НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК КЫРГЫЗСКОЙ РЕСПУБЛИКИ
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

КЫРГЫЗСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ж. БАЛАСАГЫНА

ДИССЕРТАЦИОННЫЙ СОВЕТ Д 01.15.513

На правах рукописи
УДК: 517.95 (575.2)

Султанкул кызы Айнура

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА И ПЕРЕРАБОТКИ ПРОДУКЦИИ

08.00.13 – Математические и инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек – 2017

Диссертационная работа выполнена в лаборатории экономико - математических методов Института теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, с.н.с. **Жусупбаев Амангельди**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор **Хачатуров Владимир Рубенович** (Москва, Россия)

кандидат экономических наук, **Андрияш Владимир Николаевич** (Бишкек, Кыргызстан)

Ведущая организация: Университет Нархоз Адрес: Республика Казахстан, 050035, г.Алматы, ул. Жандосова, 55.

Защита диссертации состоится «28» февраля 2017 г. в 14^{00} часов на заседании диссертационного совета Д 01.15.513 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора (кандидата) физико-математических наук при Институте теоретической и прикладной математики НАН Кыргызской Республики и Кыргызском Национальном университете им. Ж. Баласагына по адресу: Кыргызстан, 720054, г. Бишкек, ул. Абдымомунова 328, лабораторный корпус №6 КНУ, аудитория 211.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библиотеке НАН КР, Кыргызстан, 720071, г. Бишкек, проспект Чуй, 265-а. и на сайте www.aknet.math.kg ИТПМ НАН КР.

Автореферат разослан «_____» января 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного совета, д.ф.-м.н., профессор Искандаров С.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации. Особенность развития современного общества является сложная рыночная экономика, характеризуемая изменением и быстрой сменяемостью условий экономической деятельности, предъявлением высокой требовательности к методам планирования и управления хозяйственной деятельности. В этих условиях использование экономико-математических методов в своей деятельности, хозяйствующими субъектами приобретает первостепенное значение. В частности, использование задачи размещения для анализа экономических ситуаций позволяет выделить основные параметры, влияющие на деятельность фирмы, рассчитав различные варианты деятельности (проектирования) фирмы, определив наиболее целесообразные мероприятия, обеспечивающие необходимую эффективность производства или предпринимательства, и на основе этих данных принять решения о выборе оптимальной стратегии по управлению деятельности фирмы или формы бизнеса. Очевидно, что задачи размещения простейшей формы, т.е. с линейными зависимостями параметров оптимизации, неполностью отражают хозяйственную деятельность различных фирм. И тогда возникает необходимость рассмотрения экономико-математических моделей и методов решения с нелинейными функциями затрат и ограничительными условиями на переменные. Как правило, эти постановки обобщают задачи размещения простейшей формы и требуют разработки новых подходов их решения. Характеристики связности таких моделей позволяют учесть более тонкие взаимосвязи среди показателей.

В развитии методов и алгоритмов решений задачи размещения весомый вклад внесли ученые Е.Г. Гольштейн, В.П.Черенин, В.Р. Хачатуров, В.Трубин, С.С.Лебедев, В.А.Емеличев, В.Л.Береснев, Э.Х.Гимади, В.Т.Дементьев, А.Е.Бахтин, А.А. Колоколов, А.Ж. Сапарбаев, А.Т.Макулова, Э.Л. Ланге, А.Жусупбаев, М. Асанкулова, В.Н. Андрияш и др.

В настоящее время имеется множество работ, посвящённых разработкам математических моделей и методам решения задач размещения производства как в дискретной, так и в непрерывной постановке.

Из анализа следует, что наиболее исследованными являются задачи размещения производства в дискретной постановке, а в непрерывной постановке задачи, когда функции, отражающие зависимость стоимости производимой продукции от объема производства, либо линейные непрерывные на всей числовой оси за исключением начало координат, где терпят разрыв, либо вогнутые непрерывные. Применение для их решения метода линейного или выпуклого программирования приведет лишь в один из многих локальных оптимумов. В отличие от выше названного класса задач размещения, на наш взгляд, еще не достаточно развиты методы решения задачи размещения производства с нелинейной разрывной целевой функцией, искомыми объемами производства, переработки и фиксированным суммарным объемом продукции которое должно быть произведено во всех пунктах производства и переработана всеми пунктами переработки (далее задача размещения производства продукции, транспортировки и переработки с нелинейными разрывными в нуле функциями затрат).

Связь темы диссертации с научно-исследовательскими проектами. Данная работа выполнена в рамках проектов Института теоритической и прикладной математики НАН КР: «Разработка метода и алгоритма решений задачи размещения с нелинейными функциями и ее приложения», № гос.рег. 0003850, (2005-2007); «Развитие методов и алгоритмов решений оптимизационных задач и их приложения», № гос. рег. 0005168, (2008-2009); «Анализ и моделирование экономических процессов Кыргызстана», № гос. рег. 0005565, (2010-2011); «Развитие и приложения компьютерного моделирования асимптотических и аналитических методов в теории динамических систем, обратных и оптимизационных экономических задач и в анализе геофизических данных для оперативного прогноза землетрясений», № гос. рег. 0005756 (2012-2014); «Развитие и приложение компьютерного моделирования, асимптотических и аналитических методов в теории устойчивости динамических систем, разрешимости обратных задач, экономических и геофизических процессов», № гос. рег.0007125, (2015-2017).

Цели и задачи исследования. Разработка методов и алгоритмов решения задачи размещения производства продукции транспортировки и переработки с нелинейными разрывными в нуле функциями затрат. Разработка математических моделей задач определения оптимального объема добычи, транспортировки и переработки угля, сводящиеся к рассмотренным в работе классу задач размещения.

Поставленная цель предопределила решение следующих задач:

- разработку метода решения для задачи размещения производства с линейными и выпуклыми функциями затрат на производство, транспортировку и на переработку продукции;
- нахождения способа решения для задачи размещения производства с линейными разрывными в нуле функциями производственных, транспортных затрат и затрат на переработку продукции;
- разработку алгоритма решений для задачи размещения производства с выпуклыми разрывными в нуле функциями затрат на производство, транспортировку и переработку продукции;
- формулировка оптимизационных моделей задач угледобывающей отрасли экономики.

Методика исследования. В работе использованы методы исследования операций, метод последовательных расчетов В.П. Черенина, метод кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций и методы целочисленного программирования и способ М.Л. Балинского.

Научная новизна работы. Основные научные результаты:

- найден способ решения задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на переработку продукции - линейные непрерывные с различными ограничительными условиями на переменные;

- предложен приближенный способ решения для задачи размещения с выпуклыми функциями затрат на производство продукции и ее переработку, которые используется в алгоритмах метода последовательных расчетов на вариантах задачи размещения с разрывными функциями в нуле;

- доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов для задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда функции, определяющие затраты на производство продукции и ее переработки - линейные, а функции, определяющие транспортные расходы- линейные и терпят разрыв в нуле;

- разработан метод, использующий способ М.Л.Балинского и алгоритм метода последовательных расчетов для задачи размещения производства и ее переработки в случае, когда объем перевозимой на переработку продукции ограничены сверху, а функции, определяющие транспортные расходы и расходы на переработку продукции – линейны и разрывны в нуле;

- обоснована применимость алгоритма метода последовательных расчетов для задачи размещения производства продукции и переработки в случае, когда функции, определяющие затраты на перевозку и на переработку продукции - выпуклые непрерывные, а функции, определяющие затраты на производство продукции - выпуклые непрерывные и терпят разрыв в начале координат.

- предложен алгоритм решения, использующий алгоритм метода последовательных расчетов и дополнительные условия отбраковки вариантов для задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда функции, определяющие транспортные затраты - выпуклые непрерывные, а функции, определяющие затраты на производство продукции и на ее переработки - выпуклые непрерывные на всей числовой оси за исключением начало координат, где имеется разрыв (в нуле);

- сформулированы экономико-математические модели задачи определения оптимального технологического способа добычи угля; оптимизации добычи угля, состава погрузочно - транспортных средств и схемы перевозок; определения оптимального объема добычи, переработки и транспортировки угля; оптимизации добычи и транспортировки угля по периодам.

Теоретическая и практическая ценность. Разработанные математические модели, методы и алгоритмы решения для задач размещения производства продукции и ее переработки с нелинейными (разрывными в нуле) функциями затрат на производство продукции, на ее транспортировку и переработку могут быть использованы различными хозяйствующими субъектами экономики, для оптимизации выбора месторасположения пунктов производства продукции (добычи сырья) и переработки, объема производства (добычи, переработки) и схемы вывоза продукции для переработки. Теоретические результаты – в научно-исследовательских учреждениях и ВУЗах для разработки методов и алгоритмов решения различных классов многоэкстремальных задач, а также в лекционных курсах для подготовки специалистов.

Основные положения диссертации, выносимые на защиту:

- найденный способ решения задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда функции, определяющие производственные затраты и затраты на переработку продукции – линейные непрерывные с различными ограничительными условиями на переменные;

- приближенный способ решения для задачи размещения с выпуклыми функциями затрат на производство продукции и на ее переработку, которое используется в алгоритмах метода последовательных расчетов на вариантах задачи размещения с разрывными функциями в нуле;

- доказательство достаточного условия применимости метода последовательных расчетов для задачи размещения производства продукции и на ее переработку в случае, когда функции, определяющие затраты на производство продукции и ее переработку - линейные, а функции, определяющие транспортные расходы - линейные и терпят разрыв в нуле;

- разработанный метод, использующий способ М.Л.Балинского и алгоритм метода последовательных расчетов для задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда объем перевозимой на переработку продукции ограничены сверху, а функции, определяющие транспортные расходы и расходы на переработку продукции – линейные и разрывны в нуле;

- обоснование применимости алгоритма метода последовательных расчетов для задачи размещения производства продукции и переработки в случае, когда функции, определяющие затраты на перевозку продукции и затраты на переработку продукции - выпуклые непрерывные, а функции, определяющие затраты на производство продукции - выпуклые непрерывные и терпят разрыв в начале координат.

- предложенный алгоритм решения, использующий алгоритм метода последовательных расчетов и дополнительные условия отбраковки вариантов для задачи размещения производства продукции и ее переработки в случае, когда функции, определяющие транспортные затраты - выпуклые непрерывные, а функции, определяющие затраты на производство продукции и на ее переработки - выпуклые непрерывные на всей числовой оси за исключением начало координат, где имеется разрыв (в нуле);

- сформулированные экономико-математические модели задачи определения оптимального технологического способа добычи угля; оптимизации добычи угля, состава погрузочно – транспортных средств и схемы перевозок; определения оптимального объема добычи, переработки и транспортировки угля; оптимизации добычи и транспортировки угля по периодам.

Апробация результатов диссертации. Основные положения и результаты исследований по теме диссертации докладывались и обсуждались на семинарах лаборатории экономико - математических методов института теоретической и прикладной математики НАН КР (2007-2016), на международной азиатской школе – семинаре «Проблемы оптимизации сложных систем», (2007-2015), на международной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященной 60-летию академика Борубаева А.А., (Бишкек, 2010), на международной конференции «Асимптотические, топологические и компьютерные методы в математике», посвященной 80-летию академика Иманалиева М.И., (Бостери, 2011), на международной научно-практической конференции «Стратегия инновационной модернизации экономического развития КР», посвященной 75-летию чл.-корр. Мусакожоева Ш.М.,(Бишкек , 2012), на международной научно – практической конференции «Проблемы и перспективы экономического развития КР в современных условиях», посвященной 65-летию Сарыбаева А.С., (Бишкек, 2013), на международной научно – практической конференции «Экономическая наука: вчера, сегодня завтра», посвященной 60-летию экономического факультета КНУ им. Ж. Баласагына (Булан - Соготту, 2014), на V международном конгрессе математиков Тюркского Мира (Булан – Соготту, 2014), на Иссык-кульском Международном математическом форуме, (Бостери, 2014), на летней школе совета молодых ученых КНУ им. Ж. Баласагына «Современные методы научных исследований», (пансионат Университет, Бостери, 2014).

Публикации по теме диссертации. Основные результаты диссертации опубликованы в 16 научных работах [60-75]. В совместных работах, в обсуждении постановки задачи и полученных результатах участвовали
А. Жусупбаев, М.Асанкулова, Ф. Шаршенбиева, Ж.Бейшебаева.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа изложена на 192 страницах компьютерного текста и состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников из 75 наименований и приложения.

Краткое содержание работы. Во введении дано обоснование актуальности темы, общая характеристика работы. Ниже приведенные все неизвестные переменные x_i, y_j, x_{ij}, z_{ij}, y_{ij}, предполагаются неотрицательными.

В первой главе сформулирована общая постановка, рассматриваемого класса задач размещения производства с нелинейной разрывной целевой функцией, искомыми объемами производства продукции, переработки и с фиксированным суммарным объемом продукции, которое должно быть произведено во всех пунктах и переработано всеми пунктами переработки. Изложен обзор литературы по теме исследования. Сформулирована общая постановка задачи размещения производства вида.

Найти минимум

$$L(x) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i=1}^{m}\varphi_i(x_i) + \sum_{j=1}^{n}\psi_j(y_j) \tag{1}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = x_i \ , \quad i = 1,2,...,m, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = y_j \ , \quad j = 1,2,...,n, \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = Q \ , \tag{4}$$

$$a_i' \le x_i \le a_i'' \ , \ \ i = 1,2,...,m \ , \tag{5}$$

$$b_j' \le y_j \le b_j'' \ , \ \ j = 1,2,...,n, \tag{6}$$

$$x_{ij} \ge 0 \ , \ \ i = 1,2,...,m \ , \ \ \ j = 1,2,...,n, \tag{7}$$

где $x = \left\| x_{ij} \right\|_{m,n}$; Q, a_i' , a_i'', b_j' , b_j'' - известные параметры, а $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$, $\varphi_i(x_i)$, $i = 1,2,...,m$, $\psi_j(y_j)$, $j = 1,2,...,n$ - некоторые заданные функции. Предполагается, что выполняется условие разрешимости $\sum_{i=1}^{m} a_i' \le Q \le \sum_{i=1}^{m} a_i''$, $\sum_{j=1}^{n} b_j' \le Q \le \sum_{j=1}^{n} b_j''$.

Вторая глава работы посвящена методам решения частного случая задачи (1)-(7), и когда $\varphi_{ij}(x_{ij}),\ i = 1,2,...,m,\ j = 1,2,...,n,\ \ \varphi_i(x_i),\ i = 1,2,...,m,$ является линейными и выпуклыми непрерывными функциями с различными ограничительными условиями на искомые переменные.

В 2.1 рассматривается задача (1)-(7) в случае когда, $\varphi_{ij}(x_{ij}) = c_{ij}x_{ij}$, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$, $\varphi_i(x_i) = c_i x_i + c_{i0}$, $i = 1,2,...,m$, $\psi_j(y_j) = c_j y_j + c_{j0}$, $j = 1,2,...,n$, при условии (2), а условия (3) и (4) заменены равенствами вида $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j + y_j$, $j = 1,2,...,n,$ $\sum_{j=1}^{n} y_j = b_0$, $0 \le y_j \le Q_j$, $j = 1,2,...,n.$

Для решения задачи введена замена переменных вида $x_{ij} = z_{ij} + y_{ij}$, $i = 1,2,...,m,$ $j = 1,2,...,n$ и задача сведена к транспортной модели.

В 2.2 приведен способ решения задачи сформулированной в 2.1 в случае, когда функции $\psi_j(y_j)$, $j = 1,2,...,n$ - выпуклые возрастающие по $y_j \in [0, Q_j]$, $j = 1,2,...,n$. Для решения задачи используем приближенный метод, основанный на кусочно- линейной аппроксимации функций $\psi_j(y_j)$, $j = 1,2,...,n$ на соответствующих интервалах. Применение этого метода совместно с запрещающими тарифами позволило аппроксимировать нелинейную задачу транспортной задачей линейного программирования. Способ решения задачи демонстрирован на числовом примере.

В 2.3 разработан метод решения для задачи размещения производства и переработки рассмотренной в разделе 2.1. и в 2.2. для случая, когда функции $\varphi_i(x_i),\ x_i \in \left[0, a_i\right],\ i = 1,2,...,m$ и $\psi_j(y_j),\ y_j \in \left[0, Q_j\right],\ j = 1,2,...,n$ - выпуклые непрерывные возрастающие. Разработанный метод в данном случае основан на линеаризации выпуклых функций $\varphi_i(x_i), i = 1,2,...,m,$ и $\psi_j(y_j),\ \ j = 1,2,...,n$ входящих в целевую функцию. Использование этого метода совместно с запрещающими тарифами позволило задачу аппроксимировать транспортной задачей линейного программирования. Приведен и решен числовой пример.

В третьей главе изучены задачи размещения производства (1)-(7) в случае, когда функции, определяющие транспортные, производственные затраты и затраты на переработки продукции являются нелинейными разрывными в нуле.

Раздел 3.1 носит вспомогательный характер, где изложена постановка нелинейной задачи размещения производства и основные положения метода последовательных расчетов В.П. Черенина.

В 3.2 рассматривается частный случай задачи (1)-(7) вида:

$$L(x)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}(x_{ij})+\sum_{i=1}^{m}\varphi_i(x_i)+\sum_{j=1}^{n}\psi_j(y_j)\to\min \tag{8}$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n}x_{ij}=x_i,\ \ i=1,2,...,m,\ \ 0\le x_{ij}\le a_{ij},\ \ i=1,2,..,m,\ \ j=1,2,..,n,$$

$$\sum_{i=1}^{m}x_{ij}=y_j\le q_j,\ \ j=1,2,...,n,\ \ \sum_{j=1}^{n}y_j=Q, \tag{9}$$

где $x=\left|x_{ij}\right|_{m,n}$, а $Q\le\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}$, функции $\varphi_i(x_i)=c_ix_i$, $i=1,2,...,m,$ $\psi_j(y_j)=c_jy_j$, $j=1,2,...n,$ а $\varphi_{ij}(x_{ij})=c_{ij}x_{ij}+\alpha_{ij}\theta(x_{ij}),$ $i=1,2,..,m,$ $j=1,2,..,n,$ где α_{ij} - фиксированная доплата, $\theta(x_{ij})$ - функция Хевисайда, $\theta(x_{ij})=1$, $(x_{ij}>0)$, $\theta(0)=0,$ $i=1,2,..,m,$ $j=1,2,..,n.$ Для ее решения требуется специальные методы. Для применения метода последовательных расчетов, разработанного В.П.Черениным (1962) к задаче вводятся некоторые преобразования и обозначения.

Каждый пункт производства $A_i,\ i=1,2,...,m$ рассматривается как множество пунктов производства A_{ik}, $i=1,2,...,m,$ $k=1,2,...,n,$ которому поставлена в соответствие объем производства x_{ik}, $0\le x_{ik}\le a_{ik}$, $i=1,2,...,m,$ $k=1,2,...,n,$ и объем перевозок x_{ikj} из A_{ik} в B_j. Затраты на транспортировку единицы объема продукции из A_{ik} в B_j и фиксированные доплаты определены равенствами

$c_{ikj}=\overline{c}_{ij}\delta_{kj}+M(1-\delta_{kj}),\ \ i=1,2,...,m,\ \ k,j=1,2,...,n$,

$\alpha_{ikj}=\alpha_{ij}\delta_{kj}$, $i=1,2,...,m,$ $k,j=1,2,..,n,$ где $\delta_{kj}=0$ при $j\ne k$, 1 при $j=k$,

$\overline{c}_{ij}=c_{ij}+c_i+c_j$, $i=1,2,...,m,$ $j=1,2,...,n$, M - достаточно большое положительное число.

Обозначим через G множество пар индексов $\{ik\}$, $i=1,2,...,m,$ $k=1,2,..,n,$ рассматриваемая задача преобразована к виду:

$$L(\overline{x},G)=\sum_{ik\in G}\sum_{j=1}^{n}c_{ikj}x_{ikj}+\sum_{ik\in G}\Pi_{ik}\theta(x_{ik})\to\min \tag{10}$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ikj} = x_{ik} \le a_{ik}\,,\ ik \in G,\quad \sum_{ik\in G} x_{ikj} \le q_j\,,\ j = 1,2,...,n,$$

$$\sum_{ik\in G}\sum_{j=1}^{n} x_{ikj} = Q\,,\quad x_{ikj} \ge 0\,,\ ik \in G,\ j = 1,2,...,n, \tag{11}$$

где $\bar{x} = \left| x_{ikj} \right|_{|G|,n}$, $\Pi_{ik} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ikj}$, $ik \in G$.

Вводится совокупность множеств $\omega \subset G$ и условные пункты производства A_{00}, A_{01} с объемами производства, транспортными расходами и фиксированными доплатами соответственно равным

$$a_{00} = \sum_{j=1}^{n} q_j - Q,\ a_{01} = \sum_{j=1}^{n} q_j\,,\ c_{00j} = 0\,,\ c_{01j} = M\,,\ j = 1,2,...,n\,,\ \Pi_{00} = 0\,,\ \Pi_{01} = 0.$$

В дальнейшем индексы $\{00\}$ и $\{01\}$, пунктов производства считаются элементами любого подмножества $\omega \subset G$. Тогда на каждом $\omega \subset G$ построена функция $L(\bar{x},\omega) = \sum_{ik\in\omega}\sum_{j=1}^{n} c_{ikj}x_{ikj} + \sum_{ik\in\omega}\Pi_{ik}$. Наименьшее значение функции $L(\bar{x},\omega)$ при ограничениях $\sum_{ik\in\omega} x_{ikj} = q_j$, $j = 1,2,...,n$, $\sum_{j=1}^{n} x_{ikj} \le a_{ik}$, $ik \in \omega \setminus \{00\}$, $\sum_{j=1}^{n} x_{00j} = a_{00}$, $\sum_{j=1}^{n} x_{01j} \le a_{01}$ обозначено через $p(\omega)$. Задача (10), (11) сформулирована как задача нахождения наименьшего значения $p(\omega)$ по всем $\omega \subset G$, т.е. $p(\omega^*) = \min_{\omega\subset G}\{p(\omega)\}$. (12)

Достаточным условием применимости метода последовательных расчетов из 3.1 является выполнение условия

$$s(\omega_1,\omega_2) = p(\omega_1) + p(\omega_2) - p(\alpha) - p(\beta) \le 0, \tag{13}$$

где $\omega_1, \omega_2 \subset G$, $\alpha = \omega_1 \cup \omega_2$, $\beta = \omega_1 \cap \omega_2$.

Для задачи (12) доказано достаточное условие применимости метода последовательных расчетов (13). Метод и алгоритм решения задачи демонстрирован на числовом примере.

В 3.3 исследована задача размещения производства и переработки продукции рассмотренной в 3.2 для случая, когда функции

$\varphi_i(x_i) = c_i x_i$, $i = 1,2,...,m$, $\psi_j(y_j) = c_j y_j + T_j\theta(y_j)$, $j = 1,2,...,n$,

$\varphi_{ij}(x_{ij}) = c_{ij}x_{ij} + \alpha_{ij}\theta(x_{ij})$, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$ - разрывны в нуле, где $T_j \ge 0$, $\alpha_{ij} \ge 0$ - фиксированные доплаты. Используя способ приведенный в 3.2, задача преобразована к виду:

$$L(\bar{x},J) = \sum_{ik\in I}\sum_{j\in J}(c_{ikj}x_{ikj} + \alpha_{ikj}\theta(x_{ikj})) + \sum_{j\in J} T_j\theta(y_j) \tag{14}$$

при условиях

$$\sum_{j\in J} x_{ikj} = a_{ik}\,, ik \in I\,, \tag{15}$$

$$\sum_{ik\in I} x_{ikj} = y_j \le q_j \ , \ j \in J \setminus \{0\} \ , \tag{16}$$

$$\sum_{ik\in I} x_{ik0} = q_0 \ , \tag{17}$$

$$x_{ikj} \ge 0 \ , ik \in I \ , \ j \in J \ , \tag{18}$$

где $\alpha_{ikj} = \alpha_{ij}\delta_{kj}$, $c_{ikj} = \overline{c}_{ij}\delta_{kj} + M(1-\delta_{kj})$, $a_{ik} = a_{ij}\delta_{kj}$, $i = 1,2,...,m$, $k, j = 1,2,...,n,$ $\overline{c}_{ij} = c_{ij} + c_i + c_j$, $i = 1,2,...,m,$ $j = 1,2,...,n.$ $\overline{x} = \left| x_{ikj} \right|_{|I|,|J|}$, $I = \{ik\}$, $i = 1,2,...,m,$ $j = 1,2,...,n$, $J = \{0,2,...,n\}$, $\{0\}$- индекс условного пункта переработки B_0 с объемом потребности равной $q_0 = \sum_{ik\in I} a_{ik} - Q$, затратами $c_{ik0} = 0$, доплатой $\alpha_{ik0} = 0$ и $T_0 = 0$. Способом, предложенным М.Л.Балинским , (14)-(18) сведена к частично целочисленной задаче

$$L(\overline{x}, J) = \sum_{ik\in I}\sum_{j\in J}(c_{ikj}x_{ikj} + \alpha_{ikj}y_{ikj}) + \sum_{j\in J} T_j \theta(y_j) \to \min \tag{19}$$

при условиях (15)-(18) и

$$y_{ikj} = \begin{cases} 0, \\ 1 \end{cases}, ik \in I, \ j \in J, \tag{20}$$

$$x_{ikj} \le M_{ikj} y_{ikj} \ , ik \in I, \ j \in J \ , \tag{21}$$

где $M_{ikj} = \min\left\{a_{ik}, q_j\right\}$, $ik \in I$, $j \in J$.

На основе теоремы М.Л.Балинского, условие целочисленности (20), заменены условием не отрицательности и задача (19), (15)-(18),(20),(21) приведена к виду

$$\tilde{L}(\overline{x}, J) = \sum_{ik\in I}\sum_{j\in J}(c_{ikj} + \frac{\alpha_{ikj}}{M_{ikj}})x_{ikj} + \sum_{j\in J} T_j \theta(y_j) \to \min \tag{22}$$

при условиях (15)-(18). Доказано условие (13) для задачи (22), (15)-(18) аналогичным подходом, приведенным в 3.2. Это позволило использовать алгоритм метода последовательных расчетов в формулировке В.П.Черенина к задаче с дополнительным условием отбраковки вида $\sum_{j\in\delta\setminus\{0\}} q_j - Q \ge 0$ (*). Подсчет $p(\delta) = \min_x \left\{\tilde{L}(\overline{x}, \delta)\right\}, \delta \subset J$ производится лишь для вариантов, удовлетворяющих условию (*), а для вариантов δ, неудовлетворяющих условию (*) подсчет $p(\delta)$ не производится и исключается из дальнейшего рассмотрения все варианты $\beta \subset \delta$. Метод и алгоритм решения подробно проиллюстрированы на числовом примере.

Раздел 3.4 посвящен методу решения задачи (1)-(7) в случае, когда $a_i' = 0,\ b_j' = 0$, $\varphi_{ij}(x_{ij}),$ $i = 1,2,...,m,$ $j = 1,2,...,n,$ $\psi_j(y_j),$ $j = 1,2,...,n$ - выпуклые непрерывно возрастающие функции, а функции, определяющие производственные затраты, терпят разрыв в нуле, т.е. $\overline{\varphi}_i(x_i) = \varphi_i(x_i) + T_i\theta(x_i),$ $i = 1,2,...,m,$ где T_i - фиксированная доплата. Вводится совокупность множеств $\omega \subset I = \{1,2,...,m,m+1\}$, и на каждом множестве $\omega \subset I$ построена целевая функция

$$L(\bar{x},\omega) = \sum_{i\in\omega}\sum_{j=1}^{n}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in\omega}(\varphi_i(x_i) + T_i\theta(x_i)) + \sum_{j=1}^{n}\psi_j(b_j - x_{m+1j}). \qquad (23)$$

Минимальное значение целевой функции $L(\bar{x},\omega)$ при условиях

$$\sum_{i\in\omega}x_{ij} = b_j,\ j = 1,2,...,n\ ,\ \sum_{j=1}^{n}x_{ij} = x_i \le a_i,\ i \in \omega \setminus \{m+1\}\ ,\ \sum_{j=1}^{n}x_{m+1j} = a_{m+1} \qquad (24)$$

обозначено через $p(\omega)$, где $\{m+1\}$ – индекс условного пункта производства с объемом производства равным $a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n}b_j - Q$, с функцией затрат $\bar{\varphi}_{m+1}(x_{m+1}) = 0$; $\varphi_{m+1j}(m_{m+1j}) = 0$, $j = 1,2,...,n.$ Исходная задача заменена следующей задачей: требуется определить такое подмножество $\omega^* \subset I$, на котором $p(\omega)$ достигала своего наименьшего значения $p(\omega^*)$, т.е.

$$p(\omega^*) = \min_{\omega\subset I}\{p(\omega)\}. \qquad (25)$$

Доказано условие (13) к задаче, которое позволяет использовать для задачи (25) алгоритм отсева вариантов метода последовательных расчетов в сочетании с алгоритмом, разработанным в разделе 2.2, 2.3 и с дополнительным условием отбраковки вида $\sum_{i\in\omega\setminus\{m+1\}} a_i - Q \ge 0$, применяемы перед подсчетом значения $p(\omega)$ для каждого $\omega \subset I$.

В 3.5 рассматривается задача раздела 3.4 для случая, когда функция $\varphi_{ij}(x_{ij})$, $i = 1,2,...,m$, $j = 1,2,...,n$ - выпуклая непрерывно возрастающая, а функции, определяющие производственные затраты $\bar{\varphi}_i(x_i)$ $i = 1,2,...,m$, и затраты на переработку продукции $\bar{\psi}_j(y_j)$, $j = 1,2,...,n$ - выпуклые непрерывные возрастающие и терпят разрыв в нуле, т.е. $\bar{\varphi}_i(x_i) = \varphi_i(x_i) + T_i\theta(x_i)$, $i = 1,2,...,m$, $\bar{\psi}_j(y_j) = \psi_j(y_j) + \Pi_j\theta(y_j)$, $j = 1,2,...,n.$

Обозначив через $I = \{1,2,...,m\}$ и $J = \{1,2,...,n\}$ множество индексов пунктов производства и переработки, рассматриваемая задача представлена в виде: $L(x) = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in I}(\varphi_i(x_i) + T_i\theta(x_i)) + \sum_{j\in J}(\psi_j(y_j) + \Pi_j\theta(y_j)) \to \min$ (26)

при условиях $\sum_{j\in J}x_{ij} = x_i \le a_i, i \in I,\quad \sum_{i\in I}x_{ij} = y_j \le b_j, j \in J,\quad \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}x_{ij} = Q.$ (27)

Для решения задачи используется метод последовательных расчетов.

Вводится совокупность множеств $\omega \subset I$ и $\delta \subset J$.

Обозначив через $p(\omega,\delta)$ минимальное значение целевой функции (26) при условиях (27) и замене множества I на множество ω, а J на δ, задача сформулирована как задача нахождения наименьшего значения $p(\omega,\delta)$ по всем $\omega \subset I$ и $\delta \subset J$, т.е. требуется определить такую пару подмножеств $\omega^* \subset I$ и $\delta^* \subset J$, для которой $p(\omega,\delta)$ достигает своего наименьшего значения $p(\omega^*,\delta^*)$. Для задачи предлагается следующий способ решения. Любому допустимому подмножеству $\delta \subset J$ поставлена соответствующая задача:

$$L(x,\omega) = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in I}(\varphi_i(x_i) + T_i\theta(x_i)) + \sum_{j\in J}(\psi_j(y_j) + \Pi_j) \to \min \qquad (28)$$

при условиях (27) и замене множества I на ω, а J на δ. А любому допустимому $\omega \subset I$ поставлена в соответствие следующая задача:

$$L(x,\delta) = \sum_{i\in\omega}\sum_{j\in\delta}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in\omega}(\varphi_i(x_i) + T_i) + \sum_{j\in\delta}(\psi_j(y_j) + \Pi_j\theta(y_j)) \to \min \qquad (29)$$

при условиях (27) и замене множества I на ω, а J на δ.

Так как задачи (28) и (29) является аналогичной задаче, рассмотренной в разделе 3.4, где было доказано условие (13). Это обстоятельство дало возможность применить алгоритм метода последовательных расчетов задачам (28) и (29), т.е. для каждого допустимого $\delta \subset J$ в задаче (28) использовать алгоритм метода последовательных расчетов и определить такое подмножество $\omega(\delta) \subset I$, на котором $p(\omega)$ достигает своего наименьшего значения $p(\omega(\delta))$,, т.е. $p(\omega(\delta)) = \min_{\omega\subset I}\{p(\omega)\}$, где $p(\omega)$ обозначено минимальное значение функции

$$L(x,\omega(\delta)) = \sum_{i\in\omega}\sum_{j\in\delta}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in\omega}(\varphi_i(x_i) + T_i) + \sum_{j\in\delta}(\psi_j(y_j) + \Pi_j)$$

при условиях (27) и замене множества I на ω, а J на δ.

Аналогично, для каждого допустимого $\omega \subset I$ в задаче (29) использован алгоритм метода и определено такое подмножество $\delta(\omega) \subset J$, на котором $p(\delta)$ достигает своего наименьшего значения $p(\delta(\omega)) = \min_{\delta\in J}\{p(\delta)\}$, где через $p(\delta)$ обозначено минимальное значение функции

$$L(x,\delta(\omega)) = \sum_{i\in\omega}\sum_{j\in\delta}\varphi_{ij}(x_{ij}) + \sum_{i\in\omega}(\varphi_i(x_i) + T_i) + \sum_{j\in\delta}(\psi_j(y_j) + \Pi_j),$$

при условиях (27) и замене множества I на ω, а J на δ.

Предложен алгоритм определения такой пары подмножеств $\omega^* \subset I$ и $\delta^* \subset J$, для которой функция $p(\omega^*,\delta^*) = \min_{\delta\subset J}\{p(\delta(\omega)\}$, использующий алгоритм метода последовательных расчетов в сочетании, с алгоритмом разработанным в главе 2 и с дополнительным условием отбраковки вариантов. Алгоритм решения задачи подробно демонстрирован на числовом примере.

В четвертой главе сформулированы математические модели оптимизации добычи, транспортировки и переработки угля предприятий угледобывающей отрасли, сводящиеся к задачам размещения производства, рассмотренных в гл.2 и 3.

В 4.1 сформулирована математическая модель задачи определения оптимального технологического способа добычи угля на месторождениях угледобывающей отрасли и схему перевозок к потребителям по критерию минимума суммарных затрат. Сформулированная модель позволяет для каждого месторождения угледобывающей отрасли определить оптимальный технологический способ добычи и схемы их перевозок. Демонстрирована на числовом примере работоспособность сформулированной модели.

В разделе 4.2 сформулирована математическая модель задачи определения технологического способа добычи каждого месторождения угля угледобывающей отрасли при заданном объеме спроса потребителей, количественного состава погрузчика угля и средства транспортного различных марок по критерию минимума суммарных затрат на добычу, погрузку и перевозку угля с учетом затрат на эксплуатацию погрузчика. Предлагается метод решения задачи.

В 4.3 сформулирована математическая модель задачи оптимизации, развития и размещения добычи и переработки угля. Из решения задачи определяется технология добычи и способы переработки угля по каждому месторождению, схема распределения рядовых углей и продуктов их переработки между районами потребления при минимальных суммарных затратах. Приведен и решен числовой пример для проверки пригодности модели к эксплуатации.

В разделе 4.4 сформулирована математическая модель задачи определения технологического способа добычи каждого месторождения угля и их транспортировки в ТЭЦ региона по периодам при заданном объеме вырабатываемой электроэнергии каждым ТЭЦ региона, количества электроэнергии, получаемого из единицы веса угля из разных месторождений каждым ТЭЦом по критерию минимума суммарных затрат на добычу, транспортировку и переработку угля в электроэнергии.

Выводы

Исследованием класса задачи размещения расширен класс задач, решаемых методом последовательных расчетов. В частности:

- разработан метод решения задачи размещения производства с линейными и выпуклыми функциями затрат на производство продукции, транспортировки и затрат на переработки продукции;
- найден способ решения для задачи размещения производства с линейными разрывными в нуле функциями производственных, транспортных затрат и затрат на переработки продукции;
- разработан алгоритм решения для задачи размещения производства с выпуклыми разрывными в нуле функциями затрат на производства, транспортировку и переработку продукции;
- сформулированы оптимизационные модели задачи угледобывающей отрасли экономики.

Опубликованные работы по теме диссертации

1. Султанкул кызы, А. Математическая модель задачи определения технологического способа добычи угля [Текст] / А.Жусупбаев, А. Султанкул кызы // Труды ИВМ и МГ СО РАН. Новосибирск, -2007.- Вып.7.-С.214-216 (РФ).
2. Султанкул кызы, А. Решение задачи размещения производства и переработки продукции [Текст] / А. Султанкул кызы , А.К. Касымкулов

// Труды V Международной азиатской школы-семинар «Проблемы оптимизации сложных систем». Новосибирск, -2009.-Вып.7.-С.125-130 (РФ).

3. Султанкул кызы, А. Решение задачи размещения производства с ограничениями на объемы перевозок [Текст] / А.Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева, А. Султанкул кызы , Ж.К. Бейшебаева // Вестник КНУ. Сер.3.- 2010.- Вып. 4. –с.175-182.
4. Султанкул кызы, А. Решение нелинейной задачи размещения с ограничениями на объемы перевозки [Текст] / А.Жусупбаев, Ф.К. Шаршембиева, А. Султанкул кызы , Ж.К. Бейшебаева // Вестник КНУ. Сер.3.- 2010.- Вып. 4. –с.183-187.
5. Султанкул кызы, А. Математическая модель задачи оптимального выбора технологического способа добычи угля и схемы ее перевозок [Текст] / А.Жусупбаев, А. Султанкул кызы //Вестник КНУ. Специальный Выпуск.- 2011.- с.115-118.
6. Султанкул кызы, А. Определение оптимального технологического способа добычи угля на месторождениях [Текст] / А.Жусупбаев, А. Султанкул кызы , // Вестник КЭУ им.М.Р.Рыскулбекова. - 2013.- Вып. . –с.144-146.
7. Султанкул кызы, А. Определение оптимального объема добычи и переработки угля [Текст]/А. Султанкул кызы// Материалы международной начно-практической конференции «Проблемы и перспективы экономического развития КР в современных условиях».// Вестник КНУ. Спец. Вып.- 2013.- с.371-377.
8. Султанкул кызы, А. Экономико-математическая модель задачи оптимального планирования технологической добычи угля по схеме ее перевозок[Текст]/А. Султанкул кызы // Вестник КНУ. - 2014.- Вып. 5. –с.58-63.
9. Султанкул кызы, А. Математическая оптимизация объема добычи и транспортировки угля по периодам [Текст]/А. Султанкул кызы // Материалы международной научно - практической конференции «Экономическая наука вчера, сегодня , завтра».// Вестник КНУ. - 2014.–с.482-485.
10. Султанкул кызы, А. Решение нелинейной задачи размещения, пунктов добычи сырья и ее переработки [Текст] / А. Султанкул кызы // Труды X Международной азиатской школы - семинар «Проблемы оптимизации сложных систем», - 2014.ч.2. -с.647-651.
11. Султанкул кызы,А. Задача размещения перерабатывающих предприятий сырья с нелинейной разрывной целевой функцией [Текст] / А. Султанкул кызы // исследования по интегро дифференциальным уравнениям.-Бишкек: Илим,-2014.-выпуск 47.-с.189-195.
12. Sultankul kyzy A. Solution to th problem of location production with discontinuous function at zero transportation costs [Text] / A. Sultankul kyzy // The V Congress of Turkic Word Mathematicians, Bulan - Sogottu, Kyrgyzstan/2014/-c.197-201.

13. Султанкул кызы, А. Решение задачи размещения пунктов добычи сырья с разрывными в нуле функциями затрат [Текст] / А. Султанкул кызы // Труды XI Международной азиатской школы-семинар «Проблемы оптимизации сложных систем», - 2015.ч.2.- с.623-627.
14. Султанкул кызы, А. Применение метода последовательных расчетов к одной нелинейной задаче размещения производства [Текст] / А.Жусупбаев, М. Асанкулова, А. Султанкул кызы //Сб.н.т.«Актуальные направления научных исследований XXI: теория и практика». РФ. г.Воронеж, DOI:10.12737/14.-2015..- с.378-382. (статья, РИНЦ РФ).
15. Султанкул кызы, А. Solution to the problem of locating production with discontinuous functions at zero transportation costs. [Текст] / Султанкул кызы // Вестник Науки и Образования. -2016. №1 (13), Москва - 2016, Издательство «Проблемы науки».- http://WWW.SCIENCEPPROBLEMS.RU ISSN2312-8089. (статья, РИНЦ РФ).
16. Султанкул кызы, А. Математическая модель определения технологического способа добычи, переработки и транспортировки угля [Текст]/ А.Жусупбаев, М. Асанкулова, А. Султанкул кызы // Наука техника и образование. Москва - 2016.№7(25).-с.7.-12. (статья, РИНЦ РФ).

РЕЗЮМЕ

Султанкул кызы Айнуранын

«Продукцияны өндүрүүнү жана кайра иштетүүнү жайгаштыруунун сызыктуу эмес маселелеринин чыгаруу усулдары» темасындагы диссертациясы 08.00.13 – экономиканын математикалык жана инструменталдык ыкмалары адистиги боюнча физика-математикалык илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн сунушталган.

Урунттуу сөздөр: өндүрүш, кайра иштетүү, чыгымдар, продукция, көп экстремалдуу маселе, мүмкүн болуучу план, оптималдуу план, математикалык модель.

Изилдөөнун объектиси: Продукцияны өндүрүүгө, кайра иштетүүгө жана ташууга кеткен чыгымдарды аныктоочу функциялары сызыктуу эмес болгон, өндүрүштү жайгаштыруу маселеси.

Иштин максаты: Продукцияны өндүрүүгө, кайра иштетүүгө жана ташууга кеткен чыгымдарды аныктоочу функциялары сызыктуу эмес (нөлдө үзгүлтүккө учураган), өндүрүштү жайгаштыруу маселенин чыгаруу алгоритмин жана ыкмасын иштеп чыгуу.

Изилдөө ыкмалары: Диссертацияда математикалык программалоо ыкмасы, В.П. Черениндин удаалаш эсептөө ыкмасы, бөлүкчөлөп аппроксимациялоо ыкмасы жана М.Л. Балинский ыкмасы колдонулган.

Алынган натыйжалар жана алардын жаңылыгы: Ар түрдүү чектелген шарттарда продукцияны өндүрүүгө, кайра иштетүүгө жана ташууга кеткен чыгымдарды аныктоочу функциялары сызыктуу эмес (нөлдө үзгүлтүккө учураган) өндүрүштү жайгаштыруу маселесине удаалаш эсептөө ыкмасын колдонууга боло тургандыгы негизделген. Экономиканын көмүр казуу тармагынын маселелеринин экономика-математикалык моделдери иштелип чыкты.

Колдонуу даражасы: Теоретикалык натыйжалар Ж.Баласагын атындагы КУУнун Математика жана информатика факультетинде окуу процессинде колдонулууда. Маселелерди чыгаруунун математикалык моделдери, ыкмалары жана алгоритмдери чарбалык субъектилердин ишмердүүлүгүндө колдонулушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Султанкул кызы Айнуры на тему: «Методы решения нелинейной задачи размещения производства и переработки продукции» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 08.00.13 – математические и инструментальные методы экономики.

Ключевые слова: производство, переработка, затраты, продукция, многоэкстремальные задачи, допустимый план, оптимальный план, математическая модель.

Объект исследования: Задачи размещения производства с нелинейными функциями затрат на производство, транспортировку и переработку продукции.

Цель работы: Разработка методов и алгоритмов решения задачи размещения с нелинейными разрывными в нуле функциями затрат на производство, транспортировку и переработку продукции.

Методы исследования: в работе использованы методы исследования операций, метод последовательных расчетов В.П. Черенина, метод кусочно-линейной аппроксимации и методы целочисленного программирования, а также способ М.Л. Балинского.

Полученные результаты и их новизна:

Обоснована применимость метода последовательных расчетов к задаче размещения с нелинейными (разрывными в нуле) функциями производственных и транспортных затрат, и затрат на переработку продукции при различных ограничительных условиях. Сформулированы экономико-математические модели задач угледобывающей отрасли экономики.

Степень использования: Теоретические результаты используются в учебном процессе факультета Математики и Информатики КНУ им. Ж. Баласагына. Математические модели, методы и алгоритмы решения задач могут быть использованы хозяйствующими субъектами в своей деятельности.

SUMMARY

Sultankul kyzy Ainura

of Dissertation «Methods for solving nonlinear problem of locating production and processing of products» submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 08.00.13 – Mathematical and instrumental methods of economy.

Key words: production, processing, costs, products, multi-extremal problems valid plan, optimal plan, mathematical model.

Object of investigation: The problem of locating production with nonlinear costs functions for production, transportation and processing of products.

Objective: Development of methods and algorithms for solving the location problem with discontinuous nonlinear cost functions at zero for production, transportation and processing of products.

Method of research: We used operations research methods, V.P. Cherenin's successive calculation method, methods of piecewise linear approximation and integer programming and also the ML Balinsky's way.

The results and their novelty. The applicability of the successive calculations method to the location problem with non-linear (discontinuous at zero) functions of the production and transport costs and the processing product costs under different restrictive conditions is substantiated. The economic and mathematical models for the problems of coal mining industries are formulated.

Extent of use. The obtaining theoretical results are used in the educational process at the Faculty of Mathematics and Computer Science of the KNU named after J. Balasagyn. Mathematical models, methods and algorithms for solving can be used by business entities in their work.

Султанкул кызы Айнура

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВА И ПЕРЕРАБОТКИ ПРОДУКЦИИ

Подписано к печати 24.01.17. Формат 60x84 1/16
Офсетная печать. Объем 1,25 п.л.
Тираж 100 экз. Заказ 15

Отпечатано в ОсОО «Ала-Тоо Полиграф Сервис»
г. Бишкек, пр. Чуй 265-а