a(t) \not\equiv 0 \tag{2}$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0, \tag{3}$$

где t_0 − внутренняя точка области $\Omega, z^0 \in \mathrm{C}$.

Пусть при определенных требованиях на правую часть уравнения (1) существует решение $z(t,\varepsilon)$ задачи (1)-(3), принадлежащее $Q(\Omega_1)$ ($\Omega_1 \subset \Omega$) по первому аргументу и непрерывное по второму аргументу.

Вводятся следующие определения. Пусть задано множество $\Omega_0 \subset C$.

Определение 1. Если

1. $\forall\, t \in \Omega_0$ ($|z(t,\varepsilon)|$ − ограничено по ε);
2. $\forall\, t \in \Omega_0$ $\left(\lim\limits_{\varepsilon\to 0} z(t,\varepsilon) \text{ − не существует }\right)$.

то множество Ω_0 называется погранслойным множеством, а точки, принадлежащие ему, - пограничными точками.

Определение 2. Точки, для которых $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}|z(t,\varepsilon)|$ существует, называются регулярными точками.

Определение 3. Множество, состоящее только из регулярных точек, называются регулярным множеством. Регулярные множества обозначаются символом Ω_r.

Определение 4. Точки, для которых при каком-нибудь начальном значении z_0 функция $|z(t,\varepsilon)|$ не ограничена по ε, называются сингулярными.

Определение 5. Любое множество сингулярных точек называется сингулярным множеством. Сингулярные множества обозначаются символом Ω_s.

Определение 6. Погранслойное множество, являющееся непрерывным, локально-взаимно однозначным образом отрезка, называется погранслойной линией (ПСЛ). ПСЛ, проходящая через точку t_0, обозначается символом $(L_0(t_0))$.

Определение 7. Для погранслойной точки $t_1 \in \boldsymbol{C}$ число $\theta \in \boldsymbol{C}$, $|\theta|=1$ называется погранслойным направлением, если для $\forall \sigma>0$ существует такое малое $\delta>0$, что множество $\{t \in \boldsymbol{C} \mid |Arg(t-t_1) - Arg\theta| <\sigma, \ |t-t_1| =\delta\}$ содержит погранслойные точки.

Решение задачи (2)-(3) можно представить в виде

$$z(t,\varepsilon) = z^0 exp\frac{ReF(t)}{\varepsilon}(\cos\frac{ImF(t)}{\varepsilon} + i\,sin\frac{ImF(t)}{\varepsilon}),\ F(t) = \int_{t_0}^{t} a(\tau)d\tau.$$

Определение 8. Функция $Re\,F(t)$ называется характеризующей функцией (ХФ).

Определение 9. Функция $V(t,\varepsilon) = exp\frac{Re\,F(t)}{\varepsilon}$ называется функцией амплитудной скорости (АСФ).

Во втором параграфе рассматривается взаимосвязь погранслойных линий и регулярных, сингулярных областей. Доказывается существование погранслойных направлений.

В силу условия $a(t)\neq 0$, существует такое целое неотрицательное n, что

$$a(t) = (t - t_0)^n \ a_n(t), a_n(t) \in Q(\Omega), a_n(t_0) \neq 0. \quad (4)$$

После преобразований и подстановок (1) принимает вид

$$\varepsilon W_\omega'(s,\varepsilon) = \omega^{n+1} a_n(t_0 + \omega s) s^n W(s,\varepsilon) + \omega F_\omega(s), \ s \in R_+. \quad (5)$$

Выбирая $\omega=\omega_0$ (самое меньшее двумя способами) так, чтобы было $Re\ (\omega_0^{n+1}\ a_n(t_0)) = 0$, получаем погранслойное направление.

Поскольку вдоль ПСЛ решение уравнения имеет быстрые колебания, для уравнения (2) вводится функция $U(s,\varepsilon) = \ z(T(s),\varepsilon)\big(z(T(s),\varepsilon)\big)^*, s \in \boldsymbol{R}_+$. с целью – так подобрать функцию $T(s)$ $(T(0)=0)$, чтобы было $U'(s,\varepsilon) \equiv 0$.

Таким путем получено уравнение ПСЛ в дифференциальной форме

$Re(a(T(s))\ T'\ (s)= 0$ и в интегральной форме $\int_0^T A(\tau)d\tau = \pm is, s \in R_+$.

Построены алгоритмы приближенного решения уравнений для ПСЛ. Составлена программа на языке pascal. Доказаны теоремы о разрешимости уравнений ПСЛ. Получена асимптотика решений СВОДУ на ПСЛ.

В третьем параграфе обобщено понятие многочлена Лагранжа - с заданными значениями функций и производных, с его помощью построены ПСЛ, удовлетворяющие условиям прохождения через заданные точки и ветвления.

Теорема 1. Для любого набора различных точек $\{z_k\colon k = 1..n\}$, $n \geq 1$, существует такой многочлен $a(t)$, что ПСЛ решения задачи (2)–(3) проходят через все эти точки.

Теорема 2. Для любого набора различных точек $\{t_k\colon k = 1..n\}$, $n \geq 2$, и чисел $\{\alpha_k\colon k = 1..n\}, \{\beta_k\colon k = 1..n\}$ существует такой многочлен $D_n(t)$, что $D_n(t_k) = \ \alpha_k,\ D_n'(t_k) = \ \beta_k, k = 1..n$.

Теорема 3. Для любого набора различных точек $\{z_k\colon\ k = 1..n\}$, $n \geq 1$, существует такой многочлен $a(t)$, что ПСЛ решения задачи (2)–(3) проходят через все эти точки и во всех этих точках имеет место ветвление.

Третья глава состоит из девяти параграфов.

В первом параграфе вводится понятие: функция распределенной амплитудной скорости и с использованием ХФ и АСФ для СВОДУ вычислены ПСЛ и построены пограничные области, регулярные и сингулярные области.

Также вводятся определения: простирающиеся пограничные области, переходные области. Существование всех вводимых понятий подтверждено примерами.

Во втором параграфе в топологической части с использованием характеризующих функций построены области, где рассматриваются заданные СВОДУ-*C*. Условие для всей главы: U2. $\forall\, t \in \Omega\ (a(t) \neq 0)$.

Для функции *F(t),* определенной в параграфе 2,1, обозначены ХФ $Re\, F(t) = F_1(t_1, t_2)$, $\mathcal{J}m\, F(t) = F_2(t_1, t_2)$.

В силу условия U2 область Ω полностью покрывается сетью взаимно ортогональных линий уровней функций $F_k(t_1, t_2)(k = 1, 2)$. Через произвольную точку в Ω проходит единственная линия уровня функции $F_k(t_1, t_2)$.

Лемма 1. $\forall\, t \in \Omega\left(\frac{\partial F_1}{\partial t_1} \neq 0 \vee \frac{\partial F_1}{\partial t_2} \neq 0\right) \wedge \left(\frac{\partial F_2}{\partial t_2} \neq 0 \vee \frac{\partial F_2}{\partial t_1} \neq 0\right)$.

Лемма 2. Функция $F_1(t_1, t_2)$ строго монотонна вдоль линии уровня функции $F_2(t_1, t_2)$, а функция $F_2(t_1, t_2)$ строго монотонна вдоль линии уровня функции $F_1(t_1, t_2)$.

Построена решетка линий уровня $\Omega_0(t_0)$, которая линией уровня $L_0(t_0)$ разделяется на две части Ω_1 и Ω_2.

Лемма 3. $\forall t \in \Omega_1\ (F_1(t_1, t_2) > 0\ \vee F_1(t_1, t_2) < 0)$.

В третьем параграфе в аналитической части данной главы содержатся доказательства: существования и единственности решений начальных задач для СВОДУ-*C*, существования ПСЛ, построения регулярных и сингулярных областей. Приведен пример ПСЛ на римановой поверхности.

Для АСФ $V(t, \varepsilon) = exp\frac{Re\, F(t)}{\varepsilon}$ функция $V(\tau, \varepsilon)$ рассматривается на неко-торой ориентированной кривой $p(t_0, t)$, соединяющей точки t_0 и $t \in \Omega$. Отношение $\frac{V(t,\varepsilon)}{V(\tau,\varepsilon)} = exp\frac{Re\, F(t) - Re\, F(\tau)}{\varepsilon}$ названо относительной амплитудной скоростью (ОАСФ).

Теорема 4. Если 1) существует путь $p(t_0, t)$, соединяющий точки t_0 и $t \in \Omega$ ($t -$ произвольная точка области Ω) и он представляется параметрически $t = \varphi(\sigma), 0 \leq \sigma \leq \tilde{\sigma}$, причем $\varphi(0) = t_0, \varphi(\tilde{\sigma}) = t$ и $\forall \sigma_1, \sigma_2 \in [0, \tilde{\sigma}]$ и $\sigma_1 \neq \sigma_2 (\varphi(\sigma_1) \neq \varphi(\sigma_2))$ и 2) $\forall t \in \Omega\ F_1(\varphi(\sigma))' < 0$ или $F_1(t) \equiv const$, то $\forall\, t \in \Omega\ (F_1(t) < 0)$ и $\frac{V(t)}{V(\tau)}$ ограничена по ε.

Один из примеров. Пусть $a(t) = \frac{2}{t}$, $t \in \Omega \equiv C\backslash\{0\}$, $t_0 \in \Omega$.
Здесь $F(t) = 2\, Ln\frac{t}{t_0} = 2\ (\ln\left|\frac{t}{t_0}\right| + i\, Arg\frac{t}{t_0})$. Отсюда $Re\, F(t) = ln\frac{t_1^2 + t_2^2}{t_{10}^2 + t_{20}^2}$.
Окружность с центром в точке (0; 0) и радиуса $r = \sqrt{t_{10}^2 + t_{20}^2}$ будет ПСЛ.

$z(t,\varepsilon) = z^0 \exp\left(\frac{2}{\varepsilon}\, i\, Arg\frac{t}{t_0}\right)$. Движение по окружности ПСЛ переводит в другие листы римановой поверхности. В данном случае РО будет многолистной областью $|z| < |z_0|$, СО будет многолистной областью $|z| > |z_0|$.

Для задачи (1)-(3) получено следующее асимптотическое представление при $t \in L_0(t_0) \subset \Omega_0(t_0)$:

$$z(t,\varepsilon) = \left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)\exp\frac{i\,F_{21}(t_1)}{\varepsilon} + f_{12}(t_1) + O(\varepsilon),$$

где $f_{12}(t_1) \equiv \frac{if_{11}(t_1)}{F'_{21}(t_1)}$. Отсюда следует, что для любого $t \in L_0(t)$ предел $\lim_{\varepsilon\to 0} z(t,\varepsilon)$ не существует, но $|z(t,\varepsilon|$ – ограничена.

Далее, доказано, что для любой такой точки существуют ее окрестности, содержащие как регулярные, так и сингулярные точки, принадлежащие $\Omega_0(t_0)$.

Рассмотрена зависимость ПСЛ от начального значения аргумента и ее формы.

В четвертом параграфе получено асимптотическое представление решения задачи для общего линейного СВОДУ-C (1)-(3).

Для $t \in \Omega_1$ $\quad z(t,\varepsilon) = \left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)exp\frac{F(t)}{\varepsilon} + f_{22}(t_2) + O(\varepsilon),$

где $f_{22}(\tilde{t}_2) = -\frac{f(t)}{a(\tilde{t})}$. Здесь решение задачи стремится к решению вырожденного уравнения.

Для $t \in \Omega_2$ $z(t,\varepsilon) = exp\frac{F_{12}(t_2)}{\varepsilon}\left[\left(z^0 - f_{12}(t_0)\right)\exp\frac{i\tilde{L}_2}{\varepsilon} + f_{22}(t_2) + O(\varepsilon)\right].$

Отсюда имеем $z(t,\varepsilon) \to \infty$ по ε.

В пятом параграфе доказывается существование ПСЛ, регулярных, сингулярных областей для общего слабо нелинейного СВОДУ-C

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = a(t)\, z(t,\varepsilon) + \varepsilon g\left(t, z(t,\varepsilon)\right),\ t \in \Omega \subset C \qquad (6)$$

с начальным условием (3), если

U2 $\forall t \in \Omega\, (a(t) \neq 0)$.

U3 $g(t,z) \in Q(H), H = \{(t,\ z) | t \in \Omega, |z| \leq \delta > 0\}$.

U4 $\forall \tilde{z}, \tilde{\tilde{z}} \in \{|z| \leq \delta\}(\left|g(t,\tilde{z}) - g(t,\tilde{\tilde{z}})\right| \leq M\left|\tilde{z} - \tilde{\tilde{z}}\right|, 0 < M - const)$.

Теорема 5. Если выполняются условия U2–U4, то $\forall t \in L_0(t_0)$ Решение задачи (6)–(3) $z(t,\varepsilon)$ существует; $|z(t,\varepsilon)|$ – ограничена.

Теорема доказывается методом последовательных приближений.

Теорема 6. Если выполняются условия U2–U4, то $\forall\tilde{t} \in L_0(t_0)$ существуют ее окрестности, содержащие так регулярные, так и сингулярные точки.

В шестом параграфе с применением конформного отображения заданные СВОДУ приводятся к более простому виду и доказана теорема существования погранслойной линии.

Теорема 7. Если выполняются условия U2-U3, то отображение, осуществляемое гармонической парой $F_k(t_1,\ t_2)(k=1,2)$ и уравнениями

$$F_k(t_1,\ t_2) = \mathrm{u}_k, \tag{7}$$

конформно и оно отображает РЛУ $\Omega_0(t_0)$ в некоторый прямоугольник Π_0 плоскости переменных U_k $(k=1,2)$.

Для доказательства используется тот факт, что якобиан Δ отображения (7) отличен от нуля:

$$\Delta=\begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial t_1} & \frac{\partial F_1}{\partial t_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial t_1} & \frac{\partial F_2}{\partial t_2} \end{vmatrix} = \frac{\partial F_1}{\partial t_1}\frac{\partial F_2}{\partial t_2} - \frac{\partial F_2}{\partial t_1}\frac{\partial F_1}{\partial t_2} = \left(\frac{\partial F_1}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_1}{\partial t_2}\right)^2 = |a(t)|^2 \neq 0.$$

В седьмом параграфе разработан метод равномерного спуска (подъема) построения погранслойных линий и регулярных, сингулярных областей для СВОДУ с аналитическими функциями.

Теорема 8. Пусть выполняется условие U2. Тогда существует кривая $\left(k(t_0,\tilde{t})\right)$, определяемая уравнением $F_1(t_1,t_2) = \tilde{a}t_1 + \tilde{b}$, где $\tilde{a}$ и $\tilde{b}$ зависят от $t_0, \tilde{t}$, на которой функция $F_1(t_1,t_2)$ строго монотонна.

В восьмом параграфе исследуется асимптотическое поведение решений СВОДУ-C первого порядка с использованием разработанного метода равномерного спуска (подъема).

Теорема 9. Пусть выполняются условия U2-U4. Тогда $\forall t \in \Omega_1$ решение задачи (6)–(3) существует, единственно и ограничено.

Подтверждается, что асимптотическое поведение решений начальных задач для СВОДУ-C с аналитическими функциями характеризуется некоторыми линиями в области изменения аргумента.

Четвертая глава посвящена исследованию связи явления затягивания потери устойчивости и пограничных областей, погранслойных линий и регулярных, сингулярных областей и состоит из шести параграфов.

В первом параграфе дается краткий обзор явления затягивания потери устойчивости, вводится понятие: область притяжения неустойчивой точки покоя и сформулирована постановка задачи.

Пусть выполняются следующие условия

U1 $Re\, a(t) < 0$ при $t_0 \le t < T_0; Re\, a(T_0) = 0;\ Re\, a(t) > 0$ при $T_0 < t \le T$.

U2 $a(t), f(t) \epsilon\, Q(\Omega), [t_0, T] \subset \Omega$.
U3 $\forall t \epsilon \Omega\ (\mathcal{J}m\, a(t) \neq 0)$.

Вырожденное уравнение, соответствующее (1), имеет точку покоя

$$\mathfrak{z}_0(t) = -\frac{f(t)}{a(t)}, \quad (8)$$

устойчивую на интервале $[t_0, T_0)$ и неустойчивую на интервале $[\,T_0, T)$.

Во втором параграфе в топологической части приводятся некоторые примеры для определения устойчивых и не устойчивых интервалов точки покоя и область притяжения неустойчивой точки покоя.

Лемма 3. Пусть выполняются условия U1–U3, тогда существуют точки $(t_{01}; 0), (T_{01}; 0)(t_0 \leq t_{01} < T_0 < T_{01} \leq T)$ и линия уровня (L_0), соединяющая эти точки.

Область, ограниченную отрезком $[t_0, T]$ действительной оси и экстремальной из таких линий уровня (L_{00}), обозначим $\Omega_0 \subset \Omega$.

В третьем параграфе сформулированы достаточные условия существования области притяжения и доказана соответствующая

Теорема 10. Пусть выполняются условия U1–U3. Тогда для решения задачи (1)–(3) существует область притяжения $\Omega_{02} \subset \Omega_0$.

В четвертом параграфе на основе сравнения результатов, полученных в Главе 3 и в § 4.3, устанавливается связь между явлением затягивания потери устойчивости и пограничными областями, ПСЛ, регулярными и сингулярными областями. Результаты этого параграфа обобщают все ранее полученные результаты в данном направлении.

Для асимптотического представления решения задачи в области Ω_0 эта область разделена на две части линией уровня

$$(L_{01}) = \{t \in \Omega_0 \mid Re\, F(t) = -\varepsilon\, ln\varepsilon\}.$$

Часть, ограниченная линиями уровня (L_{00}) и (L_{01}) и отрезками действительной оси, заключенными между (L_{00}) и (L_{01}), обозначена Ω_{01}, а оставшаяся часть Ω_0 обозначена Ω_{02}.

Результаты сравнения показывают, что задачи на ПСЛ, регулярные и сингулярные области являются более общими по сравнению с задачами на затягивание потери устойчивости.

В пятом параграфе приводятся примеры простирающихся пограничных областей до бесконечности. Произвольные точки погранслойных линий являются внутренними точками пограничных областей.

Как показывают проведенные исследования, существует погранслойная линия, проходящая через начальную точку t_0 и эта линия окружена погранслойной областью. Погранслойная область простирается вдоль погранслойной линии и названа простирающимся пограничным слоем. Этот слой в зависимости от t_0 может простираться до бесконечности.

Пятая глава состоит из пяти параграфов и объектом исследования данной главы являются линейные СВОДУ второго порядка.

В первом параграфе вводятся понятия: погранслойные и промежуточные области (линии), регулярные и сингулярные области для СВОДУ-C второго порядка и предлагается постановка задачи.

Исследуются линейные СВОДУ-C второго порядка

$$\varepsilon z'(t,\varepsilon) = A(t)z(t,\varepsilon) + f(t),\ t \in \Omega \subset C \tag{9}$$

с начальным условием

$$z(t_0,\varepsilon) = z^0 = colon\,(z^0{}_1, z^0{}_2), \tag{10}$$

где $t_0 \in \Omega \subset C$, $\quad A(t) = (a_{mk}(t): m,k = 1,2)$,

$$z(t,\varepsilon) = colon\,\big(z_1(t,\varepsilon), z_2(t,\varepsilon)\big), \quad f(t) = colon\big(f_1(t), f_2(t)\big).$$

Пусть выполняются следующие условия:

U1. $a_{mk}(t) \in Q(\Omega),\ f_m(t) \in Q(\Omega)$.

U2. Матрица-функция $A(t)$ имеет различные для всех значений t собственные значения $\lambda_1(t),\ \lambda_2(t)$.

U3. $\forall\, t \in \Omega\,(det\ A(t) \neq 0)$.

Обозначим $U(t,\varepsilon) := ||z(t,\varepsilon)||$ (одна из норм в C^2).

Следующие определения несколько отличаются от определений Главы 2 в силу специфики векторного случая.

Определение 10. Если $U(t,\varepsilon)$ не ограничено по ε, то точка $t\in\Omega$ называется сингулярной для задачи (9)–(10).

Определение 11. Если $U(t,\varepsilon)$ ограничено, но не стремится к нулю по ε, то точка $t\in\Omega$ называется «промежуточной» для задачи (9)–(10).

Определение 12. Если $U(t,\varepsilon)\to 0$ по ε, то точка $t\in\Omega$ называется регулярной для задачи (9)–(10).

Определение 13. Точка, в любой окрестности которой существуют как регулярные, так и нерегулярные точки, называется погранслойной точкой.

Примечание. Данные определения введены, потому что в двумерном случае, в отличие от одномерного, есть различия между «промежуточными» и погранслойными точками.

Определение 14. Любое множество промежуточных точек, в любой окрестности которых существуют только нерегулярные (сингулярные) точки, называется промежуточным множеством.

Определение 15. Любое множество промежуточных точек, в любой окрестности которых существуют регулярные так и сингулярные точки, называется погранслойным множеством.

Определение 16. Промежуточное (погранслойное) множество, являющееся непрерывным, локально взаимно-однозначным образом отрезка, называется промежуточной (погранслойной) линией.

Определение 17. Для промежуточной (погранслойной) точки $t_1 \in \Omega$ число $\theta \in \Theta_1$ называется промежуточным (погранслойным) направлением, если для любого малого $\sigma > 0$ существует такое малое $\delta > 0$, что множество

$$\{t \in \Omega \mid |Arg(t - t_1) - Arg\theta| < \sigma, |t - t_1| = \delta\}$$

содержит промежуточные (погранслойные) точки.

Определение 18. Если в промежуточной (погранслойной) точке имеются два промежуточных (погранслойных) направления, составляющие угол, отличный от 180^0, то она называется точкой ветвления. Количество таких направлений, каждое из которых составляет угол, отличный от 180^0, с каким-либо другим направлением, будем называть количественным показателем ветвления.

Приведены примеры, разъясняющие особенности СВОДУ второго порядка по сравнению с СВОДУ первого порядка.

Во втором параграфе определены понятия ХФ, АСФ и смежных областей. Приведены примеры на ХФ и АСФ. В отличие от введенных в главе 3 ХФ и АСФ в данном параграфе ХФ и АСФ определяются как векторные функции.

Здесь для вычисления ПСЛ получить общее уравнение вида $\int_{t_0}^{t} Re\, a(\tau)d\tau = 0$, как было в одномерных СВОДУ, не удается. Поэтому обобщены понятия ХФ и АСФ. Вектор-функция $F_1(t) := (Re \int_{t_0}^{t} \lambda_1(\tau)d\tau : k = 1, 2)$ названа ХФ. Вектор-функция $V(t, \varepsilon) := \left(\exp\frac{F_{11}(t)}{\varepsilon}, \exp\frac{F_{12}(t)}{\varepsilon}\right)$ названа АСФ.

В третьем параграфе исследована линейная СВОДУ второго порядка, у которой матрица-функция при неизвестной функции имеет постоянные собственные значения. Для выбора путей интегрирования и оценки решений СВОДУ вводится понятие функции относительной амплитудной скорости. Решаются задачи методом равномерного спуска. Для решения поставленной задачи применяется ХФ и АСФ.

В четвертом параграфе рассматривается линейная СВОДУ, у которой матрица-функция имеет линейные собственные значения (линейные функции относительно независимой переменной). Приведены примеры и доказано существование ПСЛ.

В пятом параграфе с использованием решетки линий уровня и метода равномерного спуска доказывается существования погранслойных линий в общем случае. Приводятся примеры на построение решетки различных форм.

Найдены достаточные условия существования промежуточных пограничных областей и промежуточных погранслойных линий.

ВЫВОДЫ

В диссертационной работе получены следующие основные результаты:

1. Введены новые понятия: погранслойные области, погранслойные линии, промежуточные погранслойные линии и регулярные, сингулярные области для СВОДУ-*С* с аналитическими функциями.
2. Доказано, что существование погранслойных линий является специфическим свойством СВОДУ-*С* с аналитическими функциями.
3. Для вычисления погранслойных и других областей введены понятия характеризующая функция, функция амплитудной скорости и функция относительной амплитудной скорости.
4. Введено понятие решетки линий уровня и приведены примеры для построения решеток различных форм.
5. Применяя характеризующие функции, амплитудную скорость и топологические методы, выведено уравнение и разработан метод вычисления погранслойных линий и построения регулярных, сингулярных областей для СВОДУ-*С* с аналитическими функциями.
6. Обобщен и применен для построения погранслойных линий многочлен Лагранжа.
7. Введены понятия: простирающиеся пограничные слои, переходные слои пограничной области.
8. Разработан метод равномерного спуска (подъема) для исследования асимптотического поведения решений СВОДУ-*С* с аналитическими функциями.
9. Исследована взаимосвязь между явлением потери устойчивости и погранслойных областей, регулярных, сингулярных областей для СВОДУ-*С* аналитическими функциями:

   - Для решения этой задачи введены понятия: устойчивые, неустойчивые интервалы и область притяжения неустойчивой точки покоя и доказано существование области притяжения;

   - Далее, сравнением полученных результатов доказано, что задачи на погранслойные линии являются более общими по сравнению с задачами на затягивание потери устойчивости;

   - Обобщены ранее полученные результаты исследований по затягиванию потери устойчивости.

10. Приведены примеры простирающегося пограничного слоя до бесконечности, содержащего в себе погранслойную линию, простирающегося пограничного слоя на римановой поверхности.
11. Составлено уравнение погранслойных линий и показана возможность его приближенного решения.
12. Результаты исследований показывают, что асимптотическое поведение решения СВОДУ-*C* с аналитическими функциями вполне определяется линиями уровня, которые полностью заполняют рассматриваемую комплексную область, и их можно рассматривать как частные случаи линий Стокса.

Автор выражает глубокую признательность и искреннюю благодарность научному консультанту доктору физико-математических наук, профессору **Алыбаеву Курманбеку Сармановичу** за постоянное внимание и полезные советы при обсуждении работы.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия ограниченности интегралов, содержащих большой параметр [Текст] /К.С. Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 140-142.
2. Тампагаров К.Б. Устойчивые и неустойчивые области для сингулярно-возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /М.Р.Нарбаев, А.Талиев, К.Б.Тампагаров// Вестник КНУ им. Ж.Баласагына, Спец. выпуск, 2011. - С. 313-315.
3. Тампагаров К.Б. Метод равномерного спуска (подъема) [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, спец. выпуск, 2012. - С. 44-48.
4. Тампагаров К.Б. Необходимые и достаточные условия устойчивости решений линейных сингулярно-возмущенных уравнений в комплексных областях [Текст] /М.И.Иманалиев, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, Вып. 44. - Бишкек: Илим, 2012. - С. 5-9.
5. Тампагаров К.Б. Существование погранслойных линий для линейных сингулярно-возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы, теории управления, топологии и операторных уравнений: Материалы II-й международной конференции, посвященной 20-летию КРСУ и 100-летию профессора Я.В.Быкова. - Бишкек, 2013. - С. 83-88.
6. Тампагаров К.Б. Явление погранслойных линий и асимптотика решений сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями. [Текст] / П.С. Панков, К.С. Алыбаев, М.Р. Нарбаев, К.Б.Тампагаров// Вестник ОшГУ, 2013. - № 1 (специальный выпуск). – С. 227-231.
7. Тампагаров К.Б. Топология линий уровней гармонических функций [Текст] /К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, № 2 (29). - С.185-189.
8. Тампагаров К.Б. Обоснование метода равномерного спуска для гармонических функций [Текст] /А.Б.Мурзабаева, К.Б.Тампагаров// Вестник ЖАГУ, 2014, №2 (29). - С. 189-191.
9. Тампагаров К.Б. Развитие асимптотических методов для сингулярно возмущенных уравнений при нарушении условия устойчивости [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С.5-10.
10. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций определения пограничных линий регулярных и сингулярных областей для сингулярно воз-

мущенных уравнений. [Текст] /К.Б.Тампагаров // Вестник ОшГУ, 2014, № 3. - С. 67-71.
11. Тампагаров К.Б. Метод характеризующих функций исследования асимптотического поведения решений сингулярно возмущенных уравнений в комплексной плоскости [Текст] /К.Б.Тампагаров// Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям, вып. 47. – Бишкек: Илим, 2014. – С. 98-102.
12. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий с точками ветвления для сингулярно возмущенных линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / П.С.Панков, К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Доклады Национальной академии наук КР, 2015, № 2. - С.15-18.
13. Тампагаров К.Б. Свойства погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст]/ К.Б.Тампагаров //Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIV Международной научно-практической конференции. №7 (42). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 106-112.
14. Тампагаров К.Б. Гладкость погранслойных линий решений сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLIV Международной научно-практической конференции. № 7 (42). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 112-117.
15. Тампагаров К.Б. Ветвление в заданных точках погранслойных линий решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений с полиномиальным коэффициентом [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7 (56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 54-59.
16. Тампагаров К.Б. Классификация погранслойных линий для систем двух сингулярно возмущенных линейных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Инновации в науке: сб. статей по материалам LIX Международной научно-практической конференции. №7(56). - Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 48-53.
17. Тампагаров К.Б. Алгоритм приближенного поиска погранслойных линий сингулярно возмущенных линейных однородных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров //Вестник КРСУ. Серия Естественные и технические науки, 2016, № 5. - С. 3-6.

18. Тампагаров К.Б. Приближенный поиск погранслойных линий для общих сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров //Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Москва, 2016. - С. 15-22.
19. Тампагаров К.Б. Асимптотика решений сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений на погранслойных линиях [Текст] / К.Б. Тампагаров // Научная дискуссия: Инновации в современном мире: сб. статей по материалам LIII международной научно-практической конференции. № 9 (52). Россия, Москва, 2016. - С. 8-15.
20. Тампагаров К.Б. Метод погранслойных линий построения регулярно и сингулярных областей для линейных сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. № 10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 59-66.
21. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для сингулярно и регулярно возмущенных дифференциальных уравнений первого порядка с аналитическими функциями [Текст] /К.Б.Тампагаров // Естественные и математические науки в современном мире: сб. статей по материалам XLVII международной научно-практической конференции. №10 (45). Россия, Новосибирск: СиБАК, 2016. - С. 67-73.
22. Тампагаров К.Б. Погранслойные линии для аналитических функций с малым параметром. [Текст]/К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров//Известия КГТУ им. И.Раззакова. Материалы Международной конференции «Информационные технологии и математическое моделирование в науке, технике и образовании», посвященной 75-летию академика А.Жайнакова. - Бишкек, 2016. - С.21-25.
23. Тампагаров К.Б. Структура области изменения аргумента для аналитических функций с малым параметром [Текст]/К.Б.Тампагаров //Вестник ЖАГУ, 2016, № 1(32). - С. 83-86.
24. Тампагаров К.Б. Формы погранслойных линий для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.Б.Тампагаров // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. Республиканский научно-технический журнал. № 5. - Бишкек, 2017. - С. 121-125.
25. Тампагаров К.Б. Затягивание потери устойчивости и погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст] / К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Наука, новые техно-

логии и инновации Кыргызстана, Республиканский научно-технический журнал, № 5. - Бишкек, 2017. - С.125-130.

Сделаны доклады на международных конференциях с публикацией тезисов:

26. Тампагаров К.Б. Условия существования погранслойной линии линейного обыкновенного сингулярно-возмущенного дифференциального уравнения с аналитическими функциями. [Текст] /К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладов II международной научной конференции, посвященной 20-летию образования КРСУ и 100-летию Я.В.Быкова. – Бишкек, 2013. - С. 70-71.
27. Tampagarov K.B. Characterizing functions and topology of complex domains. [Text]/ K.S.Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A.Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. - P. 65.
28. Tampagarov K.B. On some properties of level lines of harmonic functions. [Text]/A.Myrzabaeva, K.B.Tampagarov// Abstracts of V Congress of the Turkic World Mathematicians (Kyrgyzstan, Bulan-Sogottu, 5-7 June, 2014) / Ed. A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2014. - P. 80.
29. Tampagarov K.B. Criterion of existence of boundary layer lines of regular and singular domains for singularly perturbed equations with analytical functions. [Text] / K.S. Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of the Issyk-Kul International Mathematical Forum (Kyrgyzstan, Bozteri, 24-27 June, 2015) / Ed. by A. Borubaev. – Bishkek: Kyrgyz Mathematical Society, 2015. – P. 32.
30. Tampagarov K.B. Computation of boundary layer functions by means of method of characterizing functions for liner singularly perturbed equations with analytical functions. [Text]/K.B.Tampagarov // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad. A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 21.
31. Tampagarov K.B. Developing of asymptotical methods for singularly perturbed ordinary differential equations with analytical functions [Text]/ K.S. Alybaev, K.B.Tampagarov// Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Acad A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 20.
32. Тампагаров К.Б. Затягивание потери устойчивости и погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.С.Алыбаев, К.Б.Тампагаров// Актуальные проблемы

теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладов III-й международной конференции, приуроченной к 70-летию профессора А.Керимбекова. - Бишкек, 2017. - С. 52.
33. Тампагаров К.Б. Формы погранслойных линий для сингулярно возмущенных уравнений с аналитическими функциями [Текст]/ К.Б.Тампагаров // Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравнений: Тезисы докладов III Международной конференции, приуроченной к 70-летию профессора А.Керимбекова. - Бишкек, 2017. - С.78.

РЕЗЮМЕ

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

«Функциялары аналитикалык болгон сингулярдуу дүүлүккөн кадимки дифференциалдык теңдемелердин теориясында четки катмардык сызыктар» деген темадагы 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин доктору окумуштуулук даражасын алуу үчүн сунушталган диссертация

Урунттуу сөздөр: кадимки дифференциалдык теңдеме, сингулярдуу дүүлүккөн теңдеме, аналитикалык функция, баштапкы маселе, четки катмардык сызык, деңгээл сызыгы

Комплекстүү аймакта, аналитикалык функциялуу, сызыктуу жана начар сызыктуу эмес кадимки дифференциалдык тендемелер жана системалары үчүн төмөнкү жаңы түшүнүктөр киргизилген: четки аймактар, четки катмар сызыктар, регулярдык жана сингулярдык аймактар, четки аралык катмар аймактар: аралык четки катмар сызыктар, деңгээл сызыктарынын торчолору.

Четки катмар сызыктардын түрдүүчө түспөлдөрү табылган жана алардын аргументинин баштапкы маанилеринен көз карандылыгы далилденген.

Чексизге созулган четки катмар аймак экендигинин жаңы кубулушу табылган. Римандык мейкиндикте четки катмарга ээ болгон сызыктуу теңдеменин мисалы келтирилген.

Бир калыптагы түшүү (көтөрүлүү) усулун колдонуу аркылуу, туруктуулуктун бузулушунун узартылышы кубулушунун кеңири жетиштүү шарттары алынган. Алынган шарттар бул мезгилге чейинки авторлор тарабынан алынган жыйынтыктарды жалпылайт.

Лангранждын көп мүчөсүн жана анын жалпыланышын колдонуу аркылуу, берилген чекиттер аркылуу өтүүчү жана ал чекиттерде бутактануучу, четки катмар сызыктардын жашашы далилденген.

Экинчи тартиптеги, аналитикалык функциялуу теңдемелердин системасынын чыгарылыштары үчүн аралык четки катмар аймактардын жана аралык четки катмар сызыктардын жашашынын жетиштүү шарттары келтирилген.

РЕЗЮМЕ

Тампагаров Куштарбек Бекмуратович

Диссертация «Погранслойные линии в теории сингулярно возмущенных обыкновенных дифференциальных уравнений с аналитическими функциями» представлена на соискание ученой степени доктора физико–математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: обыкновенное дифференциальное уравнение, сингулярно возмущенное уравнение, аналитическая функция, начальная задача, погранслойная линия, линия уровня

Для решений начальных задач для сингулярно возмущенных линейных и слабо нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений и систем уравнений в комплексной области с аналитическими функциями введены новые понятия: пограничные области, погранслойные линии, регулярные и сингулярные области, промежуточные пограничные области и промежуточные погранслойные линии, решетки линий уровня.

Найдены различные формы погранслойных линий и установлена зависимость погранслойных линий от начальных значений аргумента.

Обнаружено новое явление - простирающиеся до бесконечности пограничные области.

Построен пример уравнения с погранслойными линиями на римановой поверхности.

С помощью нового метода равномерного спуска (подъема) найдены широкие достаточные условия возникновения явления затягивания потери устойчивости, являющиеся обобщением ранее полученных другими авторами результатов.

С помощью многочлена Лагранжа и обобщенного многочлена Лагранжа доказано существование погранслойных линий, проходящих через заданные точки и имеющих в них ветвления.

Найдены достаточные условия существования промежуточных пограничных областей и промежуточных погранслойных линий для решений систем уравнений второго порядка с аналитическими функциями.

SUMMARY

Tampagarov Kushtarbek Bekmuratovich

Dissertation "Boundary-layer lines in the theory of singularly perturbed ordinary differential equations with analytical functions" submitted for the scientific degree of doctor of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: ordinary differential equation, singularly perturbed equation, analytical function, initial value problem, boundary-layer line, level line

For solutions of initial value problems for singularly perturbed linear and weakly nonlinear ordinary differential equations and systems of equations in complex domain with analytical functions, some following new notions are introduced: boundary domains, boundary-layer lines, regular and singular domains, intermediate boundary domains and intermediate boundary-layer lines, grids of level lines.

Various forms of boundary-layer lines are found and dependence of boundary-layer lines on initial values of the argument.

The new phenomena of boundary domains stretching up to infinity is discovered.

An example of equation with boundary-layer lines on a Riemann surface is constructed.

With assistance of the new method of uniform descent (ascent) there are found broad sufficient conditions of arising of the phenomena of prolongation of loss of stability generating results obtained by other authors previously.

With assistance of the Lagrange polynomial and the generalized Lagrange polynomial there is proven existence of boundary-layer lines passing across given points and branching at them.

There are found sufficient conditions of existence of intermediate boundary domains and intermediate boundary-layer lines for solutions of systems of equations of the second order with analytical functions.