КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.968

Аскар кызы Лира

БИРИНЧИ ТҮРДӨГҮ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР ҮЧҮН КОРРЕКТТҮҮ МАСЕЛЕЛЕР

Адистиги 01.01.02 – Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2018

Диссертациялык иш Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер академиясынын Математика институтунун эсептөөчү математика лаборатория-сында аткарылды.

Илимий жетекчи: физика-математикалык илимдердин доктору **Кененбаева Г.М.**

Расмий оппоненттер: физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Алыбаев К.С.**

физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Асанов А.**

Жетектөөчү мекеме: **М. М. Адышев атындагы Ош технология-лык университети**
Дареги: Ош шаары, Исанов көчөсү - 81

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын “25“ июнунда саат 14тө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетиндеги физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.17.560 Диссерта-циялык кеңешинин кеңешмесинде өткөрүлөт.

Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү - 328, КУУнун № 6-лабораториялык имараты, 211-дарскана.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер акаде-миясынын борбордук илимий китепканасынан жана МИ http://math.aknet.kg сайтынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат 2018-ж. “___” _____________ жарыяланды.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы
ф.-м. и. д., профессор Байзаков А.Б.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуугу. Азыркы учурда математиканын көптөгөн бөлүктөрү категориялар теориясынын алкагында ийгиликтүү окулат. Себеби, бул теорияда объектилердин ички түзүлүшүнөн көз карандысыз математикалык объектилердин ортосундагы байланыштын касиеттери каралат. Кыргызстанда М.Я.Медведев категориялык алгебра боюнча, академик А.А.Бөрүбаев, профессор А.А.Чекеев жана алардын окуучулары категориялык топология боюнча кээ бир натыйжаларды алышкан. Ошону менен катар, категориялык көз караашта тендеме сыяктуу маанилүү түшүнүк аныктала элек. Ошондуктан, берилген иштин максаты теңдемелер категориясынын негизги түшүнүктөрүн, объектилери менен морфизмдерин жана анын камтылган категориясын аныктоо (формулдаштыруу), башка категориялар менен өз ара байланышын түзүү жана алынган натыйжаларды биринчи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелер классынын кеңейишине колдонуу. Бул учурда, Кыргызстанда табылган аналитикалуучулугу эффектиси колдонулат. Көптөгөн тескери маселелер биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер аркылуу сүрөттөлгөндүктөн, мындай тематика актуалдуу болуп эсептелет.

Диссертациянын темасынын илимий изилдөө иштери (ИИИ) менен байланышы.

Иш КР УИА Математика институтунун төмөнкү ИИИ долбоорунун: «Компьютердик моделдөөнү, динамикалык системанын туруктуулук теориясындагы асимптотикалык топологиялык жана аналитикалык усулдары, тескери маселелердин, экономикалык жана геофизикалык процесстердин чечүүнү өрчүтүү жана колдонуу» (2015-2017), мамлекетик каттоо номери № 0007125, жыйынтыктар акыркы жана арадагы отчетторуна кошулган.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери.

Теңдемелер категориясын, анын объектилери жана морфизмдери менен жана анын ар кандай теңдемелер үчүн белгилүү типтеги маселелерди, ошондой эле жаңы типтептеги математикалык маселелерди кармаган камтылган категориясын тургузуу, аналитикалуучулугу эффектисин колдонуу менен бирин-чи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелер классын кеңейтүүчү морфизм-дерди табуу.

Изилдөө ыкмалары.

Категориялар теориясынын ыкмалары колдонулат, Кыргыз Республикасынын УИАсынын Математика институтунда алынган аналитикалуучулугу эффектиси пайдаланылат, теңдемелерди өзгөртүп түзүү ыкмасы, чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү ыкмасы, аргументти өзгөртүп түзүү ыкмасы, аналитикалык функциялардын ыкмасы, интегралдык теңдемелер теориясы, сызыктуу операторлор теориясы, эсептөө ыкмалары, энтропия түшүнүгү колдонулат.

Иштин илимий жаңылыктары.

Жаңы жалпы теңдеме түшүнүгү киргизилген жана теңдемелер категориясы, анын объектилери жана морфизмдери менен жана анын ар кандай теңдемелер үчүн белгилүү типтеги маселелерди, ошондой эле жаңы типтептеги математикалык маселелерди кармаган камтылган категориясы тургузулган. Энергияны ташуу менен байланышкан процесстердин математикалык моделдериндеги энтропия жөнүндөгү илимий божомол келтирилди жана тастыкталды. Аналитикалуучулугу эффектисин пайдалануунун негизинде бир, эки жана көп өзгөрмөлүү функциялар үчүн биринчи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелердин жаңы классы, туура келүүчү функциялар мейкиндигинде корректтүү болуп эсептелген Гаммерштейндин сызыктуу эмес теңдемеси тургузулган. Алардын туруктуу чыгарылышы үчүн жакындаштырылган ыкмалары тургузулган. Мындай теңдемелердин кээ бир типтеринин жакындаштырылган чыгарылыштарынын туруктуулугу үчүн компьютердик программалар түзүлгөн.

Торчодогу кадам - параметри боюнча чектелген эсептөө туруктуулугу кубулушу табылган.

Теориялык жана практикалык маанилүүлүк.

Бул иш теориялык мүнөзгө ээ жана анын натыйжалары динамикалык системалар теориясын категоризациялоого, тескери жана корректтүү эмес маселелердин жалпы теориясына, интегралдык теңдемелер теориясына колдонууну табууга жана корректтүү маселелердин жакындаштырылган чыгарылыштарын тургузуу үчүн жаңы ыкмаларды иштеп чыгууга шарт түзүшү мүмкүн. Алынган натыйжаларды математикалык физиканын тескери маселелеринин жакындаштырылган чыгарылышын тургузуу үчүн пайдаланса болот. Тургузулган программалык жабдуунун модификациясын биринчи түрдөгү ар кандай интегралдык теңдемелердин жакындаштырылган чыгарылыштарын тургузуу үчүн пайдаланса болот, мында табылган чектелген эсептөө туруктуулугу кубулушу мындай теңдемелердин корректтүүлүгүн кыйыр түрдө тастыктайт.

Иштин коргоого сунушталган негизги жоболору.

Теңдеме жана параметрлүү теңдемелер жаңы жалпы түшүнүгү;

Теңдемелер категориясынын анын объектилери жана морфизмдери менен жана анын ар кандай теңдемелер үчүн белгилүү типтеги маселелерди, ошондой эле, жаңы типтептеги математикалык маселелерди кармаган камтылган категориясынын элементтерин тургузуу;

Чектелген (компакттуу) объектеги энтропиянын математикалык аналогун сүрөттөгөн математикалык маселелерге тескери маселелер корректтүү эмес экендиги жөнүндөгү илимий божомол;

Көп өлчөмдүү жылуулук өткөргүч теңдемесинин, тескери убакыт менен, чыгарылышын берүүчү жеке туундулуу дифференциалдык операторлордун экспонентин тургузуу;

Аналитикалык функциялардын кээ бир класстарында корректтүү болуп эсептелген биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелер жана Гаммерштейндин сызыктуу эмес теңдемелер классы тургузулган;

Аналитикалык функциялардын кээ бир класстарында корректтүү болуп эсептелген көп өзгөрмөлүү функциялар үчүн биринчи түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелер классы тургузулган;

Биринчи түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес интегралдык теңдемелердин туруктуу чыгарылыштары үчүн программа-лык жабдуунун тургузулушу.

Талапкердин жеке салымы. Диссертациянын темалары боюнча маселелерди илимий жетекчи Г. М. Кененбаева койгон. Диссертацияга кошулган бардык материалдар авторго тийешелүү.

Иштин апробациялоо.

Изилдөөнүн жыйынтыктары төмөндөгүдөй конференцияларда баяндалды:

- академик Г. И. Марчуктун 90-жылдыгына арналган "Эсептөө жана колдонмо математиканын актуалдуу көйгөйлөрү-2015" Эл аралык илимий конференциясы, Новосибирск шаары, 2015 ж. октябры;
- академик М.И. Иманалиевдин 85-жылдыгына арналган "Математикада асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары" V Эл аралык илимий конференциясы, Бишкек шаары, 2016 ж. сентябры;
- профессор А. Керимбековдун юбилейине арналган "Башкаруу теориясынын, топологиянын жана оператордук теңдемелердин актуалдуу көйгөйлөрү" III Эл аралык илимий конференциясы, Бишкек шаары, 2017 ж. июну.

Диссертациянын темасы боюнча публикациялар.

Диссертациянын негизги жыйынтыктары авторефераттын аягында тизилген [1-8] макалаларда жарыяланган. [1-2] биргелешкен макалаларда маселелердин берилиши жана натыйжаларын талкуулоо жетекчиге таандык, биргелешкен [5] макалада маселелердин берилиши жетекчиге, натыйжаларын талкуулоо авторлошко, бардык макалаларда теоремаларды, жыйынтыктарды далилдөө жана мисалдарды кароо авторго таандык.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.

Диссертациялык иш киришүүдөн, төрт баптан, корутундулардан жана колдонулган 129 булактардын тизмесинен, программалардын жана эсептөөлөрдүн жыйынтыктарынын тиркемесенин турат. Бардыгы 95 бет.

Диссертациялык иштин бөлүмдөрүдө үчтүк номурлоо кабыл алынган. Мисалы, 2.2.1-теорема деген 2-баптын 2-бөлүмүндөгү биринчи теореманы билдирет; (3.1.4) - 3-баптын 1-бөлүмүндөгү төртүнчү формуланы билдирет. Экилик номурлоо авторефератта колдонулат.

Диссертациянын кыскача мазмуну.

Төмөнкү белгилөөлөр колдонулат: $Ob(K)$ – K категориясынын объекттери; $Mor(K)$ – K категориясынын морфизмдери.

A_v ($v>0$ *үчүн*) – v көрсөткүчтүү экспоненциалдуу типтеги бүтүн аналитикалык функциялардын мейкиндиги, башкача айтканда $(\forall f(z)\in A_v)(\exists c>0)(\forall z\in C)(|f(z)| < c\, e^{v|z|})$ шарттарын канааттандырган, $||f||_v := sup\{|f(z)|\, e^{-v|z|}: z\in C\}$ нормасы менен.

A_{+v} – кайсы бир чекитте (координаталар башталышында деп кабыл алсак болот) туундуларынын удаалаштыгы даражалуудан өйдө эмес өсүштүн ылдамдыгына ээ болгон $f(z)$ бүтүн аналитикалык функциялардын мейкиндиги: $(\forall f(z)\in A_{+v})\ (\exists c>0)\ (\forall k\in N_0:=\{0,1,2,3...\})(\ |f^{(k)}(0)| \le cv^k)$, $||f||_{+v} := sup\{|f^{(k)}(0)|\ v^{-k}: k\in N_0\}$ нормасы менен.

Биринчи бапта бул ишке тиешелүү иштерден баяндама жана ишке колдонулган кошумча натыйжалар келтирилет. Бул иштин жыйынтыктары аналитикалуучулугу эффектисинин негизинде алынгандыктан, аналитикалуучулугу эффектисинин табылгандыгы сүрөттөлгөн. Энтропия түшүнүгү боюнча жыйынтыктарга сереп жүргүзүлдү, мындан энтропиянын математикалык аналогдорунун теңдемелердин касиеттери менен байланыштары жөнүндө жалпы өбөлгөлөр келтирилген эмес деген жыйынтык чыгарылды.

Экинчи бапта *Equa* теңдемелер категориясы киргизилет:
$Ob(Equa)$ – $\{X, Y \in Ob(Set)$, $P(x)$ предикаты, $B{:}X\to Y$ өзгөртүүсү$\}$ топтомдору. $\{X, Y, P, B\}$ теңдемесинин чыгарылышы – $y\in Y$, мында $(\exists x\in X)(P(x)\wedge(y=B(x)))$. $Mor(Equa)$ – чыгарылыштары сакталгандай $\{X, Y, P, B\}$ топтомдорунун өзгөртүп түзүүсү. *Equa* категориясынын төмөнкү камтылган категориясы сунушталат:

– *Equa-Top* үзгүлтүксүз жалпыланган предикаттары менен теңдемелер категориясы $Ob(Equa\text{-}Top)$ – $\{X,Y \in Ob(Top)$, маанилердин бир чектүү топтомдорун, алардын бири "чындык", кабыл алуучу $P(x)$ функциясы, Xке үзгүлтүксүз өтүүдө $P(x)$ функциясы маанилерин коңшу маанилерине гана алмаштырат шарты аткарылгандай $B{:}X\to Y$ өзгөртүүсү $\}$ топтомдору;

– *Equa-Par* параметри менен теңдемелер категориясы.
$Ob(Equa\text{-}Par)$– $\{X, F, Y$ бош эмес көптүктөрү, $X\times F$те $P(x,f)$ предикаты, $B{:}X\to Y$ функциясы $\}$ топтомдору.

Ар кандай $f\in F$ үчүн $\{X, F, Y, P, B\}$ теңдемесинин чыгарылышы деп $(\exists x\in X)(P(x,f)\wedge(y=B(x)))$ болгондой $y(f)\in Y$ атайбыз.

– *Equa-Par-Top* параметри менен корректтүү теңдемелер категориясы:

$Ob(Equa\text{-}Par\text{-}Top)$ – $\{X, F, Y \in Ob(Top)$, $X\times F$те $P(x,f)$ предикаты, үзгүлтүксүз $B{:}X\to Y$ функциясы$\}$ топтомдору. Мында

1) $(\forall f\in F)(\exists! y\in Y)(\exists x\in X)\ (P(x,f)\wedge(y=B(x)))$;
2) y fтен үзгүлтүксүз көз каранды.

И л и м и й б о л ж о м о л. Эгерде, чексиз көптүктө объектини издөө үчүн маселе тиешелүү энтропиянын чоңдугунун өсүшү менен болгон жана

чектелген көлөмдөгү эркин энергиянын процессинин математикалык модели болсо, анда тескери маселе корректтүү эмес болот.

Үзгүлтүксүз ядролуу интегралдык оператор чектелген кесиндиде толук үзгүлтүксүз болгондуктан мындай ядролуу биринчи түрдөгү интегралдык теңдеме корректтүү боло албайт. Демек, биринчи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелерди чектелбеген аймактарда издөө керек. Диссертацияда бул тастыкталды.

Белгилүү

$$u(t,x) = exp(at\Delta)\varphi(x) = \frac{1}{(2\sqrt{Ta\pi})^n}\int_{R^n} exp\left(-\frac{|x-\xi|^2}{4aT}\right)\varphi(\xi)d\xi \qquad (0.1)$$

формуласынын негизинде жылуулук өткөргүч теңдемесинин, тескери убакыт менен, чыгарылышын берүүчү жеке туундулуу дифференциалдык операторлордун экспонентин тургузуу

Төмөнкү түрдөгү жылуулук өткөргүч теңдемесин

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = -a\Delta u(t,x), (t,x) \in \boldsymbol{R}_{++} \times \boldsymbol{R}^n,\ a > 0 \qquad (0.2)$$

$$u(0,x) = \varphi(x),\ x \in \boldsymbol{R}^n, \qquad (0.3)$$

баштапкы шарттары менен чыгаруу үчүн төмөндөгү теорема далилденди, бул жерде $\varphi(z) \in A_{n+\nu}$ жана аргументтин чыныгы маанилеринде чыныгы маанилерге ээ болот.

0.1-Т е о р е м а. Эгерде функция $f(x): \boldsymbol{R}^n \to \boldsymbol{R}$ – өзүнүн чыныгы коэффициенттүү өзгөрмөлөрү боюнча экспоненциалдуу типтеги бүтүн аналитикалык болсо, анда биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелердин

$$J_n(x; w(s): s) := \int_{R^n} exp(-b|x-\xi|^2)w(\xi)d\xi = f(x). \qquad (0.4)$$

ушундай эле бүтүн аналитикалык чыгарылышы бар

$$w(x) = J_n^{-1}(x; f(s): s) = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{\frac{n}{2}} exp\left(-\frac{1}{4b}\Delta\right)f(x).$$

Ал $f(x)$ боюнча $A_{n+\nu}$ мейкиндигинде туруктуу.

Үчүнчү бапта

$$J(x; w(s): s) := \int_{-\infty}^{\infty} exp(-b(x-\xi)^2)w(\xi)d\xi = f(x), \qquad (0.5)$$

теңдемеси

$$w(x) = \sqrt{\frac{b}{\pi}} exp\left(-\frac{1}{4b}\frac{d^2}{dx^2}\right)f(x), \qquad (0.6)$$

чыгарылышы менен, ошондой эле анын өзгөртүлүшүнөн алынган теңдемелер каралган. Бул өзгөртүүлөрдү *Equa-Par-Top* категориясындагы морфизмдер катарында карасак болот.

0.2-Т е о р е м а. Эгер $(\forall x \in \boldsymbol{R})(f(x) \in \boldsymbol{R}_{++})$; $(\forall k \in \boldsymbol{N})(|f^{(2k)}(x)| \leq 2bk\,|f^{(2k-2)}(x)|)$ болсо, анда (0.4) теңдемесинин чыгарылышы оң болот.

0.3-Т е о р е м а. Эгер $f(x) = a + \sum_{j=1}^{m} b_j\,cos(g_j x + h_j)$, $a > 0$, жана $\sum_{j=1}^{m}|b_j|exp\left(\frac{1}{4b}g_j^{\,2}\right) < a$, болсо, анда (0.5) теңдеменин чыгарылышы оң болот.

$J^{-1}(x; s^n: s) = \sqrt{\frac{b}{\pi}} \sum_{k=0}^{m} \frac{(-1)^k (2m+q)!}{k!(4b)^k (2m-2k+q)!} x^{2m-2k+q}$ формуласын колдонуу менен далилделди:

0.4-Т е о р е м а. Эгерде (0.5) теңдемесинин оң жагын экспонентанын, *sh* жана *ch* гиперболалык функциялардын, *sin* жана *cos* тригонометриялык функциялардын суммасы жана көп мүчө түрүндө жазууга мүмкүн болсо, анда бул теңдеме чыгарылышка ээ жана бул чыгарылыштагы бул түрдө жазыла алат.

(0.6) формуласын колдонуу менен мисал катары төмөндөгү табылды:

$J^{-1}(x; e^s s: s) = \sqrt{\frac{b}{\pi}} e^x \, exp\left(-\frac{1}{4b}\right)\left(x - \frac{1}{2b}\right)$.

Чыгарылышты өзгөртүү:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K(x, \xi, w(\xi)) d\xi = f(x) \qquad (0.7)$$

теңдемесинде *w(x)= W(x, u(x))* ордуна коюсу жүргүзүлөт, жана $K_1(x, \xi, u) := K\big(x, \xi, W(\xi, u)\big)$, белгилөөсү киргизелет

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_1(x, \xi, u(\xi)) d\xi = f(x), \qquad (0.8)$$

анда (0.7) корректтүү болсо корректтүү болгон (0.8) интегралдык теңдемеси алынат.

Аргументти өзгөртүп түзүү. (0.7) теңдемесинде $\xi = H(\eta)$ ордуна коюсун жүргүзөбүз, бул жерде $H(\eta)$ - аналитикалык, $x \in \mathbf{R}$ үчүн чыныгы жана өсүүчү, $H(\mathbf{R})=\mathbf{R}$, $u(\eta) = w(H(\eta))$ жаңы белгисиз функциясын $K_3(x, \eta, u) := K(x, H(\eta), u) H'(\eta)$. функциясын киргизебиз. Анда

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_3(x, \eta, u(\eta)) d\eta = f(x), \qquad (0.9)$$

теңдемесин алабыз, бул теңдеме (0.7) корректтүү болсо, корректтүү болот.

Интегралдык ядролордун композициясы.

Эгерде

$\int_{-\infty}^{\infty} K(x, \xi, w(\xi)) d\xi = f(x)$, $\int_{-\infty}^{\infty} M(x, \xi, w(\xi)) d\xi = f(x)$ интегралдык теңдемелери аналитикалык функциялардын кайсы бир классында корректтүү болушса, анда

$\int_{-\infty}^{\infty} K\left(x, \xi, \int_{-\infty}^{\infty} M(\xi, \eta, w(\eta)) d\eta\right) d\xi = f(x)$ теңдемеси дагы аналитикалык функциялардын ушул классында корректтүү болот. Ушундай ыкма менен далилденди

0.5-Т е о р е м а . Эгер $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$ болсо, анда (0.5) түрүндөгү, бирок

$H(x, \xi) = exp(-b(x-\xi)^2)(\alpha + \beta(ux + v\xi) + \gamma(ux + v\xi)^2)$

түрүндөгү ядролуу сызыктуу интегралдык теңдеме оң аналитикалык функциялардын класстарында корректтүү болот

Сумма түрүндө берилген интегралдык ядролору бар теңдемелердин корректтүүлүгү. Эгер $|\lambda|$ жетишээрлик түрдө кичине болсо, анда

$$\int_{-\infty}^{\infty} \big(exp(-b_1(x-\xi)^2) + \lambda exp(-b_2(x-\xi)^2)\big) w(\xi) d\xi = f(x). \qquad (0.10)$$

теңдемеси (0.4) теңдемеси менен катар корректтүү болот.

Ушундай теңдемелерди жакындаштырып чыгаруу үчүн алгоритм түзүлдү. Торчонун кадамы – параметр боюнча чектелген эсептөөнүн туруктуулугунун кубулушу табылды.

0.6- Т е о р е м а. Эгер $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq \mathbf{0}$, $f_1(x), f_2(x)$ - аналитикалык функциялар болсо, $K_{jk}(x) = a_{jk}\exp\left(-b_j x^2\right), j,k = 1,2,\ b_j > 0$, анда

$$\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix} K_{11}(x-\xi) & K_{12}(x-\xi) \\ K_{21}(x-\xi) & K_{22}(x-\xi)\end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_1(\xi) \\ w_2(\xi)\end{pmatrix}d\xi = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x)\end{pmatrix}, \qquad (0.11)$$

теңдемеси корректтүү болот жана чыгарылышка ээ.

М и с а л ы. Вектордук-матрицалык

$$\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix} 2exp(-(x-\xi)^2) & 5exp(-2(x-\xi)^2) \\ exp(-(x-\xi)^2) & 3exp(-2(x-\xi)^2)\end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_1(\xi) \\ w_2(\xi)\end{pmatrix}d\xi = \begin{pmatrix} x^2 \\ 1\end{pmatrix}$$ теңдемеси

$w_1(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}}(3x^2 - 6.5);\ w_2(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi}}(1.5 - x^2)$ чыгарылышына ээ.

0.7-Т е о р е м а. Эгер $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm}\end{vmatrix} \neq \mathbf{0}$, $f_k(x), k = 1..m$ - бүтүн аналитикалык экспоненциалдык типтеги функциялар болсо, $K_{jk}(x) = a_{jk}\exp(-b_k x^2), j,k = 1 \dots m,\ b_k > 0$ болсо, анда

$$\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix} K_{11}(x-\xi) & K_{12}(x-\xi) & \dots & K_{1m}(x-\xi) \\ K_{21}(x-\xi) & K_{22}(x-\xi) & \dots & K_{2m}(x-\xi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m1}(x-\xi) & K_{m2}(x-\xi) & \dots & K_{mm}(x-\xi)\end{pmatrix}\times$$

$\times colon\left(w_1(\xi), \dots, w_m(\xi)\right)d\xi = colon\left(f_1(x), \dots, f_m(x)\right)$, теңдемеси корректтүү болот жана чыгарылышка ээ.

Төртүнчү бапта

$$J_2(x_1,x_2;w(s_1,s_2):s_1,s_2):=$$
$$:= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}exp\left(-b\left((x_1-\xi_1)^2 + (x_2-\xi_2)^2\right)\right)w(\xi_1,\xi_2)d\xi_1 d\xi_2 =$$
$$= f(x_1,x_2), \qquad (0.12)$$

теңдемеси жана аны менен байланышкан теңдемелер каралган.

Үчүнчү баптагы өзгөртүүлөргө окшош өзгөртүүлөрдүн жардамы менен корректтүү теңдемелердин жаңы классы алынды.

Жалпы квадраттык функциялуу тендеме каралды ((0.12) белгилөөлөрүн алмаштыруу менен):

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}exp\left(-K(x,y,p,q)\right)w(p,q)dpdq = f(x,y), \qquad (0.13)$$

$$K(x,y,p,q) = a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}xp + 2a_{14}xq + a_{22}y^2 + 2a_{23}yp +$$
$$+2a_{24}yq + a_{33}p^2 + 2a_{34}pq + a_{44}q^2. \qquad (0.14)$$

Бул теңдемени (0.12) түргө келтирүү үчүн *x=AX+BY, y=CX+DY, p=KP+LQ; q=MP+NQ* сызыктуу өзгөртүүлөрүн колдонолу.

$$a_{11}A^2 + 2a_{12}AC + a_{22}C^2 = 1, a_{11}B^2 + 2a_{12}BD + a_{22}D^2 = 1,$$
$$a_{11}AB + a_{12}(AD + BC) + a_{22}CD = 0,\ a_{33}K^2 + 2a_{34}KM + a_{44}M^2 = 1,$$
$$a_{33}L^2 + 2a_{34}LN + a_{44}N^2 = 1, a_{33}KL + a_{34}(KN + LM) + a_{44}MN = 0,$$
$$A(a_{13}K + a_{14}M) + C(a_{23}K + a_{24}M) = -1,$$
$$B(a_{13}K + a_{14}M) + D(a_{23}K + a_{24}M) = 0,$$
$$B(a_{13}L + a_{14}N) + D(a_{23}L + a_{24}N) = -1,$$
$$A(a_{13}L + a_{14}N) + C(a_{23}L + a_{24}N) = 0.$$

системасы чыгарылды.

По заданным $a_{13}, a_{24}, a_{14}, a_{23}$, удовлетворяющим условию $a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23} \neq 0$, можно найти соответствующим алгоритмом такие a_{11}, a_{12}, a_{22}, не все равные нулю, и a_{33}, a_{34}, a_{44}, не все равные нулю, что уравнение вида (0.13)-(0.14) приводится к виду (0.12).

Таким образом, существуют нетривиальные ядра вида (4.2.2), дающие корректные уравнения.

0.8-Т е о р е м а. $a_{13}a_{24} - a_{14}a_{23} \neq 0$ шартын канааттандыруучу, берилген $a_{13}, a_{24}, a_{14}, a_{23}$, ,боюнча дал келген алгоритм аркылуу a_{11}, a_{12}, a_{22}, (бардыгы нөлгө барабар эмес) сандарын жана a_{33}, a_{34}, a_{44}, (бардыгы нөлгө барабар эмес) сандарын мындай табыш мүмкүн: (0.13)-(0.14) теңдемеси (0.12) түргө келтирилет.

Ошондуктан, тривиалдуу эмес (0.14) түрдө, корректтүү теңдемелерди берүүчү ядролор жашайт.

0.9-Т е о р е м а. Эгер $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$, $f_1(x,y), f_2(x,y)$ функциялары - өзгөрмөлөрдүн ар бири боюнча бүтүн аналитикалык экспоненциалдык типтеги болсо, $K_{jk}(x,y) = a_{jk}\exp(-b_k x^2 - c_k y^2), j,k = 1,2,\ b_k, c_k > 0$, болсо, анда

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \begin{pmatrix} K_{11}(x-\xi, y-\eta) & K_{12}(x-\xi, y-\eta) \\ K_{21}(x-\xi, y-\eta) & K_{22}(x-\xi, y-\eta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1(\xi,\eta) \\ w_2(\xi,\eta) \end{pmatrix} d\xi\, d\eta = \\ = \begin{pmatrix} f_1(x,y) \\ f_2(x,y) \end{pmatrix} \tag{0.15}$$

биринчи түрдөгү интегралдык теңдеменин бүтүн аналитикалык чыгарылышы бар жана ал корректтүү болот.

Ошондой эле (0.4) жалпы теңдемеси

$$J_n(x_1, x_2, \dots, x_n; w(s_1, s_2, \dots, s_n): s_1, s_2, \dots, s_n) := \\ := \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty} exp\left(-b\sum_{i=1}^{n}(x_i - \xi_i)^2\right) w(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)d\xi_1 d\xi_2 \dots d\xi_n = \\ = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \tag{0.16}$$

түрдө ачып каралды.

0.10-Т е о р е м а. Эгер $n \times n$ өлчөмдүү $U=\{u_{kj}: k,j = 1..n\}, V=\{u_{kj}: k,j = 1..n\}$ начар эмес матрицалар болсо, анда

$$exp\left(-b\sum_{k=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n} u_{kj}x_j - \sum_{j=1}^{n} v_{kj}\xi_j\right)^2\right)$$

ядролуу (0.16) түрүндөгү теңдеме корректтүү болот.

Диссертациянын аягында алынган жыйынтыктардын жаңылыктарын чагылдыруучу жыйынтыктоолор жана аларды теоретикалык, практикалык колдонуу мүмкүнчүлүктөрү келтирилген.

Тиркемелерде Pascal тилинде жазылган камтылган программалары менен программа жана эсептөөлөрдүн жыйынтыктары келтирилген.

Диссертациянын темасы боюнча жарыяланган макалалар:

1. Аскар кызы Л. Класс интегральных уравнений первого рода, имеющих решение при любой правой части [Текст] / Г.М.Кененбаева, Л. Аскар кызы // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики: труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Г. И. Марчука, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. - Новосибирск: Абвей, 2015. - С. 321-325. **(РИНЦ)**
2. Аскар кызы Л. Эффекты и явления в теории динамических систем [Текст] / Г.М.Кененбаева, Л. Аскар кызы // Математическое моделирование и информационные технологии в образовании и науке. Материалы международной научно-практической конференции. – Алматы: КазНПУ имени Абая, 2015. - С. 340-343.
3. Аскар кызы Л. Поиск эффектов [Текст] / Г.М.Кененбаева, Л. Аскар кызы // Вестник КРСУ. Актуальные проблемы теории управления, топологии и операторных уравне-ний: Том 1, Бишкек, 2013. – С. 187 -191.
4. Аскар кызы Л. Условия существования положительных решений линейных интегральных уравнений первого рода [Текст] / Л. Аскар кызы // Вестник ЖАГУ, 2016, № 1(32). – С.24-29.
5. Аскар кызы Л. Классификации применения компьютеров в математических исследованиях [Текст] / Г.М.Кененбаева, Т.Дж.Касымова, Л. Аскар кызы // Проблемы современной науки и образования, 2016, № 1(63). - Иваново: изд. Олимп. – С. 23-30. **(РИНЦ)**
6. Аскар кызы Л. Корректность решения двумерного интегрального уравнения первого рода с аналитическими функциями [Текст] / Л. Аскар кызы // Проблемы современной науки и образования, 2016, № 21(63). - Иваново: изд. Олимп. – С. 6-9. **(РИНЦ)**
7. Аскар кызы Л. Корректность интегральных уравнений первого рода типа Гаммерштейна с аналитическими функциями [Текст] / Л. Аскар кызы // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017, № 5. - С. 78-80.
8. Аскар кызы Л. Численные эксперименты для выявления эффекта аналитичности [Текст] / Г.М.Кененбаева, Л. Аскар кызы //
Проблемы современной науки и образования, 2017,№09(91) - Иваново: изд. Олимп. – С. 44-47. **(РИНЦ)**

Аскар кызы Лиранын 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн “Биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер үчүн корректтүү маселелер” деген темада диссертациясынын

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: категория теориясы, морфизм, биринчи түрдөгү интегралдык теңдеме, аналитикалык функция, корректтүү, теңдемелерди өзгөртүп түзүү, чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү, аргументти өзгөртүп түзүү.

Изилдөөнүн объектиси: биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелер.

Изилдөөнүн максаты: теңдемелер категориясынын, анын объектилери жана морфизмдери менен жана анын ар кандай теңдемелер үчүн белгилүү типтеги маселелерди, ошондой эле жаңы типтептеги математикалык маселелерди кармаган камтылган категориясынын элементтерин тургузуу, аналитикалык кубулушту колдонуу менен биринчи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелер классын кеңейтүүчү морфизмдерди табуу.

Изилдөөнүн усулдары. Категория теориясынын ыкмалары колдонулат, Кыргыз Республикасынын УИАсынын математика Институтунда алынган аналитикалык кубулушу пайдаланылат, теңдемелерди өзгөртүп түзүү ыкмасы,чыгарылыштарды өзгөртүп түзүү ыкмасы, аргументти өзгөртүп түзүү ыкмасы, аналитикалык функциялардын ыкмасы, интегралдык теңдемелер теориясы, сызыктуу операторлор теориясы, эсептөө ыкмалары, энтропия түшүнүгү колдонулат.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы. Жаңы жалпы теңдеме түшүнүгү киргизилген жана теңдемелер категориясы, анын объектилери жана морфизмдери менен жана анын ар кандай теңдемелер үчүн белгилүү типтеги маселелерди, ошондой эле жаңы типтептеги математикалык маселелерди кармаган камтылган категориясы тургузулган.

Аналитикалуучулугу эффектисин пайдалануунун негизинде бир, эки жана көп өзгөрмөлүү функциялар үчүн биринчи түрдөгү корректтүү интегралдык теңдемелердин жаңы классы, туура келүүчү функциялар мейкиндигинде корректтүү болуп эсептелген Гаммерштейндин сызыктуу эмес теңдемеси тургузулган. Алардын туруктуу чыгарылышы үчүн жакындаштырылган ыкмалары тургузулган. Мындай теңдемелердин кээ бир типтеринин жакындаштырылган чыгарылыштарынын туруктуулугу үчүн компьютердик программалар түзүлгөн.

Торчодогу кадам - параметри боюнча чектелген эсептөө туруктуулугу кубулушу табылган.

Колдонуу аймагы. Математикалык физиканын тескери маселелеринин, биринчи түрдөгү интегралдык теңдемелердин жакындаштырылган чыгарылыштарын тургузуу.

РЕЗЮМЕ

диссертации Аскар кызы Лиры на тему: «Корректные задачи для интегральных уравнений первого рода» на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: теория категорий, морфизм, интегральное уравнение первого рода, аналитическая функция, корректность, преобразование уравнений, преобразование решений, преобразование аргумента.

Объект исследования: интегральные уравнения первого рода.

Цель работы: Построить элементы категории уравнений, с ее объектами и морфизмами и ее подкатегорий, включающих в себя как известные типы задач для различных уравнений, так и новые типы математических задач, с использованием эффекта аналитичности найти морфизмы, расширяющие класс корректных интегральных уравнений первого рода.

Методика исследования: Применяются методы теории категорий, используется эффект аналитичности, выявленный в Институте математики НАН Кыргызской Республики, применяются метод преобразования уравнений, метод преобразования решений, метод преобразования аргумента, методы аналитических функций, теории интегральных уравнений, теории линейных операторов, вычислительные методы, понятие энтропии.

Научная новизна: Введено новое общее понятие уравнения и построены элементы категории уравнений, с ее объектами и морфизмами и ее подкатегорий, включающие в себя как известные типы задач для различных уравнений, так и новые типы математических задач. На основе использования эффекта аналитичности построены новые классы корректных линейных и нелинейных интегральных уравнений первого рода с одной, двумя и многими переменными, нелинейных уравнений Гаммерштейна, являющихся корректными в соответствующих пространствах функций, построены приближенные методы для их устойчивого решения. Построены компьютерные программы для устойчивого построения приближенных решений некоторых типов таких уравнений. Обнаружено явление ограниченной вычислительной устойчивости по параметру - шагу сетки.

Область применения: Построение приближенных решений обратных задач математической физики, интегральных уравнений первого рода,

SUMMARY
on the dissertation "Correct tasks for integral equations of the first kind" by Askar kyzy Lira submitted for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: theory of categories, morphism, integral equation of the first kind, analytical function, correctness, transformation of equations, transformation of solutions, transformation of argument.

Object of research: integral equations of the first kind.

Aim of research: Construct elements of the category of equations with its objects and morphisms and its subcategories including known types of tasks for various equations as well as new types of mathematical tasks, with assistance of the effect of analyticity find morphisms extending the class of correct integral equations of the first kind.

Methods of research: there are applied methods of the theory of categories, is used the effect of analyticity revealed at the Institute of mathematics of NAS of Kyrgyz Republic, are applied methods of transformation of equations, of transformation of solutions, of transformation of argument, of analytical functions, of the theory of integral equations, of the theory of linear operators, computational methods, notion of entropy.

Scientific novelty: A new general notion of equation is introduced and elements of the category of equations with its objects and morphisms and its subcategories including known types of tasks for various equations as well as new types of mathematical tasks are constructed. On the base of the effect of analyticity new classes of correct linear and non-linear integral equations of the first kind with one, two and many variables, of Hammerstein non-linear equations being correct in corresponding spaces are constructed, approximate methods for their stable solving are developed. A phenomena of bounded computational stability by the step of network as a parameter is revealed.

Field of application: Constructing of approximate solutions of equations of mathematical physics, of integral equations of the first kind.