КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.968.72+74

ХАЛИЛОВА ГҮЛЖАН ТАШПОЛОТОВНА

ВОЛЬТЕРРА ТИБИНДЕГИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫН ЫЛДЫЙ ЖАГЫНАН БААЛООЛОР

Адистиги 01.01.02 –Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2018

Диссертациялык иш Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынын теориялык жана колдонмо математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелер теориясы лабораториясында аткарылды

Илимий жетекчи: физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Искандаров С.**

Расмий оппоненттер: физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Дауылбаев М.К.**

физика-математикалык илимдердин доктору, профессор **Асанов А.**

Жетектөөчү мекеме: Ош мамлекеттик университети
Дареги: 723500, Ош шаары, Ленин көчөсү 331

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын 6-мартында саат 16^{00}да Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетиндеги физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин кеңешмесинде өткөрүлөт.

Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү - 328, КУУнун № 6-лабораториялык имараты, 211-аудитория.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан жана МИ http://math.aknet.kg сайтынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат “___” _____________2018-ж. жарыяланды.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы
ф.-м. и. д., профессор Байзаков А.Б.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуугу. Белгилүү, Вольтерра түрүндөгү (ВТ) интегро-дифференциалдык теңдемелер (ИДТ) математикалык модел катары, аракеттен кийинки ар түрдүү процесстерди жазылат. Ошодуктан, ал теңдемелердин азыркы жалпы жана сапаттык теориясы өсүшүнө төмөнкү белгилүү окумуштуулардын иштеринде өстүрүлдү: В. Вольтерра, Я.В. Быков, М.И. Иманалиев, Ю.А. Ведь, А.И. Боташев, Р. Беллман, К.Л. Кук, J.J.Levin, J.A. Nohel, C. Corduneanu, А.Д. Мышкис, Н.Н. Красовский, Е.А. Барбашин, А.М. Самойленко, В.Р. Винокуров, К. Какишов, К. Алымкулов, П.С. Панков, А. Саадабаев, Г. Ражапов, З. Пахыров, А. Асанов, А.Б. Байзаков, К.А. Касымов, М.К. Дауылбаев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов, Дж. Хейль, Б.С. Разумихина, А.А. Мартынюк, В. Лакшимикантам, С. Лила, Н.В. Азбелев, В.П. Максимов, Л.Ф. Рахматуллина, М.Е. Драхлин, Ю.И. Домшлак, Л.М. Березанский, А.И. Домошницкий, П.М. Симонов, T.A. Burton, R.P. Agarwal, E. Braverman, G. Gripenberg, S.-O. Londen, O. Staffans ж. б., анда жаңы усулдар иштеп чыгарылды жана илимий изилддөөлөрдүн жаңы багыттары жасалды.

Н.В. Азбелев, З.Б. Цалюк (1964) жазышты: «Теңдемелердин сапаттык теориясынын суроолорун изилдөөдөгү аналитикалык ыкмалардын негизги маселеси теңдемелердин чыгарылыштарын баалоо маселеси болуп эсептелет» деп.

Адабий талдоо ВТИДТтин чыгарылыштарынын жарым-окто ылдый жагынан баалоонун көйгөйүн начар изилдөөнү жана ал көйгөйдү чечүү төмөнкү менен байланышты көрсөтөт:
I) (Ляпунов маанисинде же Лагранж маанисинде) чыгарылыштардын туруксуздугу; II) чыгарылыштардын чайкалуусу; III) Я.В. Быков (1957) маанисинде өзгөчө чекиттердин болбоо.

I), II), III) багыттар боюнча изилдөөлөр ошондой эле актуалдуу.

Бул диссертациялык иш биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги ВТИДТтин жарым-окто чыгарылыштарын ылдый жагынан баалоонун көйгөйүнө жана пайда болгон жыйынтыктардын менен I), II), III) багыттардын байланышын изилдөөгө арналган.

Диссертациянын темасынын илимий изилдөө иштери (ИИИ) менен байланышы.

Иш КР УИА Теориялык жана колдонмо математика институтунун төмөнкү ИИИ долбоорлорунун:

«Компьютердик моделдөөнү, асимптотикалык жана аналитикалык усулдарды өнүктүрүү жана динамикалык системанын теориясында колдонуу» (2011-2013), мамлекетик каттоо номери № 0006227, «Компьютердик моделдөөнү, динамикалык системанын теориясындагы асимптотикалык жана аналитикалык усулдарды, тескери жана оптимизациянын экономикалык маселелерин жана жер титирөөнү ыкчам билүүдөгү геофизикалык берилгендердин талдоосун өрчүтүү жана колдонуу» (2012-2014), мамлекетик каттоо номери № 0005756, «Компьютердик моделдөөнү, динамикалык системанын туруктуулук теориясындагы асимптотикалык топологиялык жана аналитикалык усулдары, тескери маселелердин, экономикалык жана геофизикалык процесстердин чечүүнү өрчүтүү жана колдонуу» (2015-2017), мамлекетик каттоо номери № 0007125, жыйынтыктар отчетторуна билдирүүлөрүнө кошулган.

Изилдөөнүн максаты жана маселелери.

КР УИА МИнда сунушталган ыкмаларды колдонуу жана өнүктүрүү аркылуу, биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги ВТИДТтин чыгарылыштарынын ылдый жагынан (андан соң: жарым-окто) баалоосунун жана чексиздикке умтулуусунун (андан соң: $t \to \infty$ жүргөндө) жетишерлик шарттарын алуу. Вольтерра түрүндөгү интегралдык мүчөлөрдүн ага туура келген дифференциалдык теңдемелердин (ДТ) чыгарылыштарынын чектөөсүнө тийгизген таасирин аныктоо. Пайда болгон жыйынтыктардын менен I), II), III) багыттардын байланышын изилдөө.

Изилдөө ыкмалары.

В. Вольтерра сунушталган теңдемелерди өзгөртүү ыкмасы, биринчи тартиптеги сызыктуу ДТтин чыгарылыштарын интегралдык көрсөтүү Эйлер-Лагранж ыкмасы, КР УИА МИнда иштеп чыгарылган айкын эмес биринчи тартиптеги ИДТти айкын жүктүү ИДТке келтирүү ыкмасы, жүктүк жана кесүү функциялар ыкмасы, бөлүктөп кесүү ыкмасы, системага келтирүүнүн стандарттуу эмес ыкмасы, чыгарылыштарды ылдый жагынан баалоо үчүн интегралдык жана дифференциалдык барабарсыздыктардын ыкмалары, интегралдык көрсөтүүдө чыгарылыштарды менен туундуларын ылдый жагынан баалоо ыкмасы.

Иштин илимий жаңылыктары.

Төмөнкүлөр теңдемелердин тривиалдуу эмес чыгарылыштарынын ылдый жагынан баалоо жана чексиздикке умтулуусу үчүн жетишерлик шарттар табылды: биринчи тартиптеги айкын эмес, бир тектүү эмес сызыктуу ВТИДТ; бир тектүү, сызыктуу ВТИДТ, ал ВТИДТтин чыгарылыштары үчүн бир тектүү өсүү шарты аткарганы учурунда; биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ; биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ функционал менен; экинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ВТИДТ; үчүнчү тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ВТИДТ, (жана алардын биринчи, экинчи, үчүнчү туундуларынын) төртүнчү тартиптеги сызыктуу ВТИДТ. Интегралдык мүчөнүн тиешелүү биринчи тартиптеги сызыктуу, бир тектүү жана бир тектүү эмес, (ошондой эле белгисиз функциянын коэффициенти нөлгө болгон) ДТлердин жана функционалдык ДТлердин чыгарылыштарынын чектелгендигине таасири аныкталды.

2.3-2.6-бөлүктөрдө жана 3-бөлүмдө аныкталган баштапкы белгилүүлөрдүн көп түрдүүлүгүнөн алынган Коши баштапкы белгилүүлөрү үчүн чыгарылыштардын изделген асимптотикалык касиеттеринин аткаруусу көрсөтүлдү.

Бардык жерде чыгарылыштардын ылдый жагынан баалоосунун жана чексиздикке умтулуусунун менен Ляпунов маанисинде чыгарылыштардын туруксуздугунун, чайкалбоосунун, Я.В.Быков (1957) маанисинде өзгөчө чекиттердин болбоонун, жарым аралыктагы каалаган чекитте Коши маселесинин чыгаруучулугунун теориясынын байланышы изденет.

Изделген маселелер тиешелүү үчүнчү жана төртүнчү сызыктуу жана сызыктуу сымал ДТ үчүн ошондой эле жаңы.

Теориялык жана практикалык баалуулук.

Бул иш теоретикалык мүнөздө жазылган жана анын жыйынтыктары ВТИДТдин чыгарылыштарынын асимптотикалык теориясында; аэро жана космодинамиканын, биологиянын, медицинанын, экологиянын кээ бир процесстерин сапаттык изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

Иштин коргоого сунушталган негизги жоболору.

Төмөнкүлөр теңдемелердин тривиалдуу эмес чыгарылыштарынын (жана жогорку тартиптеги теңдеме учурунда туундарынын) ылдый жагынан баалоо жана чексиздикке умтулуусу үчүн жетишерлик шарттарды табуу:

- биринчи тартиптеги айкын эмес, бир тектүү эмес сызыктуу ВТИДТ, тиешелүү биринчи тартиптеги сызыктуу ДТтин чыгарылышы чектелген болуу учурунда жана критикалык (ошондой эле белгисиз функциянын коэффициенти нөлгө болгон) учурда;
- бир тектүү, сызыктуу ВТИДТ, ал ВТИДТтин чыгарылыштары үчүн бир тектүү өсүү шарты аткарганы учурунда;
- биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ, мында белгисиз функциянын коэффициенти нөлгө болгон, эң жөнөкөй бир тектүү эмес, сызыктуу ДТтин чыгарылыштарынын чектелгендигине интегралдык мүчөнүн таасири аныкталды;
- биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ функционал менен, мында белгисиз функциянын коэффициенти нөлгө болгон, эң жөнөкөй бир тектүү эмес, сызыктуу ДТтин жана функционалдык-ДТтин чыгарылыштарынын чектелгендигине интегралдык мүчөнүн таасири аныкталды;
- экинчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү эмес ВТИДТ;
- экинчи тартиптеги сызыктуу сымал ВТИДТ;
- үчүнчү тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ВТИДТ;
- төртүнчү тартиптеги сызыктуу ВТИДТ.

Изилдөөчүнүн салымы. Диссертациянын темалары боюнча маселелерди илимий жетекчи С. Искандаров койгон. Диссертацияга кошулган бардык материалдар авторго тийешелүү.

Ишти апробациялоо.

Изилдөөнүн жыйынтыктары боюнча төмөндөгүдөй баяндамалар жасалды:

- академиги М.И. Иманалиевдин 80-жылдыгына арналган "Математикада асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары" IV Эл аралык илимий конференциясы (2011 ж. 13-16-сент., Бишкек шаары - Ысык-Көл облусу, Бозтери айылы);
- Түрк дүйнөсүнүн математиктеринин V курултайы (2014 ж. 5-7-июну, Ысык-Көл облусу, Булан-Сөгөттү айылы);
- «КРСУдагы Илим жумага-2015» арналган, «Жогорку математика» кафед-расынын проф.–окутуучулардын курамынын конференциясы» (2015-ж. 22 апр., Бишкек шаары);
- Ысык-Көл математикалык Эл аралык форуму (2015 ж. 24-27 июну, Ысык-Көл облусу, Бозтери айылы);

- Пермь мамлекеттик Улуттук изилдөө университетинин 100-жылдыгына арналган “Дифференциалдык теңдемелер” симпозиуму (2016 ж. 18-майы, Орусия, Пермь шаары);
- академик М.И. Иманалиевдин 85-жылдыгына арналган "Математикада асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдары" V Эл аралык илимий конференциясы (2016 ж. 13-сент., Бишкек шаары).

Диссертациянын темасы боюнча публикациялар.
Диссертациянын негизги жыйынтыктары боюнча авторефераттын аягында тизилген 12 иш жарыяланган. Биргелешкен [1-4,6, 8-12] иштерде: маселелерди коюу илимий жетекчи С. Искандаровго, жыйынтыктарды талкулоо жардамчы авторлорго, теоремаларды далилдөө, натыйжалар жана мисалдарды түзүү авторго тийиштүү.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү.

Диссертациялык иш киришүүдөн, 16 бөлүктү камтыган үч бөлүмдөн, корутундулардан жана колдонулган 90 булактардын тизмесинен турат. Бардыгы 108 бет. Диссертацияда кадимки ДТ жана ВТИДТ каралат.

Диссертациялык иштин бөлүмдөрүнүн бөлүктөрүндө үчтүк номурлоо кабыл алынган. Мисалы, 2.2.1-теорема деген 2-бөлүмдүн 2-бөлүгүндөгү биринчи теореманы билдирет; (3.1.4) - 3-бөлүмдүн 1-бөлүгүндөгү төртүнчү формуланы билдирет. Ошол эле номурлоо авторефератта колдонулат.

Диссертациянын кыскача мазмуну.

Төрт бөлүктөн турган 1-бөлүмдө, диссертациянын темасына жакын, ВТИДТтин чыгарылыштарын ылдый жагынан баалоо, чайкабоосу жана туруксуздугу боюнча башка авторлордун иштерине жалпы көрүнүш берилди, интегралдык өзгөртүүлөр жөнүндө леммалар, интегралдык барабарсыздыктар жөнүндө леммалар жана корутунду берилди.

Сегиз бөлүктөн турган 2-бөлүм сызыктуу жана сызыктуу сымал биринчи жана экинчи тартиптеги ВТИДТтин менен Коши баштапкы шарттар чыгарылыштарын ылдый жагынан баалоолорго жана изилдөөнүн I), II), III) багыттарынын менен пайда болгон жыйынтыктардын байыланышын кароого арналган.

2.1-бөлүктө

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)\right]d\tau=0,\ t=t_0 \qquad (2.1.1)$$

биринчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү айкын эмес ВТИДТинин каалаган тривиалдуу эмес чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун мүчөлөрү аз эмес экендиги түрүндө жетишерлик шарттары табылган,

$$x'(t)+a(t)x(t)=0,\ t\ge t_0 \qquad (2.1.1_0)$$

тиешелүү бир тектүү биринчи тартиптеги ДТтин каалаган чыгарылышы чектелген экени учурунда, жана $a(t)\equiv 0$ *(a)* учурунда.

Бул бөлүктүн негизги жыйынтыктарын айталы.

Белгилейли: $b(t)\equiv a(t)+Q_1(t,t),\ \ K(t,\tau)\equiv Q_0(t,\tau)-Q'_{1\tau}(t,\tau)$.

С.Искандаров (2002) боюнча, $0<\varphi(t)$ - кандайдыр бир жүк функциясы,

$$K(t,\tau)=\sum_{i=1}^{n}K_i(t,\tau), \qquad (K)$$

$\psi_i(t)(i=1..n)$- кандайдыр бир кесүүчү функциялар,

$$R_i(t,\tau)\equiv\varphi(t)K_i(t,\tau)\left(\psi_i(t)\psi_i(\tau)\right)^{-1}\quad(i=1..n);$$

$$\Delta(t)\equiv 2b(t)\varphi(t)-\varphi'(t),$$

$$\Delta(t)=\Delta_1(t)+\Delta_2(t),\quad \Delta_1(t)<0,\qquad \Delta_2(t)\le 0. \qquad (\Delta)$$

2.1.1-ТЕОРЕМА. Эгерде: 1) $\varphi(t)>0$, (K), (Δ) шарттары аткарылса;

2) $R_i(t,t_0)\le 0,\ R'_{it}(t,t_0)\ge 0,\ R'_{i\tau}(t,\tau)\le 0,\ R''_{it\tau}(t,\tau)\ge 0\quad (i=1..n);$

3) $$\int_{t_0}^{\infty}\left(\varphi(s)Q_1(s,t_0)\right)^2\left|\Delta_1(s)\right|^{-1}ds<\varphi(t_0). \qquad (Q_1)$$

болсо, анда (2.1.1) ВТИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн

$$|x(t)|\ge\sqrt{C_*}\left(\varphi(t)\right)^{-\frac{1}{2}}\exp\left(2\int_{t_0}^{t}\left|\Delta_2(s)\right|\left(\varphi(s)\right)^{-1}ds\right), \qquad (2.1.7)$$

$$C_*=\left[\varphi(t_0)-\int_{t_0}^{\infty}\left(\varphi(s)Q_1(s,t_0)\right)^2\left|\Delta_1(s)\right|^{-1}ds\right]\left(x(t_0)\right)^2<\infty.$$

мамилелештиги (ылдый жагынан баалоо) аткарылат.

2.1.1 НАТЫЙЖА. Эгерде 2.1.1 теореманын бардык шарттары аткарылса жана

$$\lim_{t\to\infty}\left[\left(\varphi(t)\right)^{-1}\exp\left(\int_{t_0}^{t}\left|\Delta_2(s)\right|\left(\varphi(s)\right)^{-1}ds\right)\right]=\infty, \qquad (\Delta_2)$$

болсо, анда (2.1.1) ВТИДТтин каалаган тривиалдуу эмес чыгарылышы чексиздикке умтулат.

2.1.2 НАТЫЙЖА. Эгерде

1) $b(t)=b_1(t)+b_2(t),\ b_1(t)<0,\ b_2(t\le 0);$ $\qquad (b)$

2) $K(t,t_0)\le 0,\ K'_t(t,t_0)\ge 0,\ K'_\tau(t,\tau)\le 0,\ K''_{t\tau}(t,\tau)\ge 0;$

3) $$q=\int_{t_0}^{\infty}\left(Q_1(s,t_0)\right)^2\left|b_1(s)\right|^{-1}ds<1, \qquad (q)$$

шарттары аткарылса, анда (2.1.1) ВТИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн

$$|x(t)|\ge\sqrt{q}\,|x(t_0)|\exp\left(\int_{t_0}^{t}\left|b_2(s)\right|ds\right). \qquad (2.1.9)$$

ылдый жагынан баалоосу бар экен. Эгерде, дагы,

$$\int_{t_0}^{\infty}\left|b_2(s)\right|ds=\infty, \qquad (b_2)$$

шарты аткарылса, анда (2.1.1) ВТИДТтин каалаган тривиалдуу эмес чыгарылышы $x(t)$ чексиздикке умтулат. Бул сүйлөм 2.1.1 теоремадан $\varphi(t)\equiv 1$, $\Delta(t)\equiv b(t)=b_1(t)+b_2(t_0)$, $\Delta_1(t)\equiv b_1(t)$. $\Delta_2(t)\equiv b_2(t)$, $n=1$, $K_1(t,\tau)\equiv K(t,\tau),\psi_1(t)\equiv 1$ болгондо чыгарылат жана жогоруда коюлган көйгөйдү чечүүнүн коэффициенттик жышанасы бар.

2.1.1 МИСАЛ.

$$x'(t)-\exp(5t)x(t)+\int_0^t\left\{\left[\frac{\exp(\tau)}{2\sqrt{\exp(2t)+\exp(t)-\exp(\tau)}}-\frac{102\exp(t+\tau)\sin t\sin\tau}{(t+1)(t-\tau+1)}\right]x(\tau)-\right.$$
$$\left.-\sqrt{\exp(2t)+\exp(t)-\exp(\tau)}\,x'(\tau)\right\}d\tau=0,\quad t\geq 0$$

ВТИДТи үчүн $\varphi(t)\equiv t+1$ болгондо теореманын шарттары аткарылат.

$n=1, \psi_1\equiv\exp(t)\sin t,$ мында $t_0=0, b(t)\equiv-\exp(5t)-\exp(t),$

$K(t,\tau)\equiv-\dfrac{102\exp(t+\tau)\sin t\sin\tau}{(t+1)(t-\tau+1)},\ R_1(t,\tau)\equiv-\dfrac{102}{t-\tau+1},\ \Delta(t)\equiv-2(t+1)[\exp(5t)+\exp(t)]-1,$

$\Delta_1(t)\equiv-2(t+1)\exp(5t),\ \Delta_2(t)\equiv-2(t+1)\exp(t)-1,\ \varphi(0)=1,$

$$\int_0^\infty(\varphi(s)Q_1(s,t_0))^2|\Delta_1(s)|^{-1}ds=\int_0^\infty\frac{(s+1)(\exp(2s)+\exp(s)-1)}{2\exp(5s)}ds=\frac{1861}{7200}<1.$$

Ошондуктан, бул ВТИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн

$$|x(t)|\geq\frac{\sqrt{5339}}{60\sqrt{2}}|x(0)|\exp(2\exp(t)-2). \qquad (2.1.7_*)$$

ылдый жагынан баалоосу аткарылат.

2.1.2 МИСАЛ.

$$x'(t)+(t-1)+x(t)-\int_0^t\left\{\left[\frac{t+1}{(t-\tau+1)^2}+\frac{25\cos 4t\cos 4\tau}{t-\tau+1}\right]x(\tau)+\frac{\tau x'(\tau)}{t-\tau+1}\right\}d\tau=0, t\geq 0$$

ВТИДТи $\varphi(t)\equiv 1, n=1, \psi(t\equiv\cos 4t,)$ мында $t_0=0, b(t)\equiv-1, \Delta_2(t)=-1,$

$K(t,\tau)\equiv-\dfrac{50\cos 4t\cos 4\tau}{t-\tau+1},\ R_1(t,\tau)\equiv-\dfrac{50}{t-\tau+1}, Q_1(t,0)=0$ ((Q_1) шарты аткарылат)

болгондо 2.1.1 теореманын жана 2.1.2 натыйжанын бардык шарттарын канааттандырат. Ошондуктан, бул ВТИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн ылдый жагынан $|x(t)|\geq|x(0)|e^t$ баалоосу аткарылат: мындан $\forall x(0)\neq 0$ болгондо чыгарылыш чексиздикке умтулат. Бирок, $x'(t)+(t-1)x(t)=0,\ t\geq 0$ ДТинин $x(t)=c\exp\left(t-\dfrac{t^2}{2}\right)$ $(c-\forall const)$ чыгарылышы чектелген.

МИСАЛ 2.1.3.

$$x'(t)-\int_0^t\left\{\left[\frac{t+1}{(t-\tau+1)^2}+\frac{25\cos 4t\cos 4\tau}{t-\tau+1}\right]x(\tau)+\frac{\tau x'(\tau)}{t-\tau+1}\right\}d\tau=0, t\geq 0$$

ВТИДТи үчүн 2.1.1 теореманын жана 2.1.2 натыйжанын бардык шарттарын канааттандырат, мында $a(t)\equiv 0$ ((a)шарты аткарылат), башка функциялар 2.1.2 мисалдагыларга барабар, $\Delta(t)\equiv-t\equiv\Delta_2(t)$. Ошондуктан, бул ВТИДТтин каалаган тривиалдуу эмес чыгарылышы $x(t)$ чексиздикке умтулат. Бирок, тиешелүү $x'(t)=0$ ДТинин $x(t)=c$ $(c-\forall const)$ чыгарылышы чектелген.

2.2 бөлүктө

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^t K(t,\tau)x(\tau)d\tau=0,\quad t\geq t_0 \qquad (2.2.1)$$

биринчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү ВТИДТинин каалаган тривиалдуу эмес бир тектүү өсүүчү (Б.С. Разумихиндин (1988) монографиясында бир тектүү өсүүчүлүк касиетине окшош) чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун мүчөлөрү аз эмес экендиги түрүндө жетишерлик шарттары табылган.

2.3 бөлүктө

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x(\tau)\,d\tau = f(t), \quad t \ge t_0 \tag{2.3.1}$$

биринчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү ВТИДТинин каалаган чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган.

Интегралдык мүчөнүн эң жөнөкөй сызыктуу

$$x'(t) = f(t), \quad t \ge t_0 \tag{2.3.1$_0$}$$

ДТинин чыгарылыштарынын чектелгендигине таасирин аныктоо. Эгерде $\int_{t_0}^{\infty} |f(t)|dt < \infty \quad (f_*)$ шарты аткарылса, анда $x'(t)+\int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x(\tau)\,d\tau = f(t), \quad t \ge t_0$ ВТИДТинин чыгарылышы аныкталган баштапкы белгилүүлөрдүн көп түрдүүлүгүнөн чексиздикке умтулат.

2.4 бөлүктө

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x(\tau)\,d\tau = f(t)+F(t;x), \quad t \ge t_0 \tag{2.4.1}$$

функционалы болгон, биринчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү ВТИДТинин каалаган чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган, эгерде

$$xF(t;x) \ge 0 \tag{F}$$

шарты аткарылса. Интегралдык мүчөнүн эң жөнөкөй сызыктуу

$$x'(t) = f(t), \quad t \ge t_0 \tag{2.4.1$_1$}$$

ДТинин чыгарылыштарынын жана

$$x'(t) = F(t;x), \quad t \ge t_0, \tag{2.4.1$_2$}$$

ФДТинин чыгарылыштарынын чектелгендигине таасирин аныктоо. Б.а., коюлган маселе (2.4.1$_1$) ДТтин жана (2.4.1$_2$) ФДТтин чыгарылыштары чектелген экендиги учурда чыгарылат.

2.5 бөлүктө

$$x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x'(\tau)d\tau = f(t), \ t \ge t_0. \tag{2.5.1}$$

экинчи тартиптеги сызыктуу бир тектүү эмес ВТИДТинин чыгарылышынын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган.

2.6 бөлүк

$x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) +$

$$+\int_{t_0}^{t}[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)]d\tau=f(t),\ \ t\geq t_0. \qquad (2.6.1)$$

экинчи тартиптеги ВТИДТинин чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттарын табууга арналган.

2.7 бөлүктө установлены жетишерлик шарттары ылдый жагынан баалоо и чексиздикке умтулуусу решений вида:

$$x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)]d\tau=f(t)+$$
$$+F\left(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}H(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))d\tau\right),\ \ t\geq t_0,$$

экинчи тартиптеги ВТИДТинин чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган. Мында
F(t,x,y,z), H(t,τ,x,y) функциялары

$$|F(t,x,y,z)|\leq g_0(t)|x|+g_1(t)|y|+g_2(t)|z|,|H(t,\tau,x,y)|\leq h_0(t,\tau)|x|+$$
$$+h_1(t,\tau)|y|, \qquad (F,H)$$

терс эмес $g_0(t),\ g_1(t),g_2(t),h_0(t,\tau),h_1(t,\tau)$ менен начар сызыктуу эместигин шартына канааттандырат.

2.8 бөлүктө 2 бөлүмдүн жыйынтыктарын талдоо өткөрүлдү.

Төрт бөлүктөн турган 3-бөлүм сызыктуу жана сызыктуу сымал үчүнчү и төртүнчү тартиптеги ВТИДТтин менен Коши каалаган баштапкы шарттар чыгарылыштарын ылдый жагынан баалоолорго жана изилдөөнүн I), II), III) багыттарынын менен пайда болгон жыйынтыктардын байыланышын кароого арналган.

3.1 бөлүктө

$$x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)\right]d\tau=f(t),\ t\geq t_0\ . \qquad (3.1.1)$$

үчүнчү тартиптеги сызыктуу ВТИДТинин чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган.

3.2 бөлүктө

$$x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}\left[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)\right]d\tau=f\left(t\right)+$$
$$+F(t,x(t),x'(t),x''(t),\int_{t_0}^{t}H(t,\tau,x(\tau),x'(\tau),x''(\tau))d\tau),\quad t\geq t_0 \qquad (3.2.1)$$

ВТИДТинин чыгарылышын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган. Мында

$F(t,x,\ y,\ z,\ u),\quad H(t,\tau,x,\ y,\ z)$

$$|F(t,x,\ y,\ z,\ u)|\leq g_0(t)|x|+g_1(t)|y|+g_2(t)|z|+g_3(t)|u|,$$
$$|\ H(t,\tau,x,\ y,\ z)|\leq h_0(t,\tau)|x|+h_1(t,\tau)|y|+h_2(t,\tau)|z| \qquad (N)$$

терс эмес $g_k(t), h_r(t,\tau)$ $(k=0,1,2,3;\ r=0,1,2)$. функциялары менен начар сызыктуу эместигин шартына канааттандырат.

3.3 бөлүктө

$$x^{(4)}(t)+a_3(t)x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}[Q_0(t,\tau)x(\tau)+$$

$$+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)+Q_3(t,\tau)x'''(\tau)]d\tau=f(t),\ t\geq t_0 \qquad (3.3.1)$$

төртүнчү тартиптеги сызыктуу ВТИДТинин чыгарылышын жана үчүнчү тартипке дейре туундуларын ылдый жагынан баалоонун жана чексиздикке умтулуусунун жетишерлик шарттары табылган.

3.4 бөлүк 3 бөлүмдүн жыйынтыктарын талдоого арналган.

С.Искандаров (2006) боюнча, (3.1.1) ВТИДТте

$$x'(t)=\delta x(t)+W(t)y(t), \qquad (3.1.2)$$

алмаштыруусун аткаралы. Мында $0<\delta$ - кандайдыр бир жардамчы параметр, $0<W(t)$ - кандайдыр бир жүк функциясы, $y(t)$ - жаңы белгисиз функция. Анда (3.1.1) ВТИДТ эквиваленттүү

$$\begin{cases} x'(t)=\delta x(t)+W(t)y(t), \\ y''(t)+b_2(t)y'(t)+b_1(t)y(t)+b_0(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}[P_0(t,\tau)x(\tau)+ \\ +P_1(t,\tau)y(\tau)+K(t,\tau)y'(\tau)]d\tau=F(t), \end{cases} \qquad (3.1.6)$$

системасына келтирилет. Мында

$$b_2(t)\equiv a_2(t)+\delta+2W'(t)\left(W(t)\right)^{-1}, b_1(t)\equiv a_1(t)+a_2(t)W_1(t)\left(W(t)\right)^{-1}+\delta^2+W_1'(t)\left(W(t)\right)^{-1},$$

$$b_0(t)\equiv\left[a_0(t)+\delta a_1(t)+\delta^2 a_2(t)+\delta^3\right]\left(W(t)\right)^{-1},\ P_0(t,\tau)\equiv\left(W(t)\right)^{-1}[Q_0(t,\tau)+,$$

$$+\delta Q_1(t,\tau)+\delta^2 Q_2(t,\tau)],\ P_1(t,\tau)\equiv\left(W(t)\right)^{-1}[Q_1(t,\tau)W(\tau)+Q_2(t,\tau)W_1(\tau)],$$

$$W_1(t)\equiv W'(t)+\delta W(t),\ K(t,\tau)\equiv\left(W(t)\right)^{-1}Q_2(t,\tau)W(\tau),\ F(t)\equiv f(t)\left(W(t)\right)^{-1}.$$

Адегенде (3.1.6) системанын каалаган чыгарылышын өйдө жагынан баалоону өткөрөлү.

С.Искандаров (2002) боюнча,

$$K(t,\tau)=\sum_{i=0}^{n}K_i(t,\tau), \qquad (K)$$

$$F(t)=\sum_{i=0}^{n}F_i(t), \qquad (F)$$

$\psi_i(t)$ $(i=1..n)$ - кандайдыр бир кесүүчү функциялар,

$R_i(t,\tau)\equiv K_i(t,\tau)\left(\psi_i(t)\psi_i(\tau)\right)^{-1},\ E_i(t)\equiv F_i(t)\left(\psi_i(t)\right)^{-1}$ $(i=1..n)$,

$$R_i(t,t_0)=A_i(t)+B_i(t)\ (i=1..n), \qquad (R)$$

$c_i(t)$ $(i=1..n)$ - кандайдыр бир функциялар,

шарттарын жана белгилештерин киргизели.

3.1.1ТЕОРЕМА. Эгерде 1) $\delta>0,\ W(t)>0,\ (K),(F),(R)$ шарттары аткарылса; 2) $b_2(t)\geq 0$; 3) $b_1(t)>0,\ b_1'(t)\leq b_1^*(t)b_1(t)$ $b_1^*(t)\geq 0$ функциясы жашаса;

4) $A_i(t)\ge 0,\ B_i(t)\ge 0,\ B_i'(t)\le 0,\ R_{i\tau}'(t,\tau)\ge 0$,

$A_i'(t)\le A_i^*(t)A_i(t)$, $\left(E_i^{(k)}(t)\right)^2\le B_i^{(k)}(t)c_i^{(k)}(t),\ R_{it\tau}''(t,\tau)\le R_i^*(t)R_{i\tau}'(t,\tau)\quad (i=1..n;\ k=0,1)$.

мамилелештерин канааттандыручу $A_i^*(t)\ge 0,\ c_i(t),\ R_i^*(t)\ge 0$, функциялары жашаса, анда (3.1.6) системанын $(x(t),\ y(t))$ каалаган чыгарылышы үчүн

$$\left(x(t)\right)^2+\left(y'(t)\right)^2+2\int_{t_0}^{t}b_2(s)\left(y'(s)\right)^2ds+b_1(t)\left(y(t)\right)^2+\sum_{i=1}^{n}A_i(t)\left(Y_i(t,t_0)\right)^2\le$$

$$\le\left\{\sqrt{c_*}+\int_{t_0}^{t}\left|F_0(s)\right|\exp\left(-\delta s+\delta t_0-\int_{t_0}^{s}G_1(\tau)d\tau\right)ds\right\}^2\exp\left(2\delta t-2\delta t_0+2\int_{t_0}^{t}G_1(s)ds\right),\qquad(3.1.8)$$

$$\left|y(t)\right|\le\left(b_1(t)\right)^{-\frac{1}{2}}\left[\sqrt{c_*}+\int_{t_0}^{t}\left|F_0(s)\right|\exp\left(-\delta s+\delta t_0-\int_{t_0}^{s}G_1(\tau)d\tau\right)ds\right]\exp\left(\delta t-\delta t_0+\int_{t_0}^{t}G_1(s)ds\right),\quad(3.1.9)$$

баалоолору бар экен. Мында $G_1(t)\equiv W(t)\left(b_1(t)\right)^{-\frac{1}{2}}+\dfrac{1}{2}b_1^*(t)+\dfrac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\left[A_i^*(t)+R_i^*(t)\right]+$

$+\left|b_0(t)\right|+\int_{t_0}^{t}\left[\left|P_0(t,\tau)\right|+\left|P_1(t,\tau)\right|\left(b_1(\tau)\right)^{-\frac{1}{2}}+\left|K_0(t,\tau)\right|\right]d\tau$.

3.1.1 ЭСКЕРТМЕ. (3.1.8)ден (3.1.8)тин оң бөлүгү жана (3.1.8)тин сол бөлүгүнүн ар бир кошулуучу үчүн окшош баалоо чыгарылат:

$$\left(x(t)\right)^2,\ \left(y'(t)\right)^2,\ \int_{t_0}^{t}b_2(s)\left(y'(s)\right)^2ds,\ A_i(t)\left(Y_i(t,t_0)\right)^2\le\sum_{i=1}^{n}A_i(t)\left(Y_i(t,t_0)\right)^2\quad(i=1..n)$$

(3.1.2) ДТдан Коши-Лагранж ыкмасы менен

$$x(t)=\exp\left(\delta(t-t_0)\right)\left[x(t_0)+\int_{t_0}^{t}\exp\left(-\delta(s-t_0)\right)W(s)y(s)ds\right]\qquad(3.1.10)$$

интегралдык көрсөтүүсүн чыгарыш мүмкүн.

(3.1.10)дон Ю.А.Ведь (1965) ыкмасы сыяктуу

$$\left|x(t)\right|\ge\exp\left(\delta(t-t_0)\right)\left[\left|x(t_0)\right|-\int_{t_0}^{t}\exp\left(-\delta(s-t_0)\right)W(s)\left|y(s)\right|ds\right]\qquad(3.1.11)$$

ылдый жагынан баалоосу чыгарылат. (3.1.9)ду пайдаланып,

$$\left|x(t)\right|\ge\exp\left(\delta(t-t_0)\right)\left[\left|x(t_0)\right|-\int_{t_0}^{t}W(s)\exp\left(\int_{t_0}^{s}G_1(\tau)d\tau\right)\left\{\sqrt{c_*}+\right.\right.\qquad(3.1.12)$$

$$\left.\left.+\int_{t_0}^{s}\left|F_0(\tau)\right|\exp\left(-\delta\tau+\delta t_0-\int_{t_0}^{\tau}G_1(\eta)d\eta\right)d\tau\right\}ds\right].$$

баалоосу чыгарылат.

3.1.2 ТЕОРЕМА. Эгерде 1) 3.1.1 теореманын бардык шарттары аткарылса; 2) $M\left(x(t_0),x'(t_0),x''(t_0)\right)\equiv\left|x(t_0)\right|-$

$$-\int_{t_0}^{\infty}W(s)\exp\left(\int_{t_0}^{s}G_1(\tau)d\tau\right)\left\{\sqrt{c_*}+\int_{t_0}^{s}\left|F_0(\tau)\right|\exp\left(-\delta\tau+\delta t_0-\int_{t_0}^{\tau}G_1(\eta)d\eta\right)d\tau\right\}ds>0,\qquad(3.1.13)$$

анда (3.1.13) көп түрдүүлүгүнөн баштапкы маалымат менен (3.1.1) ВТИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн ылдый жагынан төмөнкү баалоо:

$$|x(t)| \geq M\big(x(t_0), x'(t_0), x''(t_0)\big)\exp\big(\delta(t-t_0)\big). \qquad (3.1.14)$$

3.1.2 теореманын айтканы (3.1.12) баалоодон чыгарылат.

НАТЫЙЖА 3.1.1. Эгерде 3.1.2 теореманын бардык шарттары аткарылса, анда баштапкы маалымат менен (3.1.1) ВТИДТтин каалаган чыгарылышы чексиздикке умтулат.

3.1.2 ЭСКЕРТМЕ.

$$c_* = \big(x(t_0)\big)^2 + \big(y'(t_0)\big)^2 + b_1(t_0)\big(y(t_0)\big)^2 + \sum_{i=1}^{n} c_i(t_0),$$

$$x'(t_0) = \delta x(t_0) + W(t_0)y(t_0), \quad x''(t_0) = \delta^2 x(t_0) + \big[W'(t_0) + \delta W(t_0)\big]y(t_0) + W(t_0)y'(t_0)$$

мамилелештеринен (3.1.13) $M\big(x(t_0), x'(t_0), x''(t_0)\big) > 0$ көп түрдүүлүгү аныкталат.

Мындай, (3.1.13) көп түрдүүлүгүнөн баштапкы маалымат менен (3.1.1) ВТИДТтин каалаган чыгарылышынын чексиздикке умтулуу далилдеди, б.а. ал Ляпунов маансинде туруксуз. Эскертели, (3.1.1) ВТИДТтин мындай чыгарылыштары J жарым-аралыгында нөлдөргө ээ эмес, б. а. чайкалабайт. Дагы, (3.1.13) көп түрдүүлүгүнөн баштапкы маалымат менен (3.1.1) ВТИДТтер Я.В. Быков (1957) маанисинде өзгөчө чекиттерге ээ эмес.

3.1.1 МИСАЛ. $x'''(t) +$

$$x'''(t) + \Big[10 + \exp\big(t(\sin t)^{1/5}\big)\Big]x''(t) + \Big[-100 + \frac{1}{t+1}\Big]x'(t) - \Big[1000 + \frac{10}{t+1} + \exp(-19t) + 100\exp\big(t(\sin t)^{1/5}\big)\Big] *$$

$$* \, x(t) + \int_0^t \Big\{-\Big[10Q_1(t,\tau) + 100Q_2(t,\tau) + \frac{\exp(-10t)}{(t+\tau+4)^4}\Big]x(\tau) + Q_1(t,\tau)x'(\tau) + Q_2(t,\tau)x''(\tau)\Big\}d\tau =$$

$$= -\frac{1}{t+27}\exp(-10t + t^2(\sin 2t)^{1/3}) + \frac{\exp(-10t)}{(t+22)^2}, \quad t \geq 0,$$

үчүнчү тартиптеги ВТИДТи, мында

$$Q_1(t,\tau) \equiv \frac{\exp(-10t+10\tau)}{(t+\tau+3)^5\sqrt{\tau+1}}, Q_2(t,\tau) \equiv \exp(-10t+10\tau)\times$$

$$Q_2(t,\tau) \equiv \exp(-10t+10\tau)\Big\{\Big[\exp(\sin\ln(t+1)) + \frac{1}{t-\tau+20}\Big]\exp\big(t^2(\sin 2t)^{1/3} + \tau^2(\sin 2\tau)^{1/3}\big) - \frac{1}{(t+\tau+10)^3}\Big\},$$

болгондо, 3.1.2 теореманын жана 3.1.1 натыйжанын бардык шарттары аткарылат, мында $t_0 = 0$, $b_2(t) \equiv \exp\big(t(\sin t)^{1/5}\big)$, $b_1(t) \equiv \frac{1}{t+1}$, $b_1^*(t) \equiv 0$, $b_0(t) \equiv -\exp(-9t)$,

$$n = 1,\ \psi_1(t) \equiv \exp\big(t^2(\sin 2t)^{1/3}\big),\ R_1(t,\tau) \equiv \exp(\sin\ln(t+1)) + \frac{1}{t-\tau+20},$$

$$K_0(t,\tau) \equiv -\frac{1}{(t+\tau+20)^3},\ f_1(t) \equiv -\frac{\exp\big(-10t + t^2(\sin 2t)^{1/3}\big)}{t+27}, \quad F_0(t) \equiv \frac{1}{(t+22)^2},$$

$$A_1(t) \equiv \exp(\sin\ln(t+1)), \quad A_1^*(t) \equiv \frac{1}{t+1}, R_1^*(t) \equiv 0,\ B_1(t) \equiv \frac{1}{t+20},\ E_1(t) \equiv -\frac{1}{t+27},\ c_1(t) \equiv \frac{1}{t+20},$$

$$P_1(t,\tau)\equiv\frac{1}{(t+\tau+3)^5\sqrt{\tau+1}},\quad P_0(t,\tau)\equiv-\frac{1}{(t+\tau+4)^4},$$

$$\exp\left(\int_0^s G_1(\tau)d\tau\right)\le\exp\left(\int_0^s\left[\exp(-10\tau)\sqrt{\tau+1}+\frac{1}{2(\tau+1)}+\exp(-9\tau)+\frac{1}{3(\tau+4)^3}+\frac{1}{4(\tau+3)^4}+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2(\tau+10)^2}\right)d\tau\le\sqrt{s+1}\exp\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{20}+\frac{1}{96}+\frac{1}{324}\right);$$

$$M(x(0),x'(0),x''(0))\equiv|x(0)|-\int_0^\infty\exp(-10s)\sqrt{s+1}\exp\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{20}+\frac{1}{96}+\frac{1}{324}\right)\left[\sqrt{c_*}+\int_0^s\frac{d\tau}{(\tau+22)^2}\right]ds\ge$$

$$\ge|x(0)|-\frac{1}{9}\left(\sqrt{c_*}+\frac{1}{22}\right)\exp\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{20}+\frac{1}{96}+\frac{1}{324}\right);$$

$$\sqrt{c_*}=\left[(x(0))^2+(x''(0)-100x(0))^2+(x'(0)-10x(0))^2+\frac{1}{20}\right]^{1/2}\le$$

$$\le|x(0)|+|x''(0)-100x(0)|+|x'(0)-10x(0)|+\frac{1}{20};$$

$$M(x(0),\,x'(0),\,x''(0))\equiv|x(0)|-\frac{1}{9}\left(|x(0)|+|x''(0)-100x(0)|+|x'(0)-10x(0)|+\frac{1}{20}\right)*$$

$$*\exp\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{20}+\frac{1}{96}+\frac{1}{324}\right)>0$$

мисалы, $x^{(k)}(0)=10^k x(0)\quad(k=1,\,2)$ болгондо,

$$|x(0)|-\frac{1}{9}(|x(0)|+\frac{1}{20})\exp\left(\frac{2}{9}+\frac{1}{20}+\frac{1}{96}+\frac{1}{324}\right)>0.$$

Көп теорема жана натыйжа үчүн көрсөтүүчү мисалдар түзүлдү.

2, 3 бөлүмдөрдө, бардык жерде чыгарылыштардын ылдый жагынан баалоосунун жана чексиздикке умтулуусунун менен Ляпунов маанисинде чыгарылыштардын туруксуздугунун, чайкалбоосунун, Я.В.Быков (1957) маанисинде өзгөчө чекиттердин болбоонун, жарым аралыктагы каалаган чекитте Коши маселесинин чыгаруучулугунун теориясынын байланышы изденет.

Диссертациянын аягында пайда болгон жыйынтыктардын жаңылыгын жана алардын теориялык жана практикалык колдонуусунун мүмкүнчүлүктөрүн көрсөтүүчү тыянактар берилди.

<u>Диссертациянын темасы боюнча жарыяланган макалалар:</u>

1. Халилова Г.Т. Об оценке снизу решений линейного однородного неявного интегро-дифференциального уравнения первого порядка [Текст] / С. Искандаров, Г.Т.Халилова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2009. – Вып. 40. – С 65 - 70.
2. Халилова Г.Т. Оценки снизу решений линейного неоднородного интегро-дифференциального уравнения первого порядка [Текст] / С. Искандаров, Г.Т.Халилова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2009. – Вып. 41. – С. 46-52.

3. Халилова Г.Т. Об оценке снизу решений линейного интегро-дифференциального уравнения второго порядка [Текст] / С. Искандаров, Г.Т.Халилова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2010. – Вып. 42. – С. 29 - 34.
4. Халилова Г.Т. Оценки снизу решений линейного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка [Текст] / С. Искандаров, Г.Т.Халилова // Вестник КНУ им. Ж. Баласагына. – 2011. – Спец. вып. – С. 61-65.
5. Халилова Г.Т. Об оценке снизу первых производных решений линейного интегро-дифференциального уравнения второго порядка [Текст] / Г.Т. Халилова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2012. – Вып. 45. – С. 34-39.
6. Халилова Г.Т. Оценки снизу решений линейного интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка типа Вольтерра [Текст] / С. Искандаров, Г.Т. Халилова // Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Сер. матем., мех., информатика. – Алматы, 2013. – № 1(76). – С.43-52.
7. Халилова Г.Т. Об одной оценке снизу решений линейного однородного интегро-дифференциального уравнения первого порядка [Текст] / Г.Т. Халилова // Исследования по интегро-дифференциальным уравнениям. – Бишкек: Илим, 2014. – Вып. 47. – С. 39-43.
8. Khalilova G.T. Lower estimates of solutions of weak nonlinear Volterra integro-differential equations of second order [Текст] / S. Iskandarov, G.T. Khalilova // Вестник КРСУ. – 2015. – Т. 15, № 5. – С. 68-70.
9. Халилова Г.Т. Об оценках снизу решений и их производных линейного интегро-дифференциального уравнения четвертого порядка типа Вольтерра [Текст] / С. Искандаров, Г.Т. Халилова // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2016. – Вып. 2(33). – С. 21-29.
10. Халилова Г.Т. Об оценке снизу решений слабо нелинейного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка [Текст] / С. Искандаров, Г.Т. Халилова // Приволжский научный вестник. – Ижевск, 2016. – № 7(59). – С. 22-26.
11. Халилова Г.Т. Об оценках снизу решений интегро-дифференциального уравнения первого порядка с функционалом [Текст] / С. Искандаров, Г.Т. Халилова // Вестник КРСУ. – 2016. – Т.16, № 9. – С.16-20.
12. Халилова Г.Т. Об оценках снизу решений и их производных линейного интегродифференциального уравнения четвертого порядка типа Вольтерра [Текст] / С. Искандаров, Г.Т. Халилова // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. – Москва: ВИНИТИ РАН, 2017. – Т. 132. – С. 44 - 50.

РЕЗЮМЕ

Халилова Гүлжан Ташполотовна

“Вольтерра тибиндеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын ылдый жагынан баалоолор”деген темада 01.01.02- дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу деген адистик боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн диссертация сунушталган

Урунттуу сөздөр: Вольтерра тибиндеги (ВТ) интегро-дифференциалдык теңдемелер (ИДТ), ылдый жагынан баалоолор, априордук баа, чексизге умтулуу, интегралдык мүчөлөрдүн таасири.

Изилдөөнүн объектиси: Биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү интегро-дифференциалдык теңдемелер.

Изилдөөнүн максаты: Вольтерра тибиндеги биринчи, экинчи, үчүнчү жана төртүнчү тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын ылдый жагынан чектелгендигин, аргумент чексизге умтулганда чексизге умтуларын камсыздоочу жеткиликтүү шарттарды табуу.

Вольтерра тибиндеги интегралдык мүчөлөрдүн тиешелүү биринчи тартиптеги ДТлердин чыгарылыштарынын чектелгендигине таасирин аныктоо.

Изилдөөнүн усулдары. Теңдемелерди кайра өзгөртүп түзүү Вольтерранын ыкмасы, айкын эмес ВТИДТлерди айкын түрдөгү жүктүү ВТИДТге келтирүү, салмактык жана кесүүчү функциялар, жекече кесүүчү функциялар, теңдемени системага стандарттык эмес келтирүү, чыгарылыштарды ылдый жагынан баалоочу интегралдык жана дифференциалдык барабарсыздыктар, бир тектүү эмес биринчи тартиптеги ДТнин чыгарылышын Коши–Лагранж усулу менен интегралдык көрсөтүлүш, чыгарылыштарды ылдый жагынан баалоо усулдары колдонулат.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы. Төмөнкү теңдемелердин тривиалдуу эмес чыгарылыштарынын ылдый жагынан баалоо жана чексиздикке умтулуусу үчүн жетишерлик шарттар табылды: биринчи тартиптеги айкын эмес, бир тектүү эмес сызыктуу ВТИДТ; бир тектүү, сызыктуу ВТИДТ, ал ВТИДТтин чыгарылыштары үчүн бир калыпта өсүү шарты аткарылган учурунда; биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ; биринчи тартиптеги сызыктуу ВТИДТ функционал менен; экинчи тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ВТИДТ; үчүнчү тартиптеги сызыктуу жана сызыктуу сымал ВТИДТ, (жана алардын биринчи, экинчи, үчүнчү туундуларынын) төртүнчү тартиптеги сызыктуу ВТИДТ. Интегралдык мүчөнүн тиешелүү биринчи тартиптеги сызыктуу, бир калыптагы жана бир калыптагы эмес, (ошондой эле белгисиз функциянын коэффициенти нөлгө болгон) ДТлердин жана функционалдык ДТлердин чыгарылыштарынын чектелгендигине таасири аныкталды.

РЕЗЮМЕ

Халилова Гулжан Ташполотовна

Диссертация на тему: «Оценки снизу решений интегро-дифференциальных уравнений типа Вольтерра» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02- дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: интегро-дифференциальное уравнение типа Вольтерра, ылдый жагынан баалоо, априорные оценки, стремление к бесконечности, влияние интегральных членов.

Объект исследования: ИДУТВ первого, второго, третьего и четвертого порядков.

Цель работы: Получить достаточные условия для оценки снизу и стремления к бесконечности решений при неограниченном возрастании независимой переменной решений ИДУТВ первого, второго, третьего и четвертого порядков. Выявить влияние интегральных возмущений типа Вольтерра на ограниченность решений соответствующих дифференциальных уравнений (ДУ).

Методика исследования. Применяются метод преобразования уравнений В. Вольтерра, метод сведения неявного ИДУ первого порядка к явному ИДУ с нагрузкой, метод весовых и срезывающих функций, метод частичного срезывания, нестандартные методы сведения к системе, методы интегральных и дифференциальных неравенств для оценки снизу решений, метод Эйлера -Лагранжа интегрального представления решений линейного неоднородного ДУ первого порядка, метод оценки снизу решений и их производных в интегральных представлениях.

Научная новизна: Установлены достаточные условия для оценки снизу и стремления к бесконечности нетривиальных решений линейного однородного неявного ИДУТВ первого порядка; линейного однородного ИДУТВ в случае выполнения условия «монотонности» для решений этого ИДУТВ; линейного неоднородного ИДУТВ первого порядка; линейного ИДУТВ первого порядка с функционалом; линейного неоднородного ИДУТВ второго порядка; линейного и слабо нелинейного ИДУТВ второго порядка; решений линейного и слабо нелинейного ИДУТВ третьего порядка; и их производных вплоть до третьего порядка линейного ИДУТВ четвертого порядка. При этом выявляется влияние интегрального члена на ограниченность решений соответствующих линейных однородных и неоднородных ДУ первого порядка, в том числе с нулевым коэффициентом искомой функции, а также - решений функционально-ДУ.

SUMMARY
on the dissertation "Lower bounds for solutions of integro-differential equations of Volterra type" by Khalilova Gulzhan Tashpolotovna for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.01.02-differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords: Integro-differential equation of Volterra type (IDEVT), lower estimates, a priori estimates, tending to infinity, influence of integral members.

Object of research: IDETV of first, second, third and fourth orders.

Aim of research: Obtain sufficient conditions for estimating from below on the half-axis and the tendency to infinity of solutions for an unbounded increase in the independent variable of IDETV solutions of the first, second, third, and fourth orders. Detect influence of Volterra-type integral perturbations on the boundedness of solutions of the corresponding differential equations (DE).

Methods of research: Apply Volterra conversion method of equations, the method of reducing the implicit IDEVT of the first order to the explicit IDEVT with load, the method of weight and cutoff functions, the method of partial truncation, nonstandard methods of reduction to the system, the methods of integral and differential inequalities for estimating from below solutions, the Cauchy-Lagrange method of the integral representation of solutions of a linear inhomogeneous DE of the first order, a method for estimating from below solutions and their derivatives in integral representations.

Scientific novelty: Sufficient conditions for estimating from below and the tendency to infinity for non-trivial solutions are established for: linear homogeneous implicit IDEVT of the first order; nonzero solutions of a linear homogeneous IDEVT if the condition "monotonicity" is satisfied for the solutions of this IDETV; of a linear inhomogeneous IDEVT of the first order; of a linear IDEVT of the first order with a functional; a linear non-homogeneous IDEVT of the second order; of a linear and weakly nonlinear second-order IDEVT; of a linear and weakly nonlinear IDEVT of the third order; and their derivatives up to third order of a linear fourth-order IDEVT. In this case, the influence of the integral term on the boundedness of the solutions of the corresponding linear homogeneous and inhomogeneous DE of the first order, including the zero coefficient of the desired function, and also on the solutions of the functional-DE is revealed.