маалыматтардын негизинде псевдопараболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелеринин оң жагын калыбына келтирүүнүн чечилишин жана үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдеме үчүн көп өлчөмдүү коэффициенттик тескери маселени изилдөө.

Жумушта алынган жыйынтыктардын илимий жаңылыгы. Псевдопараболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелер теориясын келечекте өнүктүрүү. Биринчи жолу эки өлчөмдүү жылуулук өткөргүчтүн теңдемеси үчүн тескери убакыттагы корректүү эмес Коши маселесинин жакындаштырылган чыгарылышы псевдопараболалык теңдеменин жардамы тургузулган жана Адамар тибиндеги мисал түзүлгөн. Биринчи жолу псевдопараболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелерди банах мейкиндигинин шкалалары ыкмасынын жардамы менен изилденди.

Теориялык жана практикалык баалуулугу. Диссертация теориялык мүнөзгө ээ жана математикалык физикадагы тескери маселелердин теориясын өнүктүрүү салымын кошот. Алынган жыйынтыктар төртүнчү жана жогорку тартиптеги теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелерди изилдөө үчүн, ошондой эле бул теңдемеге келүүчү колдонмо маселелерди чыгарууда, математика, колдонмо математика жана информатика багытындагы магистранттар жана аспиранттар үчүн атайын курс окуганга колдонулат.

Изилдөөнүн усулдары: Оператордук Вольтерра теңдемесинин ыкмасын, Галеркиндин ыкмасын, банах мейкиндигиндеги шкалалар ыкмасын, Фурьенин ыкмасы, Фурьенин өзгөртүп түзүү ыкмасын, өнүктүрүү жана колдонуу.

Коргоого чыгарылган негизги жоболор:

1. Эки өлчөмдүү псевдопараболалык тендемелер үчүн чектик маселеси жана Коши маселесинин айкын чыгарылышы алынды.
2. Корректтүү эмес эки өлчөмдүү жылуулук өткөрүүчү теңдемеси үчүн тескери убакыттагы Коши маселесинин жакындаштырылган чыгарылышын тургузуу. Адамар тибиндеги мисалды тургузуу.
3. Ички чекитинде кошумча шарт менен берилген эки өлчөмдүү псевдопараболалык теңдемелердин булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы теоремасы далилденди.
4.Эки өлчөмдүү псевдопараболалык тендемелер үчүн финалдык кошумча шарт менен мейкиндикте өзгөрмөлөрдөн көз каранды болгон булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы теоремалары далилденди.
5. Интегралдык кошумча шарттын негизинде эки өлчөмдүү псевдопараболалык тендемелер үчүн убакыттан көз каранды болгон булак функциясын

табуу маселесинин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын теоремасы далилденди.

6. Мейкиндиктеги аналитикалык функциялардын классында көп өлчөмдүү коэффициенттик тескери маселенин чыгарылышынын жашашынын жана жалгыздыгынын локалдык теоремасы далилденди.

Жумуштун апробациясы. Диссертациянын негизги жыйынтыгы төмөнкү семинарларда жана эл аралык конференцияларда талкууланып жана доклад окулду:

– К.Тыныстанов атындагы Ысык-Көл мамлекеттик университетинин “теориялык жана прикладдык математика” кафедрасынын семинарында (жетекчи т.и.д., профессор Зиялиев К.Ж.)

– Кыргыз мамлекеттик техникалык университетинин астындагы акад. У.А.Асаналиев атындагы Тоо-кен иштери жана тоо-кен технологиялары институтунун “жогорку жана колдонмо математика” кафедрасынын семинарында (жетекчиси ф-м.и.д., профессор Аблабеков Б.С. 2015-2017 ж.)

– Сегизинчи эл аралык илимий “Корректтүү эмес, тескери маселелердин теориясы жана аларды сандык ыкма менен чыгаруу аттуу мектеп-конференция ”, Новосибирск, 2016 ж;

– Үчүнчү эл аралык илимий-практикалык конференция “Физика-математикалык илимдин заманбап көйгөйлөрү” (Россия, Орел шаары, 23-26 ноябрь 2017 ж.)

Диссертациялык тема боюнча жарыкка чыккан басылмалар. Диссертациянын негизги жыйынтыгы тогуз жарыяланган иштен, анын ичинен сегиз макала журналдарда, Эл аралык конференцияда бир тезис доклады жарыяланган [5].

Изилдөөчүнүн жекече салымы. Чогуу чыгарылган жумуштарда [1-3,5-9] коюлган маселе жана негизги изилдөө идеясы илимий жетекчи таандык, ал эми теореманын далилдөөсү, алынган жыйынтыктар диссертациянын авторуна тиешелүү.

Диссертациялык жумуштун көлөмү жана түзүлүшү. Диссертациялык иш киришүүдөн, үч главадан, корутундулардан, 129 аталыштагы колдонулган адабияттардын тизмесинен, анын ичинен диссертациядагы темага ылайык 9 автордун ишинен турат. Диссертациянын көлөмү 87 беттен туруп, КР ЖАК нын 25.10.2015 ж. инструкциясынын негизинде 14 пт менен Times News Roman шрифти менен терилген.

Диссертацияда номерлөө үчтүк номерлөө аркылуу белгиленген. Биринчи цифра главанын номери экенин билгизет, экинчиси-бөлүмдүн номери, үчүнчүсү-теоремалардын,леммалардын,формулалардын номери.

Учурдан пайдаланып, маселенин коюлушуна көмөк көрсөткөндүгү, жумуштун жыйынтыктарын чогуу талкуулагандыгы жана пайдалуу кенештери үчүн илимий жетекчим ф-м.и.д., профессор Б.С. Аблабековго автор терең ыраазычылыгын билгизет.

Автореферата төмөндөгүдөй белгилөөлөр, келишүүлөр жана түшүнүктөр кабыл алынган:

$\dfrac{\partial u(x)}{\partial x_i} = u_{x_i}$ - x_i координатасы боюнча жекече туунду

$\nabla u \equiv grad\ u = \{u_{x_1}, u_{x_2}, ..., u_{x_n}\}$; $\Delta_2 u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}$

$D_x^{(\alpha)} u = \dfrac{\partial^{|\alpha|} u}{\partial x_1^{\alpha_1} \partial x_2^{\alpha_2} .. \partial x_n^{\alpha_n}}$, $|\alpha| = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$, мында $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$- мультииндекс;

I - бирдик оператор;

$C^l(\Omega), (l = 0, 1, ...)$- Ω областында l – жолу үзгүлтүксүз дифференцирленүүчү функциялардын мейкиндиги, жекече учурда $C^0(\Omega) = C(\Omega)$;

$C^\infty(R^n)$ - R^n де чексиз дифференцирленүүчү функциялардын мейкиндиги ;

$C^{(n,m)}(Q_T)$ - Q_T областында аныкталып, $0 \le k \le n, \quad 0 \le l \le m$

болгон учурда $\dfrac{\partial^{k+l} v}{\partial x^k \partial t^l} \in C(Q_T)$ болгон $v(x,t)$ фукциялардын мейкиндиги;

$M_\gamma(Q_T)$ - Q_T, да берилип ал $|v(x,t)| \le \beta \exp\{\gamma |x|\}, x \in R, \quad 0 \le t \le T \quad \gamma \ge 0$-, $\beta = const > 0 \quad v(x,t)$, баалосу аткарылгандай $v(x,t)$ функциялардын классы;

$M_\gamma(R)$ - $f(x)$ функциясы үчүн $|f(x)| \le \beta \exp\{\gamma |x|\}, \quad x \in R\ \beta = const > 0$ баалоосу, аткарылгандай болгон $f(x)$ функциялардын классы;

$C_{M_\gamma}^{(n,m)}(Q_T)$ - (n,m) тартипке чейинки туундулары менен $M_\gamma(Q_T)$ да жаткан $C^{(n,m)}(Q_T)$, дан алынган функциялардын көптүгү;

$L_2(\Omega)$- Ω областында $|f(x)|^2$ интегралдануучу, ошондой эле Лебегдин маанисинде Ω областында суммалоонучу $f(x)$ функцияларынын көптүгү.

$< u, v > = \int_\Omega u(x) v(x) dx$, $\|u\|_{L_2(\Omega)} = \sqrt{< u, u >} = \left(\int_\Omega |u(x)|^2 dx \right)^{1/2}$;

X – каалагандай банахтын мейкиндиги: $C(0, T; X)$ X тен маани алуучу нормасы $\|u\|_{C(0,T;X)} = \max\limits_{t\in[0,T]} \|u(t)\|_X$ болгондой, [0,T] үзгүлтүксүз болгон $u:(0,T) \to X,$ функциялардын көптүгү; $L_2(0,T;X)$ - нормасы $\|u\|_{L_2(0,T;X)} = \left(\int\limits_0^T \|u(t)\|_X^2\, dt \right)^{1/2}$ аркылуу берилген x тен алынган, Лебег боюнча [0,T] интегралдануучу функциялардын мейкиндиги;

$W_2^l(\Omega)$ - $L_2(\Omega)$нин элементеринен турган, l ге чейинки тартиптен кеңейтилген туундуга ээ болгон Ω областында квадраттык суммалоонучу, нормасы $\|u\|_{W_2^l(\Omega)} = \left[\int\limits_\Omega \left(|u(x)|^2 + \sum\limits_{|k|=1}^{l} \sum\limits_{|k|} \left| D^{(k)} u(x) \right|^2 dx \right) \right]^{1/2}$ барабардыгы менен аныкталган гильберттик мейкиндиги, мындa $D^{(K)}$ символу x боюнча k тартипке чейинки каалагандай u(x) функциясынын туундусу;

$\overset{0}{W}{}_2^1(\Omega)$ - нормасы $W_2^1(\Omega)$ аныкталуучу Ω областында чексиз дифференцирленүүчү замыкание жолу менен алынуучу $W_2^1(\Omega)$ мейкиндигинин бөлүк мейкиндиги;

$\Delta_x u = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \ldots + \dfrac{\partial^2 u}{\partial x_n^2}$ - Лапластын оператору;

$\tilde{f}(\xi) = (Ff)(\xi) = \int\limits_{R^n} f(x) e^{-i(x,\xi)} dx$ - $f(x) \in L_1(R^n)$ функциясынын Фурье өзгөртүп түзүүсү;

Аныктама. Ар бир заттык $S > 0$ санга A_S банахтын мейкиндиги туура келсин дейли (мында $\|\cdot\|_S$ норма белгиленет), болгондо да $\varphi \in A_S$, $S' < S \Rightarrow \varphi \in A_{S'}, \|\varphi\|_{S'} \le \|\varphi\|_S$. шарты аткарылсын. Анда $\bigcup\limits_{0<S} A_S$ мейкиндиктердин биригиши, банахтын мейкиндигинин шкаласы деп аталат. $\alpha:$ $\alpha! = (\alpha_1)!(\alpha_2)!\cdots(\alpha_n)!$ мультииндекс үчүн нормасы $\|\varphi(y)\|_S(r) := \sup\limits_{|y|\le r} \sum\limits_{|\alpha|=0}^{\infty} \dfrac{S^{|\alpha|}}{\alpha!} \left| D^\alpha \varphi(y) \right| < \infty$ чектүү болгон, $\varphi(y),\, y \in R^n$ аналитикалык функциялардын, банахтын мейкиндигинин $\bigcup\limits_{0<S} A_S(r)$ шкаласын киргизүүнү карайбыз.

$A_s(r)$ нормасы $\|\varphi(y)\|_s(r)$ болгон аналитикалык функциялардын банах мейкиндиги. R параметри дыкатталган,ал эми s параметри –үзгүлтүксүз деп эсептеп, биз аналитикалык функциялардын банахтын мейкиндигинин шкаласынын мейкиндигин $A_S(r), \quad r>0, \quad S>0$ алабыз.

Диссертациянын кыскача мазмуну. Киришүүдө теманын актуалдуулугу, иштин максаты, теманы изилдөөгө карата обзордук адабияттар берилген. Биринчи глава эки бөлүмдөн турат. 1.1 бөлүмүндө обзордук адабияттар боюнча кыскача маалыматтар берилген. Кийинки бөлүмдө эки өлчөмдүү псевдопараболалык тендемелер үчүн Коши маселесинин жыйынтыгы жана диссертацияда колдонулуучу кее бир маалыматтар келтирилет.

Экинчи глава үч бөлүмдөн турат жана анда эки өлчөмдүү псевдопараболалык теңдеме үчүн эки түз маселелери каралган жана эки өлчөмдүү жылуулук өткөрүгүчтүн теңдемеси үчүн корректүү эмес тескери убакытта Коши маселеси каралган. Бул главанын негизги жыйынтыгы каралган тескери маселелердин корректтүүлүгүн далилдөөдө колдонуу. Ошондой эле, коюлган корректүү эмес маселенин жакындаштырылган чыгарылышын тургузуу.

2.1 -бөлүмдө Фурьенин ыкмасынын жардамы менен эки өлчөмдүү псевдопараболалык тендеме үчүн аралаш маселесинин теоремасынын жашашы жана жалгыздыгы далилдөө. Маселенин чыгарылышын табуу.

$$u_t(x,y,t)-a^2[(u_t+u)_{xx}+(u_t+u)_{yy}]=0, \quad (x,y)\in\Pi_T; \tag{1}$$

$$u(x,y,0)=\varphi(x,y),(x,y)\in\Pi; \tag{2}$$

$$\begin{cases} u(0,y,t)=u(l,y,t)=0,\ 0\le y\le m,\ 0\le t\le T, \\ u(x,0,t)=u(x,m,t)=0,\ 0\le x\le l,\ 0\le t\le T. \end{cases} \tag{3}$$

$\overline{\Pi}_T$ **.**жабык областа үзгүлтүксүз. Мында $\Pi_T=\{(x,y,t):(x,y)\in\Pi,\ t\in(0,T]\}$, $\Pi=\{(x,y):0<x<l,\ 0<y<m\}$.

ТЕОРЕМА 2.1.1. Эгерде $\varphi(x,y)\in C^2(\overline{\Pi})$**,** $\varphi'''(x,y)\in L_2(\Pi)$ жана

$$\varphi(0,y)=\varphi(l,y)=0, \varphi_{xx}(0,y)=\varphi_{xx}(l,y)=0, \varphi(x,0)=\varphi(x,m)=0, \varphi_{yy}(x,0)=\varphi_{yy}(x,m)=0.$$

Анда (1)-(3) маселесинин чыгарылышы жашайт, жалгыз жана ал төмөндөгүдөй түргө ээ:

$$u(x,y,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}\exp\left(-\frac{a^2\lambda_{kn}}{1+a^2\lambda_{kn}}t\right)\sin\frac{k\pi}{l}x\sin\frac{n\pi}{m}y\,.$$

2.2-бөлүмдө Фурьенин өзгөртүп түзүүсүнүн ыкмасынын жардамы менен эки өлчөмдүү псевдопараболалык теңдеме үчүн Коши маселеси каралат:

$$Lu\equiv u_t-\left[u_{xxt}+u_{yyt}\right]-\alpha\left(u_{xx}+u_{yy}\right)=f(x,y,t), \quad (x,y,t)\in Q_T, \tag{4}$$

теңдемесин классикалык маанide

$$u(x,0)=u_0(x,y), \quad x\in R^2 \tag{5}$$

баштапкы шарты канааттандырган $u(x,y,t)\in C([0,T];C(R^2)\bigcap L_p(R^2))$ функциясын табуу.

Мында $Q_T = \{(x,y,t) \mid (x,y) \in R^2, t \in (0,T]\}$.

ТЕОРЕМА 2.2.1 Мейли $u_0(x,y) \in C(R^2) \cap L_p(R^2)$, $f(x,y,t) \in C([0,T]; C(R^2) \cap L_p(R^2)$, анда (4),(5) Коши маселенинин жалгыз чыгарылышы жашайт $u(x,y,t) \in C([0,T]; C(R^2) \cap L_p(R^2)$. Ал төмөндөгүдөй түргө ээ:

$$u(x,y,t) = \int_0^t \int_{R^2} G_1(x-z, y-s, t-\tau) f(z,s,\tau) dz ds d\tau +$$
$$+ \int_{R^2} G(x-z, y-s, t) u_0(z,s) dz ds,$$

Мында $G(x,y,t) = \dfrac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \exp\left(-\dfrac{\alpha\left(\xi^2+\eta^2\right)}{1+\xi^2+\eta^2} t + i(x\xi + y\eta) \right) d\xi d\eta$,

$$G_1(x,y,t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{R^2} \frac{1}{1+\xi^2+\eta^2} \exp\left(-\frac{\alpha\left(\xi^2+\eta^2\right)}{1+\xi^2+\eta^2} t + i(x\xi + y\eta) \right) d\xi d\eta$$

2.3-бөлүмдө эки өлчөмдүү жылуулук өткөрүгүчтүн теңдемеси учун корректтүү эместиги тескери убакытта Коши маселеси изилденет.
Мейли $\Pi_T = \{(x,y,t) : (x,y) \in \Pi, t \in (0,T]\}$, $\Pi = \{(x,y) : 0 < x < \pi, 0 < y < \pi\}$.

1 -Маселе*:* Π_T областында

$$u_t(x,y,t) - \Delta_2 u(x,y,t) = 0, \quad (x,y,t) \in \Pi_T \tag{6}$$

теңдемесин ,

$$u(x,y,T) = \varphi(x,y), (x,y) \in \Pi; \tag{7}$$

баштапкы шартын

$$\begin{cases} u(0,y,t) = u(\pi,y,t) = 0, \ 0 \le y \le \pi, \ 0 \le t \le T, \\ u(x,0,t) = u(x,\pi,t) = 0, \ 0 \le x \le \pi, \ 0 \le t \le T. \end{cases} \tag{8}$$

чектик шарттарын канааттандырган

$u(x,y,t) \in C([0,T]; H_0^1(\Pi)) \cap C^1([0,T]; L_2(\Pi))$ функциясын табуу.

ТЕОРЕМА 2.3.1. Мейли $\varphi(x,y) \in C^2(\overline{\Pi})$, $\varphi'''(x,y) \in L_2(\Pi)$ жана $\varphi(0,y) = \varphi(l,y) = 0$, $\varphi_{xx}(0,y) = \varphi_{xx}(l,y) = 0$, $\varphi(x,0) = \varphi(x,m) = 0$, $\varphi_{yy}(x,0) = \varphi_{yy}(x,m) = 0$ болсо,анда (6)-(8) жалгыз чыгарылышы жашайт $u(x,y,t) \in C([0,T]; H_0^1(\Pi)) \cap C^1([0,T]; L_2(\Pi))$ жана ал төмөндөгүдөй түргө ээ:

$$u(x,y,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}\exp\left(-(k^2+n^2)(t-T)\right)\sin kx\sin ny,$$

мында $\varphi(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}\sin kx\sin nx$, $\varphi_{kn}=\frac{4}{\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\varphi(x,y)\sin kx\sin ny\,dxdy$

Адамардын тибиндеги мисалды түзөлү. $\varphi(x,y)=e^{-\sqrt{k+n}}\sin kx\sin ny$. болсун дейли.Анда (10)-(12) чыгарылышы төмөндөгүдөй түрдө жазылат:

$$u(x,y,t)=e^{-\sqrt{k+n}}e^{(k^2+n^2)(T-t)}\sin kx\sin ny. \tag{9}$$

(6)-(8) маселенин берилиши болгон $e^{-\sqrt{k+n}}\sin kx\sin ny$ функциясы бардык каалагандай тартиптеги туундулары менен $k\to\infty, n\to\infty$ нөлгө умтулат.Ошондой болсо да, (9) формуладан баамдагандай эле, маселенин чыгарылышы, $0<t<T$ аралыгындагы турактуу маанилери үчүн чектелбеген чыгарылыш болот .Ошентип, баштапкы маанини чектөө үчүн кандай гана норманы албайлы, биз бул норманын кичинелигинен чыгарылыштын кичинелигин ала албайбыз.

(6)-(8) маселесин регулязациялоо. (6)-(8) маселесин корректүүлүк маселесинин классына киргизиш үчүн,аны ага «жакын» болгон маселеге б.а. (6) тендемесин (7),(8) шарты менен эки өлчөмдүү псевлопараболалык теңдемесине алмаштырабыз б.а.

$$u_{\alpha t}(x,y,t)-\Delta_2 u_\alpha(x,y,t)-\alpha\,\Delta_2 u_{\alpha t}(x,y,t)=0,\quad (x,y,t)\in\Pi_T, \tag{10}$$

$$\begin{cases}u_\alpha(0,y,t)=u_\alpha(\pi,y,t)=0,\ 0\le y\le\pi,\ 0\le t\le T,\\ u_\alpha(x,0,t)=u_\alpha(x,\pi,t)=0,\ 0\le x\le\pi,\ 0\le t\le T.\end{cases} \tag{11}$$

$$u_\alpha(x,y,0)=\varphi(x,y),\quad 0\le x\le\pi,\ 0\le y\le\pi. \tag{12}$$

Мында $\alpha>0$ – регуляризациялоо параметри. Эгерде $\varphi(x,y)$ функциясы 2.3.1-теоремадагы шарттарды канаагаттандырса ,анда (10)-(12) маселеси төмөндөгүдөй жалгыз чыгарылышка ээ болот:

$$u_\alpha(x,y,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}\exp\left(\frac{(k^2+n^2)}{1+\alpha(k^2+n^2)}(T-t)\right)\sin kx\sin ny,$$

Мында $\varphi(x,y)=\sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\varphi_{kn}\sin kx\sin nx,$

$$\varphi_{kn}=\frac{4}{\pi^2}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\varphi(x,y)\sin kx\sin ny\,dxdy.$$

ТЕОРЕМА 2.3.2. теорема 2.3.1чинин шарттары аткарылсын . Анда (10)-(12) маселесинин чыгарылышы төмөндөгүдөй чектелет:

$$\|u_\alpha(x,y,t)\| \le \exp(\frac{2}{\alpha}(T-t))\|\varphi(x,y)\|.$$

ҮчҮнчҮ глава псевдопараболалык тендеме ҮчҮн булак функцияларын жана коэффициенти аныктоо кӨп ӨлчӨмдҮҮ тескери маселелерин изилдӨӨгӨ арналган.
3.1бөлүмүндө төмөндөгүдөй:

Тескери маселе. Q_t областында

$$Lu \equiv u_t - \alpha\Delta_2 u_t - \beta\Delta_2 u = f(t)h(x,t) + g(x,t), \quad (x,t)\in Q_T, \tag{13}$$

псевдопараболалык теңдемеси менен байланышкан

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad x\in R^2, \tag{14}$$

баштапкы шартын

$$u(x_0,t) = \psi(t), \qquad x_0\in R^2, \quad 0\le t\le T. \tag{15}$$

кошумча шартын канаттандырган $f(t)$ функциясын табуу.

мында α, β- оң турактуу чоңдук, $u_0(x), h(x,t)$, $g(x,t)$, $\psi(t)$- берилген функция.

ТЕОРЕМА 3.1.1. Эгерде $u_0(x)\in C^{(4)}_{M_\gamma}(R^2)$, $h(x,t), g(x,t)\in C^{(2,0)}_{M_\gamma}(\overline{\Omega}_T)$ жана $|h(x_0,t)|\ge h_0>0 \ \forall t\in[0,T]$, $\alpha\,\Delta_2 h(x_0,t)\ne -h(x_0,t)$ жана $u_0(x_0)=\psi(0)$ макулдашылган шарты аткарылса, анда (13)-(15) тескери маселесинин жалгыз чыгарылышы жашайт $\{u(x,t,f(t))\}\in C^{(4,1)}_{M_\nu}(Q_T)\times C([0,T])$.

Төмөнкү белгилөөлөрдү киргизебиз:

$$Ц_T = \{(x,t)|\ \ 0<x<l,\ \ 0<t\le T\},\ T>0;\ Q_T = \{(z,t)|\ z\in R,\ \ 0<t\le T\};$$
$$D = \{(x,z)|\ x\in(0,l), z\in R\};\ D_T = D\times(0,T].$$

Тескери маселе. $\{u(x,z,t), f(x,t)\}$ түгөй функцияларын төмөнкү шарттардан табуу.

$$u_t(x,z,t) - (u_t+u)_{xx}(x,z,t) - (u_t+u)_{zz}(x,z,t) = f(x,t)h(x,z,t), (x,z,t)\in D_T, \tag{16}$$

$$u(x,z,0) = u_0(x,z), \quad (x,z)\in\overline{D}, \tag{17}$$

$$u(0,z,t) = \varphi_1(z,t), \quad u_x(0,z,t) = \varphi_2(z,t), \quad (z,t)\in\overline{Q}_T. \tag{18}$$

$$u(x,0,t) = \psi(x,t), \qquad (x,t)\in\overline{Ц}_T, \tag{19}$$

Мында $u_0(x,z)$, $h(x,z,t)$, $\psi(x,t), \varphi_i(z,t), i=1,2$- берилген функциялар.

Макулдашылган шарттар аткарылсын дейли:

$$u_0(0,z)=\varphi_1(z,0), \quad u_{0x}(0,z)=\varphi_2(z,0),$$
$$u_0(x,0)=\psi(x,0), \varphi_1(0,t)=\psi(0,t), \quad \varphi_{2z}(0,t)=\psi_x(0,t), \tag{20}$$

ТЕОРЕМА 3.2.1. Мейли $\varphi_j(z,t)\in C^{(2,1)}(\overline{Q}_T), \quad j=1,2, \ u_0(x,z)\in C^{(4,2)}(\overline{D}),$ $h(x,z,t)\in C^{(2,1)}(\overline{D}_T)$ функциялары фиксирленген t жана x үчүн $A_{s_0}(a,b)$ - до жатсын жана тиешелүү $t\in[0,T]$ $x\in[0,l]$ үчүн үзгүлтүксүз функциялар ал эми $\psi(x,t)\in C^{(2,1)}(\overline{Ц}_T)$ болсун дейли. Ошондой эле $u_0,\varphi_1,\varphi_2,\psi$ функциядары (20) шарттарын канааттандырсын, мындан тышкары , $|h(x,0,t)|\ge\alpha>0, \alpha-const$, $\max\limits_{x,t}\|v_0(x,z,t)\|_{s_0}=R_0.$

Анда бардык $S\in(0,S_0)$ үчүн $F_s=\{(x,z,t)|0\le x\le a(s_0-s)<l, |z|<r, 0<t<T\}$ областындагы $\forall R_0$ үчүн төмөндогүдөй шартты канааттандырган : $a>0, as_0<l, a=(s_0,T,l,R_0)$ сандар табылып (16)-(19) тескери маселесинин жалгыз чыгарылышы жашайт жана ал $v\in A_s$ $(x,t)\in Q_{ST}\equiv\{0<x<a(s_0-s), 0<t<T\}\cap G_T$ ар бир мааниси үчүн жана ал Q_{ST} областында төмөндөгүдөй барабарсыздык канааттандырат $\|v-v_0\|_s(x,t)\le R_0/(s-s_0)$.

3.3- бөлүмдө эки өлчөмдүү тескери маселесинин булагын түз маселенин чыгарылышы жөнүндө кошумча маалыматтын негизинде аныктоо маселеси каралат.Бул маселе Галеркиндин жана априордук чектөө ыкмалардын жардамы менен изилденет.

Тескери маселе. Бул шарттардан $\{u(x,y,t), f(x,y)\}$ түгөй функциясын табуу.

$$u_t(x,y,t)-\Delta_2(u_t+\alpha u)(x,y,t)=f(x,y)h(t)+g(x,y,t), \quad (x,y,t)\in\Omega_T, \tag{21}$$

$$u(x,y,0)=\varphi(x,y), \quad 0\le x\le\pi, \quad 0\le y\le\pi, \tag{22}$$

$$u(0,y,t)=u(\pi,y,t)=0, 0\le y\le\pi, 0\le t\le T, \tag{23}$$

$$u(x,0,t)=u(x,\pi,t)=0, \quad 0\le x\le\pi, 0\le t\le T, \tag{24}$$

$$u(x,y,T)=\psi(x,y), \quad 0\le x\le\pi, \quad 0\le y\le\pi, \tag{25}$$

мында $\Omega_T=\{(x,y,t)|(x,y)\in П, t\in(0,T]\}, \quad П=\{(x,y)|x\in(0,\pi), y\in(0,\pi)\},$

$h(t), g(x,t)$ - белгилүү функциялар, Δ_2 - x жана y өзгөрмөлөрүнүн лапласианы, $\alpha=const>0$.

Мейли киргизилген функциялар $\varphi,\psi\in C^{(2)}([0,\pi]\times[0,\pi])$ жана макулдашылган шартты канаатандырсын:

$$\varphi(0,y)=\varphi(\pi,y)=0, \quad \varphi(x,0)=\varphi(x,\pi)=0,$$

$$\psi(0,y)=\psi(\pi,y)=0, \quad \psi(x,0)=\psi(x,\pi)=0.$$

ТЕОРЕМА 3.3.1. φ,ψ функциялары жогорудагыдай шарттарды канааттандырсын. Ошондой эле $h\in C^{(2)}([0,T]), \quad h>0, \quad h'(t)>0,$

$g \in C^{(1)}(0,T;L_2(\Pi))$. Анда (21)-(25) тескери маселесинин чыгарылышы жашайт жана төмөндөгүдөй шарттарды канааттандырат:

1) $u \in L_2(\Omega_T), \quad f \in L_2(\Pi), \quad \Delta_2 u = L_2(\Omega_T)$,

2) $u(x,y,t)$ (22)-(25) шартты канааттандырат.

3) (u, f) - (21) теңдеменин чыгарылышы.

3.4-бөлүмдө интегралдык кошумча шарт менен берилген псевдопараболалык теңдемесиндеги булак функциясын аныктоо тескери маселесинин чечилиши окулат.

Мейли $\partial\Omega \in C^2$ жылмакай чек менен R^n де Ω-чектелген област; $S_T = \partial\Omega \times [0,T]$ $T > 0$ каптал беттери менен $\Omega_T = \Omega \times (0,T),$ цилиндр.Бул шарттарда $\{u(x,t) \in C^1(0,T;L_2(\Omega)), \quad f(t) \in C[0,T]\}$ түгөй функцияларын табуу.

$$u_t - \Delta_x u_t - \beta\,\Delta_x u + q(x,t)u = f(t)h(x,t) + g(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \tag{26}$$

$$u(x,0) = \varphi(x), \quad x \in \overline{\Omega}, \tag{27}$$

$$u\big|_{S_T} = 0, \tag{28}$$

$$\int_\Omega u(x,t)w(x)dx = \psi(t), \quad 0 \le t \le T, \tag{29}$$

мында $q(x,t) \ge 0,\ \beta \ge 0$ - турактуу.

ТЕОРЕМА 3.4.1. Мейли $w(x) \in W_2^2(\Omega) \cap \overset{0}{W}{}_2^1(\Omega), \quad \psi(t) \in C^1([0,T]),$ $\varphi(x) \in W_2^2(\Omega), h(x,t), g(x,t) \in C(0,T;L_2(\Omega))$ жана $|< h, w >| \ge \delta > 0$ үчүн $t \in [0,T]$, $\frac{1}{2}\left[\delta^{-2}\|h\|_{C(0,T;L_2(\Omega))}\|\Delta w\|^2_{L_2(\Omega)} + 1\right] < 1$. $\varphi(x), \psi(t)$ функциялары үчүн $\int_\Omega \varphi(x)w(x)dx = \psi(0)$ макулдашылган шарт аткарылат. Анда (26)-(29) тескери маселелери $u \in C^1(0,T;L_2(\Omega)), \quad f \in C[0,T]$.классында чыгарылышы жашайт.

3.5-бөлүмдө псевдопараболалык теңдеме үчүн көп өлчөмдүү коэффициенттик тескери маселе каралат:

Банахтын мейкиндигинин шкаласынын жардамы менен каралган маселесинин чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы жөнүндөгү локалдык теоремасы далилденет.

Мейли $D_T = \{(x,y,t) | x \in (0,l),\ y \in R^n,\ t \in (0,T]\}, G_T = \{(x,t) | x \in (0,l),\ t \in (0,T]\}$.

Тескери маселе. Төмөнкү шарттардан $\{u(x,y,t), q(x,y)\}$ түгөй функцияларды табуу.

$$u_t(x,y,t) = \Delta(u_t + u)(x,y,t) + q(x,y)(u_t + u)(x,y,t),\ (x,y,t) \in D_T, \qquad (30)$$

$$u(x,y,0) = 0 \quad (x,y) \in [0,l] \times R^n, \qquad (31)$$

$$u(0,y,t) = \varphi_1(y,t),\ u_x(0,y,t) = \varphi_2(y,t), \quad (y,t) \in R^n \times [0,T], \qquad (32)$$

$$u(x,y,T) = \psi(x,y), \quad (x,y) \in \overline{D}, \qquad (33)$$

мында $\Delta \equiv \partial^2 / \partial x^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2}{\partial y_i^2}$, $\varphi_1(y,t),\ \varphi_2(y,t),\ \psi(x.y)$ − белгилүү функциялар, $\psi(x,y) \neq 0; \forall x \in (0,l); |y| \leq r.$

ТЕОРЕМА 3.5.1.Эгерде берилген $\varphi_1(y,t), \varphi_2(y,t),\ 1/\psi(\xi,y), \psi_0(x,y)$ функциялары фиксирленген t жана x үчүн $A_{S_0}(r)$-до жатса жана $t \in [0,T]$ и $x \in [0,l]$ аргументтери боюнча үзгүлтүксүз болсо,

$$\max\Big[\max_t \|\varphi_1(y,t)\|_{S_0}, \max_t \|\varphi_2(y,t)\|_{S_0}, \max_x \|\psi(x,y)\|_{S_0},$$

$$\max_x \|\psi_{xx}(x,y)\|_{S_0}, \max_x \|\Delta_y \psi(x,y)\|_{S_0} \max_x \|1/\psi(x,y)\|_{S_0}\Big] = R_0,$$

анда $\forall R_0 > 0$ үчүн $a > 0,\ aS_0 < l, a = (S_0, T, l, R_0)$ сандары табылып бардык $S \in (0, S_0)$ үчүн $F_S = \{(x,y,t) | 0 \leq x \leq a(S_0 - S) < l, |y| < r, 0 < t < T\}$ областында (30)-(33) тескери маселесинин жалгыз чыгарылышы жашайт $u \in A_S,\ q \in A_S$ жана ар бир $(x,t) \in Q_{ST} \equiv \{0 < x < a(S_0 - S),\ 0 < t < T\} \cap G_T$ үчүн бул чыгарылыш Q_{ST} областында $x, t,$ озгормолору боюнча үзгүлтүксүз,

$$\|u - u_0\|_S (x,t) \leq R_0 / (S_0 - S), \quad \|q - q_0\|_S (x) \leq R_0 .$$

Тыянак

Диссертацияда үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдеме үчүн көп өлчөмлүү тескери маселелер түзүлүп жана изилденди**.**

Ар түрдүү кошумча шарттарды канааттандырган, убакыттан көз каранды болгон булак функцияны аныктоочу тескери маселенин чыгарыш үчүн. түз маселенин айкын чыгарылышын жана Вольттеранын оператордук теңдемеси ыкмасын колдонулду.

Квазиайландыруу ыкмасынын жардамы менен эки өлчөмдүү жылуулук таралышынын теңдемеси үчүн тескери убакыттуу корректүү эмес Коши маселесинин жакындаштырылган чыгарылышы тургузулду. Туруктуу баалоонун формуласы түзүлдү.

Мейкиндик өзгөрүлмө чоңдуктан көз каранды болгон булакты калыбына келтирүү үчүн Галеркиндин ыкмасы колдонулду.

Булактарды жана коэффициенттерди калыбына келтирүүчүкөп өлчөмдүү тескери маселени чыгарыш үчүн Банахтын мейкиндигинин шкаласынын ыкмасы колдонулду.

Жарыяланган жумуштун макалаларынын тизмеси:

1. Байсеркеева А.Б. Явное решение задачи Коши для двумерного псевдопараболического уравнения[Текст] /Б.С.Аблабеков, А. Б. Байсеркеева //Известия ВУЗов Кыргызстана. 2015. № 10. С. 3-7.
2. Байсеркеева А.Б. О разрешимости двумерной обратной задачи определения источника [Текст] /Б.С.Аблабеков, А.Б.Байсеркеева //Известия ВУЗов Кыргызстана. 2015. № 10. С. 8-13.
3. Байсеркеева А.Б. О разрешимости смешанных задач для двумерного псевдопараболического уравнения [Текст] / Б.С.Аблабеков, А.Б. Байсеркеева // Приволжский научный вестник. 2016. №10(62). С.5-9. (Россия).
4. .Байсеркеева А.Б. Об одной двумерной обратной задаче для псевдопараболического уравнения [Текст] /Б.С.Аблабеков, А.Б. Байсер-кеева // Сборник тезисов восьмой международн. молодежной научной школы-конференции «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач», Новосибирск, 2016 г.- С. 15.
5. Байсеркеева А.Б. Обратная задача определения функции источника в псевдопараболическом уравнении с интегральным переопределением [Текст] / Б.С.Аблабеков, А. Б. Байсеркеева // Проблемы современной науки и образования. 2017. № 9 (91). С. 12-16.(Россия)
6. Байсеркеева А.Б. Локальная разрешимость многомерной обратной задачи для псевдопараболического уравнения [Текст] / Б.С. Аблабеков, А. Б. Байсеркеева //Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017.№7. С.3-9.
7. Байсеркеева А.Б. О разрешимости двумерной обратной задачи определения источника с финальным переопределением Текст] /А. Б. Байсеркеева //Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана, 2017.№7. С.20-26.
8. Байсеркеева А.Б. Задача Коши с обратным временем для двумерного уравнения теплопроводности[Текст] / Б.С.Аблабеков, А. Б. Байсеркеева //Изв. КГТУ им. И. Раззакова. 2017. –№4(44).- С.324– 329.
9. Байсеркеева А.Б. Обратная задача определения источника в двумерном псевдопараболическом уравнении. Случай задачи Коши [Текст] / Б.С.Аблабеков, А.Б.Байсеркеева // Современные проблемы физико-математических наук. Материалы III Международной научно-практической конференции 23 – 26 ноября 2017 г., Орел.- С.11-14.

Байсеркеева Айнура Бектургановнанын 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн “Псевдопараболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелер” аттуу диссертациялык ишинин

РЕЗЮМЕСИ

Урунттуу сөздөр: Псевдопараболалык теңдемелер; Вольтерранын оператордук теңдемеси; Банахтын мейкиндиктеринин шкаласы, тескери маселелер; корректтүү эмес маселелер.

Изилдөөнүн объекти: Псевдопараболалык теңдемелер үчүн көп өлчөмдүү тескери маселелер.

Иштин максаттары: Үчүнчү тартиптеги псевдопараболалык теңдемелердеги ар түрдүү кошумча информациялар менен бош мүчөлөрдү жана коэффициенттерди табуу үчүн тескери маселелеринин чыгарылыштарынын жашоосун жана жалгыздыгы жөнүндөгү суроолорду изилдөө.

Изилдөнүн ыкмалары: Вольтерранын оператордук теңдемеси ыкмасы; Галеркин ыкмасы, Банах мейкиндиктеринин шкалалар ыкмасы.

Изилдөнүн илимий жаңылыктары: Тиешелүү түз маселелердин чыгарылыштарынын, Вольтерранын оператордук теңдемеси ыкмасы, Галеркин ыкмасы жана Банах мейкиндиктеринин шкалалары ыкмасынын жардамы менен тескери маселелердин чыгарылышын тургузуу. Бул ыкмалардын жардамы менен ар түрдүү кошумча шарттар менен көп өлчөмдүү псевдопараболалык теңдемесинин бош мүчөлөрүн жана коэффициентин табуу тескери маселелеринин чыгарылышынын жашоосуунун жана жалгыздыгынын жетиштүү шарттары табылды.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы на тему “Многомерные обратные задачи псевдопараболических уравнений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление Байсеркеевой Айнуры Бектургановны

Ключевые слова: Псевдопараболические уравнения; операторное уравнение Вольтерра; шкала Банаховых пространств; обратные задачи; некоректные задачи.

Объекты исследования: Многомерные обратные задачи для псевдопараболических уравнений

Цель работы: исследование вопросов существования и единственности решения многомерных обратных задач определения правых частей и коэффициента для псевдопараболических уравнений третьего порядка с различными дополнительными условиями.

Методы исследования: Метод операторных уравнений Вольтерра, метод Галеркина, метод шкалы банаховых пространств.

Научная новизна работы: Дано дальнейшее развитие теории многомерных обратных задач для псевдопараболических уравнений. Впервые с помощью псевдопараболической регуляризации построено и обосновано приближенное решение некорректной задачи Коши с обратным временем для двумерного уравнения теплопроводности.

Впервые методом шкалы банаховых пространств исследованы многомерные обратные задачи для псевдопараболических уравнений.

SUMMARY

of dissertation «Multidimensional inverse problems of pseudoparabolic equations» submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on speciality 01.01.02 - differential equations, dynamic systems and optimal control by Ainyra B. Baiserkeeva

Keywords: pseudoparabolic equations; Operator equations of Volterra, Banach spaces scale; inverse problems, ill-posed problems.

Objects of research: Multidimensional inverse problems of pseudoparabolic equations.

Aims of paper: Investigation of questions of questions of the existence and uniqueness of the solution of multidimensional inverse problems for determining right-hand sides and the coefficient for third-order pseudo-parabolic equations with various additional conditions.

Methods of ınvestıgatıon: The Volterra operator equation method; the Galerkin method; method of Banach spaces scales.

Scientific novelty of the work: Further development of the theory of multidimensional return tasks for the pseudo-parabolic equations is given. For the first time by means of pseudo-parabolic regularization the approximate solution of an ill-posed problem of Cauchy with the reverse time for the two-dimensional equation of heat conductivity is constructed and proved.

For the first time, by the method of the Banach spaces scale, multidimensional inverse problems for pseudo-parabolic equations are investigated.

Басылмага кол коюулган 2.02.18.
Формат $60 \times 84^{1/}{}_{16}$
Офсеттик басуу. Көлөмү 1,0 т.к.
Нускасы 100 экз. Заказ 288.

КРСУ басмаканасында басылып чыкты
720048, Бишкек ш., Горький к