КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
ТЕОРИЯЛЫК ЖАНА КОЛДОНМО МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН атындагы КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.15.513 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517. 968

МАМАЗИАЕВА ЭЛЬМИРА АМАНОВНА

ЭКИНЧИ ТАРТИПТЕГИ ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ, СЫЗЫКТУУ ЭМЕС ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИ КОШУМЧА АРГУМЕНТ КИЙИРҮҮ УСУЛУ МЕНЕН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫН ИЗИЛДӨӨ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек - 2016

Диссертациялык иш М.М.Адышев атындагы Ош технологиялык университетинин «Колдонмо математика» кафедрасында аткарылды

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, доцент **Аширбаева А.Ж.**

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Какишов К.**

физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Дауылбаев М.К.**

Жетектөөчү мекеме: Жалал-Абад мамлекеттик университети (715600, Жалал-Абад обл., Жалал-Абад шаары, Ленин көчөсү 57)

Диссертациялык иш *2016-жылдын 28-октябрында саат 14:00дө* Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Теориялык жана колдонмо математика институту жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетине караштуу физика-математикалык илимдердин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн Д 01.15.513 диссертациялык кеңешинин жыйынында корголот.

Дареги: 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсу 328, КУУ лабораториялык корпусу № 6, 211-аудитория.

Диссертациялык иш менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан таанышууга болот. Дареги: 720071, Бишкек ш.,Чүй проспекти, 265-а.

Автореферат 2016-жылдын «___»_____________ жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу катчысы: ф.-м.и.д., проф. Искандаров С.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Азыркы учурда жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелерди кошумча аргумент кийирүү усулу деп аталган усул менен окуп үйрөнүү өнүгүүдө.

Кошумча аргумент кийирүү усулунун негиздерин Ю.А.Ведьдин катышуусу менен М.И.Иманалиев тарабынан түзүлгөн.

Бул усулдун жардамы менен дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин түрдүү типтери үчүн баштапкы маселелер ыңгайлуу изилдөө үчүн интегралдык теңдемелердин системаларына келтирилген.

Аталган автордун, ошондой эле П.С.Панков, С.Н.Алексеенко, Ш.А. Эгембердиевдер жана башка авторлордун жумуштарында кошумча аргумент кийирүү усулунун жардамы менен биринчи тартиптеги ар түрдүү дифференциалдык теңдемелер жана интегро-дифференциалдык теңдемелер изилденген.

Бул изилдөөлөрдө кошумча аргумент кийирүү усулунун башка ошондой теңдемерди изилдөөчү усулдардан өзгөчөлүгү пайда болду, мында алгачкы маселе келтирилген интегралдык теңдемелер системасы белгисиз функцияга карата суперпозицияны камтыбайт. Мындан сырткары, алгачкы маселенин чыгарылышы сызыктуу эмес алгебралык оператордун кайрылуусунун жардамында эмес, аргументтердин көптүгүнүн өлчөмүнүн төмөндөлүшүнүн жардамында интегралдык теңдемелердин чыгарылышынан алынат.

Кошумча аргумент кийирүү усулунун негизги идеяларын колдонуу менен Кортевег-де-Фриз тибиндеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер, ошондой эле сызыктуу эмес толкундук теңдемелер изилденген.

А.Ж.Аширбаева тарабынан кошумча аргумент кийирүү усулу өркүндөтүлгөн жана жогорку жана каалаганчалык жогорку тартиптеги сызыктуу эмес дифференциалдык теңдемелерди изилдөө үчүн байланган өзгөрмөлүү функциялуу мейкиндиктердеги операторлорду колдонуу усулу сунушталган.

А.Асанов, Б.Э.Сулаймановдор да кошумча аргумент кийирүү усулун биринчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн тескери маселенин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгын изилдөөгө колдонушкан.

Ошол эле мезгилде теориялык кызыгууну туудуруучу экинчи тартиптеги жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин атайын класстары да учурайт. Кошумча аргумент кийирүү усулун ушундай класстардагы теңдемелерге жайылтуу бул жумуштун актуалдуулугун аныктайт.

Изилдөө багыты. Жумуштун максаты экинчи тартиптин өзгөчөлүгүн эске алып, кошумча аргумент кийирүү усулу менен жекече туундулуу сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын изилдөө болуп саналат.

Изилдөө усулу: Кошумча аргумент кийирүү усулунун жардамы менен экинчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес оператордук-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелер интегралдык теңдемелер системаларына келтирилет. Мындай системалардын чыгарылыштарынын жашашынын далилдениши кысып чагылтуу принцибинин жардамы менен алгачкы маселелердин чыгарылыштарынын жашашын камсыз кылат. Байланган өзгөрмөлүү функциялардын мейкиндигинде операторлорду пайдалануу усулунун, ошондой эле кошумча белгисиз функцияларды кийирүү усулунун өнүгүүсү алардын сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн конкреттүү жыйынтыктар келип чыга турган жалпы жыйынтыктарды алуу мүмкүнчүлүгүн берет.

Иштин илимий жаңылыгы. Төмөнкү жыйынтыктар алынган:

- чектелген функциялардын мейкиндигинде да, чектелбеген функциялардын мейкиндигинде да вольтерралык операторлуу экинчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес оператордук-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин жергилик чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылган;
- сызыктуу эмес маселенин чыгарылыштар мейкиндигинин сызыктуулук кубулушу байкалган;
- жекече туундусу интеграл белгисинин астында кармалган экинчи тартиптеги сызыктуу эмес интегро–дифференциалдык теңдеменин чыгарылышы тургузулган;
- биринчи тартиптеги жекече туундулардын коэффициенттери белгисиз функциядан көз каранды болгон экинчи тартиптеги жекече туундулуусызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелердин жергилик чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган;
- алынган жыйынтыктар көп ченемдүү учур үчүн жалпыланган.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Жумуштун жыйынтыктары жекече туундулуу дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясын өркүндөтөт жана так далилдөөлөр менен бекемделген. Жумушта алынган жыйынтыктар боюнча конкреттүү маселелердин чечимдери тургузулган.

Иштин коргоого сунушталган негизги жоболору:

1. Кошумча аргумент кийирүү усулу менен экинчи тартиптеги жекече туундулуу квазисызыктуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн, анын ичинде туунду интеграл астында болгон учур да бар, баштапкы маселелердин жергилик чыгарылыштарынын жашоосу жана жалгыздыгы теоремаларын далилдөө;
2. Биринчи тартиптеги жекече туундулардын коэффициенттери белгисиз функциялардан көз каранды болгон экинчи тартиптеги жекече туундулуусызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемени интегралдык теңдемелердин системасына келтирүү;

3. Кошумча аргумент кийирүү усулун көп мейкиндиктүү өзгөрмөлүү экинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн өркүндөтүү.

Ишти апробациялоо. Изилдөөлөрдүн жыйынтыктары боюнча төмөндөгүдөй баяндамалар жасалды: эл аралык «Рахматулиндик-Ормонбековдук окуулар» илимий конференциясында (Бишкек, 2013 июну), Түрк дүйнсүнүн математиктеринин V конгрессинде (Булан-Сөгөттү айылы, 2014 июну; [10] тезистер жарык көргөн), Ысык-Көл эл аралык математикалык форумунда (Бостери айылы, 2015 июну; [11-12] тезистери жарык көргөн), ОшМУнун 75-жылдыгына арналган илимий конференциясында (Ош ш., 2014 октябры), Ош технологиялык университетинин «Колдонмо математика» кафедрасынын семинарларында (2010-2016).

Публикациялар. Жумуштун негизги жыйынтыктары [1-9] макалаларында жарыяланган. [3-7, 9]да авторлошконго маселенин коюлушу, ал эми изденүүчүгө конкреттүү жыйынтыктардын алынышы таандык.

Иштин көлөмү жана түзүлүшү. Диссертация киришүүдөн, төрт главадан, колдонулган булактардын тизмесинен, жыйынтыктардан, программанын колдонуу - текстинен жана эсептөөлөрдүн жыйынтыктарынан турат – бардыгы 90 бет.

Автор өзүнүн илимий жетекчиси ф.-м.и.д., доцент Аширбаева Айжаркын Жоробековнага изилдөө көйгөйүн коюп бергендиги жана жумушка ар дайым көңүл бургандыгы үчүн терең ыраазычылыгын билдирет.

ИЗИЛДӨӨНҮН НЕГИЗГИ МАЗМУНУ

Белгилөөлөр: R - чыныгы сандар көптүгү;

Жогорку (декарттык көбөйтүү) же төмөнкү индекс мейкиндиктин ченемдүүлүгүн көрсөтөт.

$R^n\ (n \in N)$ - n -ченемдүү чыныгы евклиддик мейдиндик жана $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ алардын чекиттери; $R_+ = [0,\infty)$; $R_{++} = [0,\infty)$

$T \in \boldsymbol{R}_{++}$ - кандайдыр бир бекемделген сан;

$G_2(T)=[0,T]\times\boldsymbol{R}$; $G_{n+1}(T)=[0,T]\times\boldsymbol{R}^n$;

$H_2(T)=\{(\tau,t): 0\le\tau\le t<T\}$;

$Q_3(T)= H_2(T)\times R$; $Q_{2+n}(T)= H_2(T)\times R^n$.

$T=\infty\ (t\in\boldsymbol{R}_+)$ тиешелүү мейкиндиктер Tсы жок болуп жазылышат.

Ω - $\boldsymbol{R}^m$ евклиддик мейкиндигинин аймагы;

$C(\Omega), C^{(k)}(\Omega)$ - Ω да аныкталган жана үзгүлтүксүз (тиешелеш түрдө өзүнүн k-тартипке чейинки бардык туундулары менен) функциялардын мейкиндиги;

$C_b(\Omega)$, $C_b^{(k)}(\Omega)$ – кошумча чектелүү шарты бар (тиешелүү түрдө көрсөтүлгөн туундулар үчүн да) функциялардын мейкиндиги;

$\|\cdot\|_\Omega$ - $C(\Omega)$ мейкиндигиндеги норма, эгер Ω аймагы чектелген болсо жана $C_b(\Omega)$ дагы норма, эгер Ω аймагы чектелбеген болсо.

Диффереациалдык операторлор:

$$D[\omega]=\frac{\partial}{\partial t}+\omega\frac{\partial}{\partial x},\ D_n[\omega]=\frac{\partial}{\partial t}+\omega\sum_{k=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_k}.$$

Функцияларды функцияларга өзгөртүүчү операторлор адегенде толук түрдө жазылышат: кандай өзгөрмөлүү функция алынат; (; белгисинен кийин): оператор кайсы функцияга (же бир нече функцияга) жана кайсы өзгөрмөгө таасир этет; бул функциядагы байланышкан өзгөрмөлөр. Мындан ары, жазуу өзгөртүүсүз түрдө кайталанса, анда операторлор кыска көрүнүштө да жазылышат.

Иш жүзүндө $0\le s\le t$ болгондо $u(s,x)$тин маанилеринен гана көз каранды болгон $J(t,x,u(s,x):s),\ t\ge 0,$ оператору «вольтерра тибиндеги» оператор деп аталат: эгер ушундай $T^*>0$ жашап, ал үчүн $0\le t\le T^*$ кезинде $J(t,x,u(s,x):s)=0$ көрүнүшүндөгү теңдеме чыгарылышка ээ болсо, анда ал чыгарылыш жергилик чыгарылыш деп аталат.

Интеграл тибиндеги вольтераалык операторлордун төмөнкү классы каралат:
F1) F оператору биринчи жана экинчи өзгөрмөлөрү боюнча үзгүлтүксүз;
F2) каалаган $T^*\le T$ үчүн

$$\| F(t,x;u_1(s,\xi):s,\xi)-F(t,x;u_2(s,\xi):s,\xi)\|_{G_2(T^*)}\le L\,\| u_1(t,x)-u_2(t,x)\|_{G_2(T^*)}$$

боло тургандай $L>0$ жашайт.

Мисалдар:

$$F=\int_p^q \sin(x+u(t,\xi))d\xi;\quad F=\int_0^t \frac{u(x,s)}{1+u^2(x,s)}ds;\quad F=\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty}\exp(-\xi^2-x^2)u(s,\xi)d\xi ds.$$

Ошентип, операторлору F1) жана F2) лерди канааттандыруучу теңдемелер жөнүндө далилденген теоремалардын ар бири натыйжа катарында сызыктуу жана күчсүз сызыктуу эмес интегралдуу мүчөлүү түрдүү теңдемелер жөнүндөгү жыйынтыктарды берет.

Бир түрдүүлүк үчүн тамгалардын маанилери төмөнкүчө болуп бекемделет: $u(t,x)$ - белгисиз функция; $v(\tau,t,x)$ - бир кошумча өзгөрүлмөлүү белгисиз функция; $u(t,x)=v(t,t,x)$ деп эсептелет.

$\varphi(x),\ \psi(x)$ - берилген баштапкы функциялар; жардамчы оператор

$$p(\tau,t,x;v(\rho,t,x):\rho)=x-\int_\tau^t v(\rho,t,x)d\rho.$$

Диссертациянын мазмунунун кыскача баяндамасы

Биринчи главада аксиоматика, негизги леммалар жана кошумча аргумент кийирүү усулу боюнча белгилүү жыйынтыктардын обзору, ошондой эле жумушта коюулуучу жардамчы жыйынтыктар, анын ичинде Банахтын кысып чагылтуу принцибинен натыйжасы формулировкаланат.

1.5.1-Лемма. Эгерде A оператору банах мейкиндигинде

1) $|A(0)\le c \ =const$; 2)$||x||\le\frac{c}{1-\theta}$, шарында |2)$||Ax-Ay|| \ \le\theta\,||x-y||, \theta<1$ шарттарын канааттандырса, анда ал бул шарда бир кыймылсыз чекитке ээ болот.

1.5.4-Лемма. Липшиц шартын канааттандыруучу чыныгы манилүү функциялардын суммасы жана Липшиц шартын канааттандыруучу чыныгы маанилүү чектелген функциялардын көбөйтүндүсү да Липшиц шартын канааттандырат.

Бул лемма ар бир конкреттүү учурда татаал баалоолорду жүргүзбөстөн туруп сызыктуу эмес вольтердик интегралдык теңдемелердин жергилик чыгарылыштарынын жашашын далилдөөгө мүмкүндүк берет.

Экинчи главада экинчи тартиптеги жекече туундулуу квазисызыктуу интегро-дифференциалдык теңдемелер изилденет.

2.1. бөлүмүндө төмөнкү теңдеме баштапкы шарттары менен каралган

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=u(t,x)\frac{\partial}{\partial x}\left[u(t,x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right]-\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+F(t;u(s,\xi):s,\xi), \quad (2.1.1)$$

$(t,x)\in G_2(T)$,

$$u(0,x)=\varphi(x)\equiv\varphi_0(x), \quad (2.1.2)$$

$$\left.\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}\right|_{t=0}=\varphi_1(x). \quad (2.1.3)$$

$$A(t,x;v(s,w,\xi):s,w,\xi)=\varphi(p(0,t,x;v(s,t,x):s))+\int_0^t(t-\rho)F(\rho;v(\rho,\rho,\xi):\xi)d\rho.$$

операторун киргизебиз.

2.1.1-Теорема. Эгер 1) вольтерралык F оператору үчүн F1) жана F2) шарттары аткарылса;

2) берилген функциялар $\varphi_0(x)\in C_b^{(1)}(R), \varphi_1(x)\in C_b^{(1)}(R)$ жана

$\varphi_1(x)+\varphi_0(x)\varphi_0^{/}(x)=0$ шартын канааттандырса,

анда (2.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселеси

$u(t,x)\in C_b^{(1)}(G_2(T^*))$, жергилик чыгарылышка ээ, ал

$v(\tau,t,x)=J(\tau,t;v(s,w,x):s,w))$,

интегралдык теңдеменин чыгарылышынен алынат, бул жерде

$J(\tau,t;v(s,w,x):s,w))=A(\tau,p(\tau,t,x;v(s,t,x):s);v(s,w,x):s,w)$, $(s,t,x)\in Q_3(T)$.

2.2.бөлүмүндө чектелбеген

$$u(0,x)=x, \quad (2.2.1)$$

$$\partial u(0,x)\gamma\ \partial t|_{t=0}=-x. \quad (2.2.2)$$

баштапкы шарттары каралган.

(2.1.1) теңдемесинин (2.2.1)-(2.2.2) баштапкы шарты менен

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=u(t,x)\frac{\partial}{\partial x}\left[u(t,x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right]-\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+f(t), \quad (2.2.3)$$

жекече учуру үчүн кошумча аргумент кийирүү усулу менен

$$u(t,x)=p(0,t,x;v)+\int_0^t (t-\rho)f(\rho)d\rho, \quad (\tau,t,x)\in Q_3(T)\,. \tag{2.2.5}$$

интегралдык теңдемеси алынат.

Мындан коюлган маселенин чыгарылышы

$$u(t,x)=\frac{x}{1+t}-\frac{1}{1+t}\int_0^t\int_0^s (s-v)f(v)dvds+\int_0^t (t-v)f(v)dv. \tag{2.2.6}$$

көрүнүштө болоору келип чыгат.

$$W(t;f(v):v)=-\frac{1}{1+t}\int_0^t\int_0^s (s-v)f(v)dvds+\int_0^t (t-v)f(v)dv, \tag{2.2.7}$$

сызыктуу операторун белгилейли. Анда төмөнкүнү алабыз

$$u(t,x)=\frac{x}{1+t}+W(t;f(v):v). \tag{2.2.8}$$

Ошентип, (2.2.4)-(2.2.1)-(2.2.2) сызыктуу эмес маселесинин чыгарылыштар мейкиндигинин сызыктуулук кубулушу орун алат.

2.2.1-Теорема. Эгер 1) $F(t;\frac{\xi}{1+t}:\xi)$ операторунун мааниси бардык $t \in [0,T]$ лар үчүн аныкталса ($\frac{x}{1+t}$ функциясы F операторунун аныктоо аймагына кирет); 2) Теорема 2.1.1. дин 1) жана 2) шарттары орун алса,анда (2.1.1)-(2.2.1)-(2.2.2) маселеси $u(t,x) \in C^{(1)}(G_2(T^*))$ жергилик чыгарылышка ээ болот.(2.1.1) теңдемесинин (2.2.1)-(2.2.2) шарты менен

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=u(t,x)\frac{\partial}{\partial x}\left[u(t,x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right]-\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+\int_0^X K(t)u(t,\xi)d\xi, \tag{2.2.10}$$

жекече учуру үчүн жакындаштырылган усул тургузулду.

2.3-бөлүмүндө туундусу интеграл белгисинин астында болгон

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=u(t,x)\frac{\partial}{\partial x}\left[u(t,x)\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\right]-\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+$$

$$+\int_0^t\int_{-\infty}^{\infty} K(t,s,\xi)\frac{\partial u(s,\xi)}{\partial \xi}d\xi ds+g(t), \quad (t,x)\in G_2\,. \tag{2.3.1}$$

көрүнүшүндөгү теңдеме каралат.

Төмөнкү теорема далилденди.

2.3.1-Теорема. Айталы $\int_0^\infty\int_{-\infty}^{\infty}|K(t,s,\xi)|d\xi ds \le \gamma = const$ болсун. Анда (2.3.1)-(2.2.1)-(2.2.2) маселеси $C^{(2)}(G_2)$ мейкиндигинде

$$u(t,x)=x-[1+t]^{-1}\{xt+\int_0^t\int_0^\eta(\eta-\rho)[\int_0^\rho\int_{-\infty}^{\infty}K(\rho,s,\xi)\frac{1}{1+s}d\xi ds+g(\rho)]d\rho d\eta\}+$$

$$+\int_0^t(t-\rho)[\int_0^\rho\int_{-\infty}^{\infty}K(\rho,s,\xi)\frac{1}{1+s}d\xi\,ds+g(\rho)\Bigg]d\rho. \qquad (2.3.2)$$

көрүнүшүндөгү жалгыз чыгарылышка ээ болот.

Үчүнчү главада гиперболикалык типтеги интегро-дифференциалдык теңдемелер кошумча түрдө кошумча белгисиз функцияларды кийирүү методу менен изилденет.

3.1-бөлүмүндө кошумча аргумент кийирүү усулунун (2.1.2)-(2.1.3) баштапкы шарты менен төмөнкү түрдөгү теңдеме үчүн каралган

$$\frac{\partial^2u(t,x)}{\partial t^2}=a^2(t,x)\frac{\partial^2u(t,x)}{\partial x^2}+c(t,x,u(t,x))\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}+F(t,x;u),\quad(3.1.1)$$

$(t,x)\in G_2(T)$,

3.1.1-Теорема. Айталы 1) F вольтерралык оператору үчүн F1) жана F2) шарттары аткарылсын;

2) $a(t,x)\in C_b^{(2)}(G_2(T)),\ a(t,x)>0,\quad c(t,x,u)\in C_b^{(2)}(G_2(T)\times R)$ жана өзүнүн туундулары менен *u* өзгөрүлмөсү боюнча Липшиц шартын канааттандырсын. Анда (3.1.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселеси жергилик чыгарылышка ээ болот.

Далилдөө үчүн төмөнкү белгилөөлөр киргизилет (*i*=1,2): функциялар:

$$g_i(t,x,w)=\frac{1}{a(t,x)}[c(t,x,w)+(-1)^i(a_t(t,x)+(-1)^{i+1}a(t,x)a_x(t,x)],\qquad(3.1.2)$$

$$r_i(t,x,w)=(-1)^{i+1}\frac{\partial g_i(t,x,w)}{\partial w};\qquad(3.1.3)$$

$p_i(s,t,x)$ - тийиштүү түрдө

$$p_i(s,t,x)=x+(-1)^i\int_s^t a(\tau,p_i(\tau,t,x))d\tau\,,\quad(s,t,x)\in Q_3(T);\qquad(3.1.4)$$

интегралдык теңдемелеринин чыгарылаштары.

Операторлор

$$f_i(t,x;W(s,\xi):s,\xi)=(-1)^{i+1}D[(-1)^{i+1}a(t,x)]g_i(t,x,W(t,x)).$$

3.1.1-Лемма. (3.1.1)- (2.1.2)-(2.1.3) маселеси төмөнкү система менен эквиваленттүү

$$u(t,x)=\varphi_0(p_1(0,t,x))+\int_0^t\vartheta_1(s,p_1(s,t,x))ds;\qquad(3.1.5)$$

$$\vartheta_i(t,x)=\frac{1}{2}\psi_i(p_i(0,t,x))+(-1)^{i+1}\frac{1}{2}g_i(t,x,u(t,x))u(t,x)+$$

$$+(-1)^i\frac{1}{2}\int_0^t g_i(s,p_i(s,t,x),u(s,p_i(s,t,x)))\vartheta_i(s,p_i(s,t,x))ds-$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^t f_{i.}(s,p_i(s,t,x),u(s,p_i(s,t,x)))u(s,p_i(s,t,x))ds-$$

$$-\frac{1}{2}\int_0^t r_i(s,p_i,u(s,p_i(s,t,x)))u(s,p_i(s,t,x))\vartheta_{3-i}(s,p_i(s,t,x))ds+$$

$$+\int_0^t F(s,p_i(s,t,x);u(s,p_i(s,t,x)))ds, \quad i=1,2, \tag{3.1.6}$$

$$\left[2\vartheta_i(t,x)+(-1)^i g_i(t,x,u)u(t,x)\right]_{t=0}=\psi_i(x) \quad i=1,2, \tag{3.1.7}$$

$$\vartheta_i(t,x)=D[(-1)^i a(t,x)]u$$

Ушул эле сыяктуу тургузуулар андан кийинки жыйынтыктарды далилдөө үчүн пайдаланылат.

3.2-бөлүмүндө (2.1.1)-(2.1.3) баштапкы шарты менен жана убакыттык өзгөрмө боюнча туундулуу теңдеме каралды

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=a^2(t,x)\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}+b(t,x,u(t,x))\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+F(t,x;u), \tag{3.2.1}$$

$(t,x)\in G_2(T)$.

3.2.1-Теорема. Айталы 1) Теорема 3.1.1дин шарттары аткарылсын; 2) $b(t,x,w)\in C_b^{(2)}(G_2(T)\times R)$ жана өзүнүн туундулары менен бирге w өзгөрүлмөсү боюнча Липшиц шартын канааттандырат. Анда (3.2.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселеси жергилик чыгарылышка ээ болот.

3.3 бөлүмүндө бир топ жалпы көрүнүштөгү гиперболикалык типтеги оператордук-дифференциалдык теңдемеси изилденди.

$$\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial t^2}=a^2(t,x)\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}+b(t,x,u(t,x))\frac{\partial u(t,x)}{\partial t}+c(t,x,u(t,x))\frac{\partial u(t,x)}{\partial x}+F(t,x;u), \tag{3.3.1}$$

3.3.1-Теорема. Айталы теорема 3.2.1дин бардык шарттары аткарылган болсун. Анда (3.3.1)-(2.1.2)-(2.1.3) маселеси жергилик чыгарылышка ээ болот.

Сунушталган усулдун натыйжасы катарында (2.1.2)-(2.1.3) баштапкы шарттуу

$$\frac{\partial^2 u(t.x)}{\partial t^2}=a^2\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2}$$

кылдын термелүү теңдемеси үчүн

$$u(t,x)=\frac{1}{2}\big(\varphi_0(a-xt)+\varphi_0(x+at)\big)+\frac{1}{2a}\int_{x-at}^{x+at}\varphi_1(\tau)d\tau.$$

Даламбер формуласы келтирилип чыгарылды.

Төртүнчү главада үчүнчү главада алынган белгисиз функциядан көз каранды болгон биринчи тартиптеги мейкиндиктик жана убакыттык өзгөрмөлөр боюнча жекече туундулардагы коэффициенттери бар экинчи тартиптеги жекече туундулуу интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашашынын жетишээрлик шарттарын бир нече мейкиндиктик өзгөрмөлөр учуруна жалпыланышы мүмкүн экендиги көрсөтүлдү.

4.1-бөлүмүндө

$$\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t^2} = u(t,x_1,x_2,...,x_n)\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial}{\partial x_i}\left[u(t,x_1,x_2,...,x_n)\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x}\right]+$$

$$+\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t}\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i}+F(t;u(t,\xi_1,\xi_2,...,\xi_n):\xi_1,\xi_2,...,\xi_n), \qquad (4.1.1)$$

$(t,x_1,x_2,...,x_n)\in G_{n+1}(T).$

көрүнүшүндөгү

$$\frac{\partial^k u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t^k}|_{t=0} = \varphi_k(x_1,x_2,...,x_n), k=0,1, \quad (x_1,x_2,...,x_n)\in R^n. (4.1.2)$$

баштапкы шартты теңдемеси каралат.

4.1.1-Теорема. Мейли 1) F-биринчи өзгөрүлмө боюнча үзгүлтүксүз болсун; 2) ал вольтерралык жана Липшиц шартын канааттандыруусун: ушундай *L>0* жашап, каалаган *T*≤T* үчүн

$$\| F(t;u_1(t,\xi_1,\xi_2,...,\xi_n):\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)-F(t;u_2(t,\xi_1,\xi_2,...,\xi_n):\xi_1,\xi_2,...,\xi_n)\|_{[0,T_*]}\le$$

$$\le L\| u_1(t,x_1,x_2,...,x_n)-u_2(t,x_1,x_2,...,x_n)\|_{G_{n+1}(T_*)},$$

3) $\varphi_0(x_1,x_2,...,x_n)\in C_b^{(1)}(R^n), \varphi_1(x_1,x_2,...,x_n)\in C_b(R^n)$

жана 4) төмөнкү шартты канааттандырсын

$$\varphi_1(x_1,x_2,...,x_n)-\varphi_0(x_1,x_2,...,x_n)\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial\varphi_0(x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i}=0. \qquad (4.1.3)$$

Анда (4.1.1)-(4.1.2) маселеси жергилик чыгарылышка ээ.

4.2-бөлүмүндө

$$\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t^2} = a^2(t,x_1,x_2,...,x_n)\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i\partial x_j}+$$

$$+c(t,x_1,x_2,...,x_n,u)\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i}+F(t,x_1,x_2,...,x_n;u), \qquad (4.2.1)$$

$$a(t,x_1,x_2,...,x_n)>0, \quad (t,x_1,x_2,...,x_n)\in G_{n+1}(T),$$

көрүнүшүндөгү теңдеме каралат.

Төмөнкү белгилөөлөр кийирилет

$$\vartheta_i(t,x_1,x_2,...,x_n) = D_n[(-1)^i a(t,x_1,x_2,...,x_n)]u(t,x_1,x_2,...,x_n),$$

$$g_i(t,x_1,x_2,...,x_n,u) = \frac{1}{a(t,x_1,x_2,...,x_n)}[c(t,x_1,x_2,...,x_n,u) +$$

$$+(-1)^i D_n[(-1)^{i+1} a(t,x_1,x_2,...,x_n)]a(t,x_1,x_2,...,x_n)], \quad i=1,2,$$

$$f_i(t,x_1,x_2,...,x_n,u) = (-1)^{i+1} D_n[(-1)^{i+1} a(t,x_1,x_2,...,x_n)]g_i(t,x_1,x_2,...,x_n,u), \quad i=1,2,$$

$$r_i(t,x_1,x_2,...,x_n,u) = (-1)^{i+1}\frac{\partial g_i(t,x_1,x_2,...,x_n,u)}{\partial u}, \quad i=1,2,$$

Төмөнкү теорема далилденди.

4.2.1-Теорема. Айталы 1) теорема 4.1.1дин шарттары аткарылсын; 2) $c(t,x_1,x_2,...,x_n,u) \in C_b^{(2)}(G_{n+1}(T)\times R)$ жана өзүнүн туундулары менен бирге *u* боюнча Липшиц шартын канааттандырсын.

Анда (4.2.1)-(4.1.2) маселеси жергилик чыгарылышка ээ

4.3 бөлүмүндө

$$\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t^2} = a^2(t,x_1,x_2,...,x_n)\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i \partial x_j} +$$

$$+b(t,x_1,x_2,...,x_n,u(t,x_1,x_2,...,x_n))\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t} + F(t,x_1,x_2,...,x_n;u), \tag{4.3.1}$$

$$(t,x_1,x_2,...,x_n) \in G_{n+1}(T).$$

теңдемеси каралган.

4.3.1-Теорема. Айталы 1)теорема 4.2.1дин бардык шарттары аткарылсын; 2)$b(t,x_1,x_2,\dots,x_n,u) \in C_b^{(2)}(G_{n+1}(T)\times R)$ жана өзүнүн туундулары менен бирге Липшицтин шартын канааттандырсын.

Анда (4.3.1)-(4.1.2) маселеси жергилик чыгарылышка ээ.

4.4.тө (4.2.1) жана (4.3.1)ди бириктирүүчү теңдеме каралган:

$$\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t^2} = a^2(t,x_1,x_2,...,x_n)\sum_{i,j=1}^{n}\frac{\partial^2 u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i \partial x_j} +$$

$$+b(t,x_1,x_2,...,x_n,u(x_1,x_2,...,x_n))\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial t} + \tag{4.4.1}$$

$$+c(t,x_1,x_2,...,x_n,u(x_1,x_2,...,x_n))\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial u(t,x_1,x_2,...,x_n)}{\partial x_i} + F(t,x_1,x_2,...,x_n;u),$$

$$(t,x_1,x_2,...,x_n) \in G_{n+1}(T).$$

Төмөнкү теорема далилденген.

4.4.1-Теорема. Айталы теорема 4.3.1дин бардык шарттары аткарылсын. Анда (4.4.1)-(4.1.2) жергилик чыгарылышка ээ.

КОРУТУНДУЛАР

Диссертацияда кошумча аргумент кийирүү усулу менен экинчи тартиптеги жекече туундулуу сызыктуу эмес вольтерралык оператордук-дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелер кошумча аргумент кийирүү усулунун негизинде оператордук-интегралдык теңдемелер системасына келтирилет.

Биринчи тартиптеги жекече туундулардын коэффициенттери белгисиз функциядан көз каранды болот жана жекече туундусу интеграл белгисинин астында кармалган чектелген функциялардын мейкиндигинде да, чектелбеген функциялардын мейкиндигинде да теңдемелердин түрдүү типтери үчүн баштапкы маселелердин жергилик чыгарылыштарынын жашашынын жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган.

Алынган жыйынтыктар көп мейкиндиктик өзгөрмөлөр учуруна жалпыланган.

Диссертациянын негизиги мазмуну төмөнкү иштерде жарыяланган:

1. Мамазиаева Э.А. Построение решений нелинейных интегро–дифференциальных уравнений второго порядка с частной производной под знаком интеграла [Текст] / Э.А. Мамазиаева // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2014. -Вып.47. - С.44-48.
2. Мамазиаева Э.А. Исследование решений нелинейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными [Текст] / Э.А. Мамазиаева // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2014. - Вып.47. - С. 137-141.
3. Мамазиаева Э.А. Сведение нелинейной задачи электрических колебаний в проводах к системам интегральных уравнений методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Известия ОшТУ. – Ош, 2015. – № 1. - С. 87–90.
4. Мамазиаева Э.А. Исследование решений операторно-дифференциального уравнения гиперболического типа [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Вестник ОшГУ. – Ош, 2014. – № 3. -С. 27–32.
5. Мамазиаева Э.А. Решение нелинейного операторно-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Вестник КРСУ. 2015. –Т.15. –№5. – С. 61–64.
6. Мамазиаева Э.А. Решение нелинейного операторно-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка гиперболического типа [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Наука и новые технологии. 2015. – № 2. – С. 8–11.
7. Мамазиаева Э.А. Решение нелинейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Естественные и математические науки в современном мире. 2016. - № 42. - С.111-124.

8. Мамазиаева Э.А. Применение метода дополнительного аргумента для нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными [Текст] / Э.А. Мамазиаева // Проблемы современной науки и образования. 2016. – № 8(50). - С.10-15.
9. Мамазиаева Э.А. Решение нелинейного дифференциального уравнения в частных производных второго порядка со многими переменными методом дополнительного аргумента [Текст] / А.Ж. Аширбаева, Э.А. Мамазиаева // Проблемы современной науки и образования. 2016. - № 14 (56). - С.10-16.
10. Mamaziaeva E. Investigation of solutions of partial operator-differential equations of second order by the method of additional argument [Текст]/ A.Ashirbaeva, E.Mamaziaeva // Abstracts of the V Congress of Turkic world mathematicians, Bulan-Sogottu, Kyrgyzstan, 2014 / Ed. by Academician A.Borubaev. – P. 166.
11. Mamaziaeva E. Solving of non-linear partial differential equations of second order with many variables by means of the method of additional argument [Текст]/ Mamaziaeva E., Ashirbaeva A. // Abstracts of Issyk-Kul International Mathematical Forum, Bosteri, Kyrgyzstan. 2015 /Ed. by Academician A.Borubaev. – P. 50.
12. Mamaziaeva E. Formation of the solutions of non-linear integro-differential equations of second order with differentiation under the integral sign. [Текст]/ Mamaziaeva E. // Abstracts of Issyk-Kul International Mathematical Forum, Bosteri, Kyrgyzstan. 2015 /Ed. by Academician A.Borubaev. – P. 51.

РЕЗЮМЕ

Мамазиаева Эльмира Амановна

«Экинчи тартиптеги жекече туундулуу, сызыктуу эмес интегро-дифференциалдык теңдемелерди кошумча аргумент кийирүү усулу менен чыгарылыштарын изилдөө» - деген темадагы 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу деген адистик боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн диссертация сунушталган

Урунттуу сөздөр: жекече туундулуу дифференциалдык теңдеме, сызыктуу эмес теңдеме, интегро-дифференциалдык теңдеме, экинчи тартиптеги теңдеме, кошумча аргумент кийирүү усулу, Кошинин маселеси, функционалдык мейкиндиктеги оператор, байланган өзгөрмө, кысуучу чагылтуулардын принциби.

Кошумча аргумент кийирүү усулунун негизинде, экинчи тартиптеги сызыктуу эмес жекече туундулуу Вольтерралык оператор-дифференциалдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелер үчүн баштапкы маселелер оператор-интегралдык теңдемелер системаларына келтирилет. Чыгарылыштардын жашоосун далилдөө автор сунуш кылган функционалдык мейкиндикте байланган өзгөрмөлөрү болгон операторлорду тагыраак жолдо жазуу менен жана кысуучу чагылтуулардын принциби менен, ошондой эле, кошумча белгисиз функцияларды кийирүү аркылуу жүргүзүлөт.

Ар түрдүү, алардын ичинде чектелген функциялардын жана чектелбеген функциялардын мейкиндиктеринде; интеграл белгисинин ичинде жекече туундусу болгон; биринчи тартиптеги жекече туундуларынын алдындагы коэффициенттери белгисиз функциядан көз каранды болгон теңдемелер үчүн баштапкы маселелеринин чыгарылыштарынын жашоосу менен жалгыздыгынын жетишерлик шарттары алынган.

Алынган натыйжалар көп мейкиндиктик өзгөрмө учуруна жалпыланган.

РЕЗЮМЕ

Мамазиаева Эльмира Амановна

Диссертация «Исследование решений нелинейных интегро–дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка методом дополнительного аргумента» представлена на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: дифференциальное уравнение в частных производных, нелинейное уравнение, интегро–дифференциальное уравнение, уравнение второго порядка, метод дополнительного аргумента, задача Коши, оператор в функциональном пространстве, связанная переменная, принцип сжимающих отображений

Начальные задачи для нелинейных вольтерровских операторно-дифференциальных и интегро–дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка на основе метода дополнительного аргумента сводятсяк системам операторно-интегральных уравнений. Доказательства существования решений проводятся в предложенном автором более строгом способе записи операторов в функциональных пространствах со связанными переменными, с использованием принципа сжимающих отображений, а также введения дополнительных неизвестных функций.

Получены достаточные условия существования и единственности локальных решений начальных задач для различных типов уравнений, как в пространствах ограниченных функций, так и в пространствах неограниченных функций; с частной производной под знаком интеграла; когда коэффициенты при частных производных первого порядка зависят от неизвестной функции.

Полученные результаты обобщены для случая многих пространственных переменных.

SUMMARY

Mamaziaeva Elmira Amanovna

Dissertation "Investigation of solutions of non-linear partial integro-differential equations of second order by means of the method of additional argument" submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: partial differential equation, non-linear equation, integro-differential equation, equation of second order, method of additional argument, Cauchy problem, power of differential operator, operator in functional space, bound variable, contracting mappings principle

Initial value problems for nonlinear partial operator-differential and integro-differential equations on the base of the method of additional argument are reduced to systems of operator-integral equations. Proving of existence of solutions is performed in more strict way to write operators in functional spaces with bound variables proposed by the author; by means of applying the contracting mappings principle and by introducing additional unknown functions.

There are obtained sufficient conditions for existence and uniqueness of local solutions of initial value problems for equations of various types both in spaces of bounded functions and in ones of unbounded functions, with a partial derivative under the integral sign; when coefficients by partial derivatives of the first order depend on unknown function.

The results obtained are generated to the case of many spatial variables.