КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
БИЛИМ БЕРҮҮ ЖАНА ИЛИМ МИНИСТРЛИГИ

КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН
УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ

МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугуна ээ

УДК 517.968.72+74

БАЙГЕСЕКОВ АБДИБАИТ МАЖИТОВИЧ

ВОЛЬТЕРРА-СТИЛТЬЕСТИН ИНТЕГРАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИНИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН КАСИЕТТЕРИН ИЗИЛДӨӨНҮ ӨНҮКТҮРҮҮ

01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар
жана оптималдык башкаруу

физика-математика илимдеринин кандидаты илимий
даражасын изденип алуудагы диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2017

Диссертациялык жумуш Баткен мамлекеттик университетинин Сүлүктү аймактык институтунун табигый илимдер жана маалымат технологиялары кафедрасында аткарылды.

Илимий жетекчи: физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Асанов А.**

Расмий оппоненттер: КР УИАнын корр.-мүчөсү, физика-математика илимдеринин доктору, профессор **Алымкулов К.,**

физика-математика илимдеринин кандидаты **Темиров М.А.**

Жетектөөчү мекеме: Жалал-Абад мамлекеттик университети
Дареги: Жалал-Абад ш. Ленин көчөсү №57

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын 23-январында саат 14^{00}дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясындагы Математика институтунун жана Ж.Баласагын атындагы Кыргыз Улуттук университетинин алдындагы физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) илимий даражасын изденип алуучулар үчүн түзүлгөн Д. 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин отурумунда: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү 328 дареги боюнча, Кыргыз Улуттук университетинин №6 окуу – лабороториялык корпусунун 211- аудиториясында өтөт.

Диссертация менен Кыргыз Республикасы, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси 265-а дареги боюнча Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Борбордук илимий китепканасынан жана www. math.aknet. kg сайтынан таанышууга болот.

Автореферат «___»__________ 2017-ж. таратылган.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы,
ф.-м.и.д., профессор Байзаков А.Б.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу.

Адабияттардын анализи көрсөткөндөй Вольтерра-Стилтьестин интегро-дифференциалдык теңдемеси (ВСИДТ) жана Вольтерра-Стилтьестин интегралдык теңдемеси (ВСИТ) техника жана илимдин көп тармактарын үйрөнүүдө, ал процесстерди прогноздоодо жана сүрөттөөдө ыңгайлуу математикалык модель болуп саналат. Мисалы, алар классикалык жана квант системасы үчүн кинетикалык теңдеменин динамикалык теориясындагы процесстерин, таралуу теориясынын тескери маселесин, оптималдык башкаруунун процесстерин, импульстук таасирдин негизинде пайда болгон туруктуулук процесстерин үйрөнүүдөгү математикалык моделдештирүү үчүн колдонулат.

Күндөн-күнгө туруктуулук жана стабилдештирүү процесстерин үйрөнүү жарым октогу ВСИТ жана ВСИДТ тин сапаттуу теориясы боюнча изилдөөлөрдүн өнүгүүсүнө алып келе жатат. Көпчүлүк эмгектерде, тактап айтканда, А.Д. Мышкистин (1972, 2-чыг.), Е.А. Барбашиндин (1967), В.Б. Колмановскийдин, В.Р. Носовдун (1981), А.В.Шелесттин (1990), Н.В. Азбелевдин, В.П. Максимовдун, Л.Ф. Рахматуллинанын (1991,2002), Н.В. Азбелевдин, П.М. Симоновдун (2001) монографияларында, C.S. Hönig’s дин(1980) обзордук макаласында, Л.А. Сахновичтин (1987) препринтинде бул теңдемелердин айрым класстарынын жалпы жана сапаттык теориясы өнүктүрүлгөн, изилдөөлөрдүн жаңы усулдары иштелип чыгуу менен жаңы багыттары көрсөтүлгөн.Эки жана андан көп өзгөрмөлүү кээ бир жекече ВСИТтин чыгарылыштары үчүн Е.А. Барбашиндин (1967) монографиясындагы Вольтерра-Стилтьестин оператордук теңдемеси боюнча изилдөөлөрү туура экендиги анык.

Тескери маселелер менен байланышкан А.Н. Тихоновдун (1963), М.М. Лаврентьевдин, В.Г. Романовдун, С.П. Шишатскийдин (1980) изилдөөлөрүндө бир жана көп өзгөрмөлүү ВСИТ жана Вольтерранын интегралдык теңдемелерин изилдөөдө чыгарылыштарынын регуляризацияланышы жана жалгыздыгы актуалдуу экендигин көрсөтөт.

Белгилеп кетсек, А. Асанов (2001) тарабынан өсүүчү функция боюнча туундунун аныктамасы киргизилген жана мындай аныктама бир жана көп өзгөрмөлүү ВСИДТтин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттерин изилдөөдө бир канча жеңилдетиле тургандыгы көрсөтүлгөн (2003).

Ж.О. Толубаевдин (2016) кандидаттык диссертациясында скалярдык жана вектордук биринчи жана экинчи тартиптеги ВСИДТтин чыгарылыштарынын чектелиши жана квадраттык суммалануусу, ошондой эле жарым октогу өсүүчү функция боюнча экинчи түрдөгү ВСИТтин чыгарылышынын квадраттык суммалануусу изилденген.

Бул сунушталган диссертациялык иште биринчиден Ж.О. Толубаевдин (2016) изилдөөсүнөн айырмаланып, жарым октогу биринчи жана экинчи тартиптеги жаңы класстардын скалярдык ВСИДТтин жана экинчи түрдөгү

ВСИТтин чыгарылыштарынын чектелгендиги жана башка асимптотикалык касиеттерин изилдөө жүргүзүлгөн. Экинчиден чектелбеген аймактагы эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү ВСИТтин чыгарылыштарынын чектелгендиги жана квадраттык суммалануусу, эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү ВСИТтин чыгарылышынын жалгыздыгы жана регуляризациясы боюнча изилдөө каралган.

Демек, бул диссертациялык эмгектин изилдөө темасы актуалдуу.

Диссертациялык теманын илим-изилдөө иштери менен байланышы.

Диссертациялык иш КР УИАнын математика институтунун илим-изилдөө иштеринин «Жер титирөөлөрдү оперативдүү прогноздоо үчүн геофизикалык маалыматтарды анализдөөдө тескери жана оптимизациялык экономикалык маселелердин, динамикалык системалардын теориясындагы асимптотикалык жана аналитикалык ыкмалардын, компьютердик моделдештирүүнүн колдонулушу жана өнүгүшү»(2012-2014), мамкаттоо номери № 0005756, «Экономикалык жана геофизикалык процесстердин, тескери маселелердин чыгарылышынын, динамикалык системалардын туруктуулук теориясындагы асимптотикалык, топологиялык жана аналитикалык ыкмалардын, компьютердик моделдештирүүнүн колдонулушу жана өнүгүшү» (2015-2017), мамкаттоо номери № 0007125 аталыштагы долбоорлорунун алкагында аткарылды жана бул долбоорлор боюнча отчётторго киргизилди.

Изилдөөнүн максаты жана милдети

КР УИАнын Математика институтунда иштелип чыккан сапаттуу усулдарды өнүктүрүү жана колдонуу аркылуу сызыктуу ВСИТтин жарым октогу чыгарылышынын даражалуу абсолюттук интегралдануусу, чыгарылыштардын баалоосу жана асимптотикалык касиеттери, жарым октогу сызыктуу эмес биринчи жана экинчи тартиптеги ВСИДТтин чыгарылышынын биринчи туундусу; эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылыштарынын жарым октогу квадраттык суммалануусу жана чектелиши; эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын регуляризациясы жана жалгыздыгы үчүн жетиштүү шарттарын алуу.

Изилдөөнүн усулдары.

КР УИАнын Математика институтунда иштелип чыккан теңдемелерди өзгөртүп түзүү ыкмасы, салмактык жана кесүүчү функциялардын ыкмасы, Стилтьестин интегралы менен болгон интегралдык барабарсыздык ыкмасы, терс эмес квадраттык формалар ыкмасы колдонулат жана өнүктүрүлөт.

Илимий иштин жаңылыгы.

Экинчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын жарым октогу абсолюттук жана квадраттык интегралданышынын, бош мүчөсү аталган касиеттерге ээ болбой калган учурларда жетиштүү шарттары алынды. Сызыктуу эмес биринчи тартиптеги ВСИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн жарым октогу баалоосун, чектелгендигин, нөлгө умтулушун, абсолюттук жана квадраттык интегралданышын камсыз кыла турган жетиштүү шарттар табылды.

Сызыктуу эмес экинчи тартиптеги ВСИДТтин каалаган чыгарылышынын жана анын биринчи туундусунун жарым октогу чектелгендигинин жетиштүү шарттары табылды. Андан сырткары теңдеменин каалаган чыгарылышынын биринчи туундусунун баалоосу, абсолюттук жана квадраттык интегралданышы, нөлгө умтулушу да изилденет. Интегралдоо жүргүзүлүүчү өсүүчү функциянын туундусу кээ бир чекиттерде үзүлүүчү болгон учуру каралды. Эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылышынын чексиз сектордо абсолюттук жана квадраттык суммалануусу, чексиз тилкеде чектелиши жана баалоосунун жетиштүү шарттары алынды. Эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын тик бурчтукта квадраттык суммалануучу жана үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигиндеги жалгыздыгы жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризацияланышы каралды.

Теориялык жана практикалык баалуулугу.

Диссертациялык иш теоретикалык мүнөзгө ээ. Анын жыйынтыктарын ВСИТтин жана ВСИДТтин жалпы жана сапаттуу теориясында жана ошондой эле оптималдуу башкаруудагы импульстук таасирдүү механиканын айрым процесстерин, кванттык жана классикалык системалар үчүн алынган кинетикалык теңдемелердин динамикалык теорияларын, таралуу теориясынын тескери маселелерин анализдөө жана прогноздоодо колдонууга болот.

Коргоого сунушталган негизги жоболор.

–экинчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын жарым октогу абсолюттук жана квадраттык интегралданышынын, бош мүчөсү аталган касиеттерге ээ болбой калган учурларда, жетиштүү шарттарын алуу. Ошондой эле жалпы теорема далилденет жана андан көптөгөн коэффициенттүү белгидеги натыйжалар алынат;

–сызыктуу эмес биринчи тартиптеги ВСИДТтин каалаган чыгарылышы үчүн жарым октогу баалоосун, чектелгендигин, нөлгө умтулушун, абсолюттук жана квадраттык интегралданышын камсыз кыла турган жетиштүү шарттарын табуу. Интегралдоо жүргүзүлүүчү өсүүчү функциянын туундусу кээ бир чекиттерде үзүлүүчү болгон учуру каралат;

–сызыктуу эмес экинчи тартиптеги ВСИДТтин каалаган чыгарылышынын жана анын биринчи туундусунун жарым октогу чектелгендигинин жетиштүү шарттарын алуу. Мындан сырткары теңдеменин каалаган чыгарылышынын биринчи туундусунун баалоосу, абсолюттук жана квадраттык интегралданышы, нөлгө умтулушу да изилденет жана интегралдоо жүргүзүлүүчү өсүүчү функциянын туундусу кээ бир чекиттерде үзүлүүчү болгон учуру кошо каралат;

–эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылышынын чексиз сектордо абсолюттук жана квадраттык суммалануусунун жетиштүү шарттарын алуу;

–эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылышынын чексиз тилкеде чектелишинин жана баалоосунун жетиштүү шарттарын табуу.

–эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын тик бурчтукта квадраттык суммалануучу жана үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигиндеги жалгыздыгы жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризацияланышы үчүн жетиштүү шарттарды алуу;

Ишти сынактоо:Диссертацияда алынган бардык илимий жыйынтыктар:

–Кыргыз-Түрк Манас университетинин математика бөлүмүнүн илимий семинарларында (Асанов А., 2014-2017 ж., Бишкек ш);

–Ж.Баласагын атындагы КУУнун дифференциалдык теңдемелер кафедрасынын семинарында (семинардын жетекчиси ф.-м.и.д., профессор Байзаков А.Б., 15-май 2015 ж., Бишкек ш.);

–КРдин УИАнын академиги жана РИАнын корр.-мүчөсү М.И. Иманалиевдин 85 жылдыгына арналган «Математикадагы асимптотикалык, топологиялык жана компьютердик усулдар» аттуу VЭл аралык илимий конференциясында (13-сентябрь 2016 ж,Бишкек ш.);

–БатМУ СГЭИнин 20 жылдык юбилейине арналган «Кыргызстандын түштүк-батыш чөлкөмүндө илимий изилдөө иштери: багыттары жана көйгөйлөрү» аттуу илимий-теориялык конференциясында (12-ноябрь 2016 ж.,Сүлүктү ш.);

–Түрк тилдеш мамлекеттердин Математикалык коомунун VI Конгрессинде (2-5 окт. 2017-ж., Астана ш.) баяндалды жана талкууланды.

Диссертациялык тема боюнча жарыкка чыккан басылмалар.

Диссертациялык иштин негизги мазмуну авторефераттын акырында көрсөтүлгөн 9 макалада [1-9] жарык көргөн.Авторлоштор менен жазылган макалаларда: коюлган маселе илимий жетекчи А.Асановго[1], ал эми алынган жыйынтыктарды талкуу авторлош С. Искандаровго [3,7-9], теоремаларды далилдөө, жыйынтыктарды чыгаруу жана иллюстративдүү мисалдарды түзүү-изденүүчүгө таандык.

Диссертациялык иштин көлөмү жана түзүлүшү.

Диссертациялык иш киришүүдөн, 13 бөлүмдүү үч главадан, корутундудан, 66 аталыштагы колдонулган адабияттардын тизмесинен турат. Иштин жалпы көлөмүн 95 басма барак түзөт.

Диссертацияда главалардын ар бир бөлүмү үчтүк номерлөө аркылуу белгиленген. Мисалы, теорема 2.2.1 деген 2 - главанын 2 - бөлүмүнүн 1 - теоремасын, ал эми (3.4.2) - бул 3 - главанын 4 - бөлүмүнүн 2 - формуласын билдирет. Ушундай номерлеп белгилөө авторефератта да сакталган.

Бул иште колдонулган t, (t,τ), x, y, z тен көз каранды бардык функциялар $t \geq t_0$, $t \geq \tau \geq t_0$, $|x|,|y|,|z| < \infty$ болгондо үзгүлтүксүз болушат. $J = [t_0, \infty)$; $x(t) \in L_g^p(J,R) \Leftrightarrow \int_{t_0}^{\infty} |x(t)|^p dg(t) < \infty$, $x(t) \notin L_g^p(J,R) \Leftrightarrow \int_{t_0}^{\infty} |x(t)|^p dg(t) = \infty$ $(p > 0)$, мында $g(t)$ - J областында өсүүчү функция; $x(t) = O(1), t \in J \Leftrightarrow \exists\, M = const > 0$ деген ал $|x(t)| \leq M$. Бул учурда $x(t)$ функциясы J жарым интервалында чектелгендигин билдирет; $x(t)$ функциясы $t \to \infty$да нөлгө умтулат жана $\lim x(t) = 0, t \to \infty$ түрдө белгиленет; $u(t,x)$ функциясынын $u(t,x) \in L_{\varphi,\psi}^p(G_1)$ $(p > 0)$ тиешелүүлүгү

$\int_0^\infty\int_0^\infty |u(t,x)|^p d\,\varphi(t)\,d\psi(x)<\infty \quad (p>0)$ экендигин түшүндүрөт, мында $(t,x)\in G_1=\{(t,x): o\le t<\infty, o\le x<\infty\}$ - чексиз сектор, $p=1 \Rightarrow G_1$ чексиз сектордогу $u(t,x)$ функциясынын абсолюттук суммалануусу, ал эми $p=2 \Rightarrow G_1$ чексиз сектордогу $u(t,x)$ функциясынын квадраттык суммалануусу; $u(t,x)$ функциясынын чектелиши $(t,x)\in G=J\times[a,b]$ тиешелүүлүгү үчүн $\sup_{(t,x)\in G}|u(t,x)|<\infty$ болоорун түшүндүрөт, мында $a,b\in R$.

Иштин кыскача мазмуну:

Эмгектин үч бөлүмдөн турган 1 - главасында жарым октогу бир өзгөрмөлүү Вольтерра-Стилтьестин интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттери боюнча жана ошондой эле эки өзгөрмөлүү Вольтерра жана Вольтерра-Стилтьестин интегралдык теңдемелеринин чыгарылыштарынын регуляризацияланышы жана жалгыздыгы боюнча; Вольтерра-Стилтьестин кош интегралын өзгөртүү жөнүндөгү леммасы боюнча, өсүүчү функция боюнча барабарсыздыгын интегралдоо жана жарым октогу Вольтерра-Стилтьестин интегралдык барабарсыздыгы тууралуу обзор берилет жана корутундуланат.

Төрт бөлүмдү камтыган 2 - главасы жарым октогу даражалуу абсолюттук интегралдоо, баалоо жана чектелгендик, скалярдык экинчи түрдөгү ВСИТтин жана биринчи, экинчи тартиптеги ВСИДТтин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттерин изилдөөгө арналган.

Бул главанын бардык жеринде С. Искандаровду (1980, 2002)улай:

$0<\varphi(t)$ - кандайдыр бир салмактык функция,

$$K(t,\tau)=\sum_{i=1}^{n}K_i(t,\tau), \quad (K) \qquad\qquad f(t)=\sum_{i=0}^{n} f_i(t), \quad (f)$$

$\psi_i(t)\ (i=1...n)$ - кандайдыр бир кесүүчү функциялар,

$R_i(t,\tau)\equiv\varphi(t)K_i(t,\tau)(\psi_i(t)\psi_i(\tau))^{-1}, \quad E_i(t)\equiv\varphi(t)f_i(t)(\psi_i(t))^{-1}\ (i=1...n)$;

$c_i(t)\ \ (i=1...n)$ - кандайдыр бир функциялар.

(R) шарты аткарылат эгерде: I) $R_i(t,t_0)\ge 0$, $R'_{ig(t)}(t,t_0)\le 0$, $c_i(t)$ функциялары жашаса жана төмөнкүлөр аткарылса $(E_i(t))^2\le R_i(t,t_0)c_i(t)$, $(E'_{ig(t)}(t))^2\le R'_{ig(t)}(t,t_0)\,c'_{ig(t)}(t)\ \ (i=1...n)$; II) $R'_{ig(\tau)}(t,\tau)\ge 0$, $R''_{ig(t)g(\tau)}(t,\tau)\le 0 \quad (i=1...n)$.

(β) шарты аткарылат эгерде: $g'(t)\varphi(t)\ge\beta(t)$ аткарылгандай $\beta(t)>0$ функциясы жашаса.

(Δ) шарты аткарылат эгерде: $\Delta(t)\equiv 2\varphi(t)a(t)-\frac{d}{dg(t)}[g'(t)\varphi(t)]\ge 0$ болсо.

Бул 2.1 бөлүмүндө $L_g^p(J,R)\ (p=1,2)$ мейкиндигинде жатуучу ВСИТтин чыгарылышынын жетиштүү шарттары тургузулган:

$$x(t)+\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x(\tau)dg(\tau)=f(t), \qquad t\ge t_0 \tag{2.1.1}$$

теңдеменин бош мүчөсү $f(t)\in L_g^p(J,R)$ $(p=1,2)$ тиешелүү учурда, мында $g(t)$ - өсүүчү функция.

2.1.1.ТЕОРЕМА. Мейли 1) $g(t)$ - өсүүчү функция; $\varphi(t)\geq 0$; $(K),(f)$, (R) шарттары аткарылсын; 2) $\varphi(t)(f_0(t))^2\in L_g^1(J,R_+)$ болсун дейли.

Анда (2.1.1)ВСИТдин $x(t)\in C(J,R)$ чыгарылышы үчүн (2.1.4) ырастоо орун алат:

$$\int_{t_0}^{t}\varphi(s)(x(s))^2dg(s)\leq c_{**},\quad c_{**}=c_*+\int_{t_0}^{\infty}\varphi(t)(f_0(t))^2dg(t)<\infty. \qquad (2.1.4)$$

2.1.1.НАТЫЙЖА. Эгерде 1) 2.1.1 теореманын бардык шарттары аткарылса; 2) $(\varphi(t))^{-1}\in L_g^1(J,R_+/\{0\})$ (тиешелүү түрдө $\varphi(t)\geq\varphi_0>0$), анда (2.1.1) ВСИТдин чыгарылышы $x(t)\in L_g^1(J,R)$ (тиешелүү түрдө $x(t)\in L_g^2(J,R)$) жатат.

2.1.5. НАТЫЙЖА. Эгерде 1) төмөнкү шарттар аткрылса

$$K(t,\tau)=\sum_{i=1}^{n}P_i(t)Q_i(t),\ f(t)=\sum_{i=1}^{n}f_i(t),\ n\geq m,\ R_i(t)\equiv P_i(t)(Q_i(t))^{-1}\ \ (i=1,\ldots,m),$$

$$T_i(t)\equiv Q_i(t)\,(P_i(t))^{-1}\ \ (i=m+1,\ldots,n),\ E_i(t)\equiv f_i(t)(Q_i(t))^{-1}\ \ (i=1,\ldots,m),$$

$c_i(t)$ $(i=1,\ldots,m)$ - кандайдыр бир функциялар;

2) $R_i(t)\geq 0$, $R'_{ig(t)}(t)\leq 0$, $c_i(t)$ функциялары жашаса жана төмөнкүлөр аткарылса $(E_i(t))^2\leq R_i(t)\,c_i(t)$, $(E'_{ig(t)}(t))^2\leq R'_{ig(t)}(t)\,c'_{ig(t)}(t)$ $(i=1,\ldots,m)$;

3) $T_i(t_0)\geq 0$, $T'_{ig(t)}(t)\geq 0$ $(i=m+1,\ldots,n)$,

Анда (2.1.1) ВСИТдин $x(t)$ чыгарылышы $L^2_{g(t)}(J,R)$ мейкиндигинде жатат.

2.1.1. МИСАЛ. $x(t)+\int_0^t\frac{e^{-t+t^2+\tau^2}}{\sqrt{t}-\sqrt{\tau}+2}x(\tau)d(\sqrt{\tau})=-\frac{e^{-t+t^2}}{\sqrt{t}+3}$, $t\geq 0$

ВСИТ үчүн 2.1.1. натыйжанын бардык шарттары аткарылат $a(t)\equiv e^t$, $b(t)\equiv e^{t^2}$ болгондо, мында $t_0=0$, $c(t)\equiv\frac{1}{\sqrt{t+2}}$. Демек, бул ВСИТтин чыгарылышы $x(t)\in L^1_{\sqrt{t}}(R_+,R)$ жатат, бош мүчөсү $\notin L^1_{\sqrt{t}}(R_+,R)$ тиешелүү болбосо дагы.

2.1.4. МИСАЛ.

$$x(t)+\int_0^t\left[(\sqrt{t}+3)(\sqrt{\tau}+2)+(\sqrt{t}+2)(\sqrt{\tau}+1)\right]x(\tau)d\sqrt{\tau}=-5(\sqrt{t}+4),\ t\geq 0$$

ВСИТ үчүн: 2.1.1 теореманын жана 2.1.5 натыйжанын бардык шарттары аткарылат, мында $t_0=0$, $g(t)=\sqrt{t}$, $n=2$, $m=1$, $R_1(t)\equiv(\sqrt{t}+3)(\sqrt{t}+2)^{-1}$, $E_1(t)\equiv-5(\sqrt{t}+4)(\sqrt{t}+2)^{-1}$, $c_1(t)\equiv 25(\sqrt{t}+22)(\sqrt{t}+2)^{-1}$, $T_2(t)\equiv\frac{\sqrt{t}+1}{\sqrt{t}+2}$. Демек, бул ВСИТтин чыгарылышы $x(t)\in L^2_{\sqrt{t}}(R_+,R)$ жатат.

2.2. бөлүмүндө баалоо үчүн жетиштүү шарттар, J жарым интервалындагы чектелгендик, $t\to\infty$ дагы нөлгө умтулуу, төмөнкү ВСИДТтин каалаган чыгарылышынын $L_g^p(J,R)\,(p=1,2)$ мейкиндигинде жатышы

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x(\tau)dg(\tau)=f(t)+F\left(t,x(t),\int_{t_0}^{t}H(t,\tau,x(\tau))dq(\tau)\right),\ t\ge t_0, \quad (2.2.1)$$

мында $g(t),\ q(t)$ - өсүүчү функциялар, $F(t,x,y),\ H(t,\tau,x)$ функциялары төмөнкү мейкиндиктүү өзгөрмөлүү сызыктуу эмес шарттарын канааттандырат:

$$|F(t,x,y)|\le l(t)|x|+l_1(t)|y|,\ \ |H(t,\tau,x)|\le h(t,\tau)|x| \qquad (F,H)$$

терс эмес «Липшиц коэффициенти» менен $l(t),l_1(t),h(t,\tau)$.

Төмөндө: $\Delta(t)\equiv 2\varphi(t)a(t)-\dfrac{d}{dg(t)}[g'(t)\varphi(t)],\ G(t,\tau)\equiv l_1(t)h(t,\tau)$.

2.2.1. ТЕОРЕМА. Мейли 1) $g(t),q(t)$ - өсүүчү функциялар болсун; $\varphi(t)\ge 0$; (F,H), (K),(f) с $f_0(t)\equiv 0$, (R) , (β), (Δ) шарттары аткарылсын;

2) $\displaystyle\int_{t_0}^{\infty}\varphi(t)\left[l(t)(\beta(t))^{-1}+(\beta(t))^{-\frac{1}{2}}\int_{t_0}^{t}G(t,\tau)(\beta(\tau))^{-\frac{1}{2}}dq(\tau)\right]dg(t)<\infty.$

дейли. Анда каалагандай баштапкы $x(t_0)$ шарты менен каалаган $x(t)\in C^1(J,R)$ чыгарылыш үчүн төмөнкү ырастоо туура:

$$x(t)=(\beta(t))^{-\frac{1}{2}}O(1), \qquad (2.2.6)$$

$$\Delta(t)(x(t))^2\in L^1{}_g\,(J,R_+). \qquad (2.2.7)$$

2.2.1. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.2.1 теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\beta(t)\ge\beta_0>0$ болсо, анда (2.2.1) ВСИДТтин каалаган чыгарылышы J да чектелген болот.

2.2.2. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.2.1. теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\lim\limits_{t\to\infty}\beta(t)=\infty$ болсо, анда (2.2.1) ВСИДТтин каалаган чыгарылышы $t\to\infty$да $x(t)\to 0$ умтулат.

2.2.3. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.2.1. теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\Delta(t)>0,\ (\Delta(t))^{-1}\in L_g^1(J,R_+/\{0\})$ (тиешелүү түрдө $\Delta(t)\ge\Delta_0>0$) болсо, анда (2.2.1) ВСИДТтин каалаган чыгарылышы $x(t)\in L_g^1(J,R)$ (тиешелүү түрдө $x(t)\in L_g^2(J,R)$) тиешелүү болот.

2.2.1. МИСАЛ.

$$x'(t)+\left(e^t+\sqrt{t}\right)x(t)+\int_0^t\left\{\frac{e^{\sqrt[3]{t\cos t}+\sqrt[3]{\tau\cos\tau}+t+\tau}\sin\sqrt{t}\sin\sqrt{\tau}}{(t+1)\sqrt{t}\left(\sqrt{t}-\sqrt{\tau}+9\right)}+(t+1)(\tau+1)^2\sqrt{\tau}\right\}x(\tau)d\sqrt{\tau}=$$

$$=-\frac{5e^{t+\sqrt[3]{t\cos t}}\sin\sqrt{t}}{(t+1)\sqrt{t}\left(\sqrt{t}+12\right)}-\frac{e^{-t}x^2}{|x|+2}+\int_0^t\frac{x(\tau)\sin x(\tau)}{(t+\tau+3)^{10}}d\sqrt[3]{\tau},\quad t\ge 0$$ ВСИДТ үчүн

$\varphi(t)\equiv(t+1)\sqrt{t}$ маанисинде 2.2.1. теорема жана 2.2.1-2.2.3. натыйжалардын бардык шарттары аткарылат, мында $t_0=0,\quad g(t)=\sqrt{t},\quad g'(t)\varphi(t)=\dfrac{1}{2}(t+1)\equiv\beta(t),$

$\dfrac{d}{d\sqrt{t}}[g'(t)\varphi(t)]=\sqrt{t},\quad \Delta(t)\equiv 2e^t+\sqrt{t},\ n=2,\quad \psi_1(t)\equiv e^{t+\sqrt[3]{t\cos t}}\sin\sqrt{t},\quad R_1(t,\tau)\equiv\dfrac{1}{\sqrt{t}-\sqrt{\tau}+9},$

$E_1(t)=-\dfrac{5}{\sqrt{t}+12}$, $\quad c_1(t)\equiv\dfrac{25}{\sqrt{t}+12}$, $\quad \psi_2(t)\equiv(t+1)^2\sqrt{t}$, $\quad R_2(t,\tau)\equiv 1$, $\quad E_2(t)\equiv c_2(t)\equiv 0$, $\quad q(t)=\sqrt[3]{t}$,

$l(t)\equiv e^{-t}$, $G(t,\tau)\equiv\dfrac{1}{(t+\tau+3)^{10}}$.

Ошентип, биз жогоруда берилген 2.2.1. маселе чыгарыла турган (2.2.1) ВСИДТ түрүндөгү классын таптык. Ошондой эле Ж.О. Толубаевдин (2016, с. 50-54) кандидаттык диссертациясындагы $g'(t)\in C(J,R_+)$ шартын кандайдыр бир $\varphi(t)\geq 0$ салмактык функциянын жардамында алып салууга жетишкендигибизди байкоого болот.

2.3. бөлүмү J жарым интервалындагы чектелиши жана анын биринчи тартиптеги туундусу, баалоосу, $L_g^p(J,R)\ (p=1,2)$ мейкиндигинде жатышы, $t\to\infty$ дагы нөлгө умтулуусу экинчи тартиптеги төмөнкү түрдөгү ВСИДТтин чыгарылышынын биринчи тартиптеги туундусу үчүн жетиштүү шарттарды түзүүгө арналган

$$x''(t)+a(t)x'(t)+b(t)x(t)+\int_{t_0}^{t}K(t,\tau)x'(\tau)dg(\tau)=f(t)+$$

$$+F_2\left(t,x(t),x'(t),\int_{t_0}^{t}H_2(t,\tau,x(\tau),x'(\tau))dq(\tau)\right),\ \ t\geq t_0, \qquad (2.3.1)$$

мында $g(t), q(t)$ - өсүүчү функциялар, $F_2(t,x,y,z), H_2(t,\tau,x,y)$ функциялары x,y,z боюнча төмөнкү сызыктуу эмес шарттарын канааттандырат:

$|F_2(t,x,y,z)|\leq l_0(t)|x|+l_1(t)|y|+l_2(t)|z|,\ \ |H_2(t,\tau,x,y)|\leq h_0(t,\tau)|x|+h_1(t,\tau)|y|\ \ (F_2,H_2)$

терс эмес «Липшиц коэффициенти» менен $l_k(t),h_\nu(t,\tau)\quad (k=0,1,2;\ \nu=0,1)$.

Төмөндө: $\Delta(t)$ - 2.2. бөлүмүнө окшош; $G_k(t,\tau)\equiv l_2(t)\,h_k(t,\tau)\ \ (k=0,1)$.

2.3.1. ТЕОРЕМА. Мейли 1) $g(t),q(t)$ - өсүүчү функциялар; $\varphi(t)\geq 0$; (F_2,H_2), (K),(f) с $f_0(t)\equiv 0$, (R), (β), (Δ) шарттары аткарылсын;

2) $g'(t)b(t)\varphi(t)\geq b_0>0$, $\dfrac{d}{dg(t)}[g'(t)b(t)\varphi(t)]\leq 0$;

3) $\displaystyle\int_{t_0}^{\infty}\varphi(s)(\beta(s))^{-\frac{1}{2}}\left\{l_0(s)+l_1(s)(\beta(s))^{-\frac{1}{2}}+\int_{t_0}^{t}\left[G_0(s,\tau)+G_1(s,\tau)(\beta(\tau))^{-\frac{1}{2}}\right]dq(\tau)\right\}dg(s)<\infty.$

дейли. Анда каалаган баштапкы мааниси менен $x^{(k)}(t_0)\ (k=0,1)$ каалагандай чыгарылышы $x(t)\in C^2(J,R)$ үчүн төмөнкү ырастоо туура:

$$x(t)=O(1), \qquad (2.3.8)$$

$$x'(t)=(\beta(t))^{-\frac{1}{2}}O(1), \qquad (2.3.9)$$

$$\Delta(t)(x'(t))^2\in L^1_{g(t)}(J,R). \qquad (2.3.10)$$

2.3.1. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.3.1.теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\beta(t)\geq\beta_0>0$ болсо, анда (2.3.1) ВСИДТтин каалаган $x(t)$ чыгарылышы жана анын биринчи туундусу $x'(t)$ J аймагында чектелген болот.

2.3.2. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.3.1. теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\lim_{t\to\infty}\beta(t)=\infty$ болсо, анда (2.3.1) ВСИДТтин каалаган $x(t)$ чыгарылышынын биринчи туундусу $t\to\infty$да нөлгө умтулат, б.а. $x'(t)\to 0,\ t\to\infty$.

2.3.3. НАТЫЙЖА. Эгерде 2.3.1. теореманын бардык шарттары аткарылса жана $\Delta(t)>0$, $(\Delta(t))^{-1}\in L_g^1(J,R_+/\{0\})$ (тиешелүү түрдө $\Delta(t)\ge\Delta_0>0$) болсо, анда (2.3.1) ВСИДТтин каалаган $x(t)$ чыгарылышынын биринчи туундусу $x'(t)\in L_g^1(J,R)$ (тиешелүү түрдө $x'(t)\in L_g^2(J,R)$) жатат.

2.3.1. МИСАЛ. $x''(t)+\left(t^4+1+(t+3)\sqrt[3]{t^2}\right)x'(t)+\dfrac{3}{(t+3)^2}x(t)+$

$$+\int_0^t\left\{\frac{e^{9(t+\tau)}\sin\sqrt[3]{t^2}\sin\sqrt[3]{\tau^2}}{\sqrt[3]{t^2}(t+3)^2\left(\sqrt[3]{t}-\sqrt[3]{\tau}+5\right)}+e^{\sqrt{t}+\sqrt{\tau}}\sqrt[3]{\tau^2}(\tau+3)^2\right\}x'(\tau)d\sqrt[3]{\tau}=$$

$$=\frac{e^{9t}\sin\sqrt[3]{t^2}}{\sqrt[3]{t^2}(t+3)^2\left(\sqrt[3]{t}+2\right)}-e^{\sqrt{t}}+e^{-5t}x\sin x-\frac{|x'|x'}{(|x'|+1)(t+6)^{10}}+$$

$$+\int_0^t\left[\frac{e^{-t-\tau}x^3(\tau)}{x^2+1}-\frac{e^{-2t}|x'(\tau)|^5\cos x'(\tau)}{\left[(x'(\tau))^4+7\right](t+\tau+1)}\right]d\sqrt{\tau},\quad t\ge 0$$ ВСИДТ үчүн

$\varphi(t)\equiv\sqrt[3]{t^2}(t+3)^2$ маанисинде 2.3.1. теореманын жана 2.3.1-2.3.3. натыйжалардын бардык шарттары аткарылат, мында $t_0=0$, $g(t)=\sqrt[3]{t}$, $g'(t)\varphi(t)=\dfrac{1}{3}(t+3)^2\equiv\beta(t)$,

$\dfrac{d}{dg(t)}[g'(t)\varphi(t)]\equiv 2(t+3)\sqrt[3]{t^2}$, $\Delta(t)\equiv 2(t^4+1)$, $n=2$, $\psi_1(t)\equiv e^{9t}\sin\sqrt[3]{t^2}$, $\psi_2(t)\equiv\sqrt[3]{t^2}(t+3)^2e^{\sqrt{t}}$,

$R_1(t,\tau)\equiv\dfrac{1}{\sqrt[3]{t}-\sqrt[3]{\tau}+5}$, $E_1(t)\equiv\dfrac{1}{\sqrt[3]{t}+2}$, $c_1(t)\equiv\dfrac{1}{\sqrt[3]{t}+5}$, $R_2(t,\tau)\equiv 1$,

$E_2(t)\equiv c_2(t)\equiv 1$, $l_0(t)\equiv e^{-5t}$, $l_1(t)\equiv\dfrac{1}{(t+6)^{10}}$, $l_2(t)\equiv 1$, $h_0(t,\tau)\equiv e^{-t-\tau}$, $h_1(t,\tau)\equiv\dfrac{e^{-2t}}{t+\tau+1}$.

Мына ошентип бизде жогорудагы 2.3.1 маселе чыгарыла турган (2.3.1) ВСИДТ түрүндөгү классы табылды. Ошондой эле Ж.О. Толубаевдин (2016, с. 60-66) кандидаттык диссертациясындагы $g'(t)\in C(J,R_+)$ шартын кандайдыр бир $\varphi(t)\ge 0$ салмактык функциянын жардамында алып салууга жетишкендигибизди байкоого болот.

Алты бөлүмдөн турган 3-главада чектелбеген областагы эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү ВСИТтин чыгарылыштарынын чектелиши жана квадраттык суммалануусу, чектелген областагы эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү ВСИТтин чыгарылышынын жалгыздыгы жана регуляризациясы тууралуу изилдөө жүргүзүлөт.

Бул 3.1. бөлүмүндө эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу эмес ВСИТтин каалаган чыгарылышынын $L^p_{\varphi,\psi}(G)$ $(p=1,2)$ мейкиндигинде жатышынын жетиштүү шарттары табылган:

$$m(t,x)u(t,x)+\int_0^t a(t,x,s)u(s,x)d\varphi(s)+\int_0^x b(t,x,y)u(t,y)d\psi(y)=f(t,x)+F(t,x,u),\qquad(3.1.1)$$

мында $(t,x)\in G=\{(t,x): o\le t<\infty,\ o\le x<\infty\}$, $m(t,x),\ a(t,x,s), b(t,x,y),\ f(t,x)$ - белгилүү функциялар, дагы $m(t,x)>0,\ u(t,x)$- белгисиз функция. $\varphi(t),\psi(x)$ - белгилүү өсүүчү үзгүлтүксүз функциялар. $\varphi(0)=0,\ \ \psi(0)=0$; $F(t,x,u)$– белгилүү G_1 областындагы төмөнкү сызыктуу эмес шартын канааттандырган үзгүлтүксүз функция:

$$|F(t,x,u)|\le g(t,x)|u| \qquad (F)$$

терс эмес $g(t,x)$ менен.

3.1.1.ТЕОРЕМА. Мейли 1) А) $a(t,x,s)$, $a'_{\varphi(t)}(t,x,s)$ и $a''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,x,s)$– функциялары G_1 областында үзгүлтүксүз функциялар, мында $G_1=\{(t,x,s): o\le s\le t<\infty, o\le x<\infty\}$, $(t,x)\in G$ болгондо $a(t,x,o)\ge 0$ жана $a'_{\varphi(t)}(t,x,o)\le 0$ болсун, $(t,x,s)\in G_1$ болгондо $a'_{\varphi(s)}(t,x,s)\ge 0$ жана $a''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,x,s)\le 0$ болсун.

В) $b(t,x,y)$, $b'_{\psi(y)}(t,x,y)$ жана $b''_{\psi(x)\psi(y)}(t,x,y)$ -функциялар $G_2=\{(t,x,y): o\le t<\infty, o\le y\le x<\infty\}$ областында үзгүлтүксүз функциялар, $(t,x)\in G$ болгондо $b(t,x,o)\ge 0$ жана $b'_{\psi(x)}(t,x,o)\le 0$ болсун, $(t,x,y)\in G_2$ болгондо $b'_{\psi(y)}(t,x,y)\ge 0$ жана $b''_{\psi(x)\psi(y)}(t,x,y)\le 0$ болсун.

2) (F); 3) $m(t,x)>0$, $\dfrac{f(t,x)}{\sqrt{m(t,x)}}\in L^2_{\varphi,\psi}(G)$; 4) $\Delta(t,x)\equiv m(t,x)-2g(t,x)\ge\Delta_0>0$ (тиешелүү түрдө $\Delta(t,x)>0,\ (\Delta(t,x))^{-1}\in L^1_{\varphi,\psi}(G)$) шарттары аткарылсын дейли. Анда (3.1.1) теңдемесинин каалагандай чыгарылышы $L^2_{\varphi,\psi}$ (G) мейкиндигинде (тиешелүү түрдө $L^1_{\varphi,\psi}$ (G) мейкиндигинде) жатат.

3.1.1.МИСАЛ. $e^{t+x}u(t,x)+\int\limits_0^t e^{-t+x+s}u(s,x)d\varphi(s)+\int\limits_0^x e^{t^2-x^2+y^2}u(t,y)d\psi(y)=t-x-\dfrac{\sin e^{t+x}u}{2(1+u^2)}$,

интегралдык теңдемеси үчүн мында $(t,x)\in G=[0;\infty)\times[0;\infty)$, $\varphi(t)=\sqrt{t}, \psi(x)=\sqrt{x}$, 3.1.1. теореманын бардык шарттары аткарылат, мында $m(t,x)=e^{t+x}$, $a(t,x,s)=e^{-t+x+s}$, $b(t,x,y)=e^{t^2-x^2+y^2}$, $g(t,x)=\dfrac{1}{2}e^{t+x}$, $\Delta_0=\dfrac{1}{2}$, $(\Delta(t,x))^{-1}=2e^{-t-x}\in L^1_{\varphi,\psi}(G)$, $\dfrac{f^2(t,x)}{m(t,x)}=(t-x)^2e^{-t-x}\in L^1_{\varphi,\psi}(G)$

Ошошдой эле А) $a(t,x,0)=e^{-t+x}\ge 0$, $a'_{\varphi(t)}(t,x,0)=-2\sqrt{t}\,e^{-t+x}\le 0$,

$a'_{\varphi(s)}(t,x,s)=2\sqrt{s}\,e^{-t+x+s}\ge 0$, $a''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,x,s)=-4\sqrt{ts}\,e^{-t+x+s}\le 0$;

В) $b(t,x,0)=e^{t^2-x^2}\ge 0$, $b'_{\psi(x)}(t,x,0)=-4x\sqrt{x}\,e^{t^2-x^2}\le 0$,

$b'_{\psi(y)}(t,x,y)=4y\sqrt{y}\,e^{t^2-x^2+y^2}\ge 0$, $b''_{\psi(x)\psi(y)}(t,x,y)=-16xy\sqrt{xy}\,e^{t^2-x^2+y^2}\le 0$.

Натыйжада бул теңдеменин каалаган чыгарылышы $u(t,x)\in L^p_{\varphi,\psi}(G)$ $(p=1,2)$, б.а. берилген теңдеменин каалагандай чыгарылышы $G=[0;\infty)\times[0;\infty)$ чексиз сектордо абсолюттук жана квадраттык суммалануучу болот.

3.2. бөлүмү сызыктуу ВСИТ тин чыгарылышынын чектелишинин жетиштүү шарттарын алууга багытталган:

$$u(t,x)=\int\limits_{t_0}^t K_0(t,x,s)u(s,x)d\varphi(s)+\int\limits_{t_0}^t\int\limits_a^b K_1(t,x,s,y)u(s,y)d\psi(y)d\varphi(s)+f(t,x), \qquad (3.2.1)$$

Мында $(t,x)\in G=[t_0,\infty)\times[a,b]$, $K_0(t,x,s)$, $K_1(t,x,s,y)$, $f(t,x)$ - белгилүү функциялар; $u(t,x)$ - белгисиз функция, $G_0=\{(t,x,s): t_0\le s\le t<\infty\ ,\ a\le x\le b\}$, $G_1=\{(t,x,s,y): t_0\le s\le t<\infty\ ,\ a\le y\le b, a\le x\le b\}$, $\varphi(t),\psi(x)$ - белгилүү өсүүчү үзгүлтүксүз функциялар тиешелүү түрдө $[t_0,\infty)$ жана $[a,b]$ областарда, $\varphi(t)\in C^1[t_0,\infty)$, $f(t,x)$ чектелген учурда, $(t,x)\in G$.

3.2.1.ТЕОРЕМА. Төмөнкү шарттарды аткарылсын дейли:
а) $K_0(t,x,s)$ - G_0 областында үзгүлтүксүз функция, $|K_0(t,x,s)||\varphi'(s)|\le l_1(s)$ бардык $(t,x,s)\in G_0$, ал эми $l_1(s)\in L_1[t_0,\infty)$ жана $l_1(s)$-$[t_0,\infty)$ де терс эмес функция .
б) $K_1(t,x,s,y)$ - G_1 де үзгүлтүксүз функция, $|K_1(t,x,s,y)||\varphi'(s)|\le l_2(s)$ бардык $(t,x,s,y)\in G_1$ үчүн, ал эми $l_2(s)\in L_1[t_0,\infty)$ тиешелүү жана $l_2(s)$-$[t_0,\infty)$ де терс эмес функция .
в) $f(t,x)$ - G да үзгүлтүксүз функция, $\sup\limits_{(t,x)\in G}|f(t,x)|=f_0<\infty$.

Анда (3.2.1) ВСИТтин жалгыз үзгүлтүксүз чектелген чыгарылышы жашайт жана төмөнкү баалоонун тууралыгы анык

$$\sup_{(t,x)\in G}|u(t,x)|\le Cf_0\,,\quad C=\exp\left\{\int_{t_0}^{\infty}[l_1(s)+l_2(s)(\psi(b)-\psi(a))]d\,s\right\} \tag{3.2.2}$$

3.3.бөлүмүндө төмөнкү сызыктуу эмес ВСИТ үчүн 3.2. бөлүмүнүн жыйынтыгынын аналогу түзүлгөн:

$$v(t,x)=\int_{t_0}^{t}H_0(t,x,s,v(s,x))\,d\varphi(s)+\int_{t_0}^{t}\int_{a}^{b}H_1(t,x,s,y,v(s,y))\,d\psi(y)d\varphi(s)+f(t,x), \tag{3.3.1}$$

мында $(t,x)\in G=[t_0,\infty)\times[a,b]$, $H_0(t,x,s,v)$, $H_1(t,x,s,y,v)$, $f(t,x)$ - белгилүү функциялар; $v(t,x)$ - белгисиз функция, $G_0=\{(t,x,s): t_0\le s\le t<\infty\ ,\ a\le x\le b\}$, $G_1=\{(t,x,s,y): t_0\le s\le t<\infty\ ,\ a\le y\le b, a\le x\le b\}$, $\varphi(t),\psi(x)$ - белгилүү өсүүчү үзгүлтүксүз функциялар тиешелүү түрдө $[t_0,\infty)$ жана $[a,b]$ областарда, $\varphi(t)\in C^1[t_0,\infty)$, $f(t,x)$ чектелген учурда, $(t,x)\in G$.

Бул 3.4. бөлүмүндө сызыктуу биринчи түрдөгү төмөнкү ВСИТ каралган:

$$\int_0^t a(t,x,s)u(s,x)d\varphi(s)+\int_0^x b(t,x,y)u(t,y)d\psi(y)+\int_0^t\int_0^x K(t,x,s,y)u(s,y)d\psi(y)d\varphi(s)=f(t,x), \tag{3.4.1}$$

мында $(t,x)\in G=\{(t,x): o\le t\le T, o\le x\le l\}$, $a(t,x,s), b(t,x,y), K(t,x,s,y)$ - белгилүү функциялар, $u(t,x)$ - белгисиз функция. $\varphi(t),\psi(x)$ - белгилүү өсүүчү үзгүлтүксүз функциялар. $\varphi(0)=0,\ \psi(0)=0$, жана бул теңдеменин $L^2_{\varphi,\psi}(G)$ мейкиндигиндеги жалгыздыгынын жетиштүү шарттары алынган.

3.4.1. ТЕОРЕМА. Мейли төмөнкү шарттар аткарылсын дейли: 1) $a(t,x,s)$ жана $a''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,x,s)-$функциялары G_1 областында үзгүлтүксүз болсун, мында $G_1=\{(t,x,s): o\le s\le t\le T, o\le x\le l\}$, $(t,x)\in G$ болгондо $a(t,x,o)\ge 0$, $(t,x,s)\in G_1$ болгондо $a''_{\varphi(t)\varphi(s)}(t,x,s)\le 0$ болсун.

2) $b(t,x,y)$ жана $b''_{\psi(x)\psi(y)}(t,x,y)$ - функциялары $G_2=\{(t,x,y): o\le t\le T, o\le y\le x\le l\}$ областында үзгүлтүксүз болсун, $(t,x)\in G$ болгондо $b(t,x,o)\ge 0$, $(t,x,y)\in G_2$ болгондо $b''_{\psi(x)\psi(y)}(t,x,y)\le 0$ болсун.

3) $K(t,x,s,y)$ жана $K^{(IV)}_{\varphi(t)\psi(x)\varphi(s)\psi(y)}(t,x,s,y)$ - функциялары $G_3=\{(t,x,s,y): o\le s\le t\le T, o\le y\le x\le l\}$ областында үзгүлтүксүз болсун, каалагандай $(t,x,s,y)\in G_3$ үчүн төмөнкү барабарсыздыктардын аткарылышы туура

$a(s,y,o)b(s,y,o)-(\psi(x)-\psi(y))(\varphi(t)-\varphi(s))K^2(s,y,o,o)\ge 0$,

$a''_{\varphi(\tau)\varphi(s)}(s,y,\tau)b''_{\psi(z)\psi(y)}(s,y,z)-\varphi(s)\psi(y)\,(K''_{\varphi(\tau)\psi(z)}(s,y,\tau,z))^2\ge 0,$

$K(s,y,o,o)-(\varphi(t)-\varphi(s))K'_{\varphi(s)}(s,y,o,o)-(\psi(x)-\psi(y))K'_{\psi(y)}(s,y,o,o)+$

$+(\psi(x)-\psi(y))(\varphi(t)-\varphi(s))K''_{\varphi(s)\psi(y)}(s,y,o,o)\ge\alpha>0$ (α - белгилүү const) .

4) каалагандай $(t,x,y,z)\in G_4=\{(t,x,y,z): 0\le t\le T, o\le z\le y\le x\le l\}$ үчүн $a'_{\varphi(t)}(t,y,o)b'_{\psi(z)}(t,y,z)+\psi(y)(\psi(x)-\psi(y))(K'_{\psi(z)}(t,y,o,z))^2\le 0$ аткарылышы туура болот.

5) каалагандай $(t,x,s,\tau)\in G_5=\{(t,x,s,\tau): 0\le\tau\le s\le t\le T,\ o\le x\le l\}$ үчүн $a'_{\varphi(\tau)}(s,x,\tau)b'_{\psi(x)}(s,x,o)+\varphi(s)(\varphi(t)-\varphi(s))(K'_{\varphi(\tau)}(s,x,\tau,o))^2\le 0$ аткарылышы туура болот.

6) каалагандай $(t,x,s,y,\tau,z)\in G_6=\{(t,x,s,y,\tau,z): 0\le\tau\le s\le t\le T,\ o\le z\le y\le x\le l\}$ үчүн:

$K'_{\varphi(\tau)}(s,y,\tau,o)-(\varphi(t)-\varphi(s))K''_{\varphi(\tau)\varphi(s)}(s,y,\tau,o)-(\psi(x)-\psi(y))K''_{\varphi(\tau)\psi(y)}(s,y,\tau,o)+$

$+(\varphi(t)-\varphi(s))(\psi(x)-\psi(y))K'''_{\varphi(\tau)\varphi(s)\psi(y)}(s,y,\tau,o)\ge 0,$

$K'_{\psi(z)}(s,y,o,z)-(\varphi(t)-\varphi(s))K''_{\psi(z)\varphi(s)}(s,y,o,z)-(\psi(x)-\psi(y))K''_{\psi(z)\psi(y)}(s,y,o,z)+$

$+(\varphi(t)-\varphi(s))(\psi(x)-\psi(y))K'''_{\psi(z)\varphi(s)\psi(y)}(s,y,o,z)\ge 0,$

$K''_{\varphi(\tau)\psi(z)}(s,y,\tau,z)-(\varphi(t)-\varphi(s))K'''_{\varphi(\tau)\psi(z)\varphi(s)}(s,y,\tau,z)-(\psi(x)-\psi(y))K'''_{\varphi(\tau)\psi(z)\psi(y)}(s,y,\tau,z)+$

$(\varphi(t)-\varphi(s))(\psi(x)-\psi(y))K^{IV}_{\varphi(\tau)\psi(z)\varphi(s)\psi(y)}(s,y,\tau,z)\ge 0$ болот.

Анда (3.4.1) теңдемесинин чыгарылышы $L^2_{\varphi,\psi}(G)$ мейкиндигинде жалгыз.

Бул 3.5.бөлүмү М.М. Лаврентьев боюнча регуляризациялоо операторун түзүүгө жана $C(G)$мейкиндигиндеги эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын жалгыздыгынын жетиштүү шарттарын алууга арналган:

$$\int_{t_0}^{t}K(t,x,s)u(s,x)d\varphi(s)+\int_{t_0}^{t}\int_{x_0}^{x}N(t,x,s,y)u(s,y)d\psi(y)d\varphi(s)=f(t,x),\qquad (t,x)\in G,\quad (3.5.1)$$

мында $u(t,x)$ - изделүүчү функция, $K(t,x,s), N(t,x,s,y)$ - белгилүү ядролор, $f(t,x)$ - белгилүү функция; $x\in[x_0,X]$ болгондо $f(t_0,x)=0$ болот; $G=\{(t,x): t_0\le t\le T, x_0\le x\le X\}$, $\varphi(t),\psi(x)$ - белгилүү өсүүчү үзгүлтүксүз функциялар.

2-3-главаларынын бардык теоремалары жана кээ бир натыйжалары үчүн коюлган шарттардын табигыйлыгын көрсөткөн иллюстративдик мисалдар түзүлгөн.

Диссертациялык иштин соңунда жасалган изилдөөлөрдүн жаңылыгы жөнүндө корутундулар чыгарылып, алынган жыйынтыктардын теоретикалык жана практикалык колдонулуш мүмкүнчүлүктөрү тууралуу айтылат.

Автор диссертациялык ишти даярдоодо баалуу кеңештерин берип, жакындан жардам көрсөткөндүгү үчүн илимий жетекчиси физика-математика илимдеринин доктору, профессор А.Асановго жана БатМУнун проректору, филология илимдеринин кандидаты А.А.Машрабовго терең ыраазычылык билдирет.

ЖАРЫЯЛАНГАН МАКАЛАЛАРДЫН ТИЗМЕСИ:

1. Байгесеков А.М. Ограниченность решений интегральных уравнений Вольтерра-Стилтьеса второго рода с двумя независимыми переменными [Текст] / А. Асанов, А.М. Байгесеков // Наука и новые технологии.– Бишкек, 2014. – №7. – С.43-46.
2. Байгесеков А.М. Оквадратичной интегрируемости на полуоси решения линейного интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса второго рода с вырожденным ядром [Текст] / А.М. Байгесеков// Наука и новые технологии. – Бишкек, 2014. – №7. – С.47-49.
3. Байгесеков А.М. Об абсолютной и квадратичной интегрируемости на полуоси решения линейного интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса второго рода [Текст] / С.Искандаров, А.М. Байгесеков // Наука,новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2015. – №7. – С.6-9.
4. Байгесеков А.М. Степенная абсолютная суммируемость решений слабо нелинейного интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса второго рода с двумя независимыми переменными [Текст] / А.М. Байгесеков// Известия вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2015. –№11. – С. 8-11.
5. Байгесеков А.М.Один класс линейных интегральных уравнений Вольтерра-Стилтьеса первого рода с двумя независимыми переменными [Текст] / А.М. Байгесеков// Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук.– М. , 2016. – №02 (85),Ч.1. – С.11-16. (РИНЦ, РФ).
6. Байгесеков А.М. Линейное интегральное уравнение Вольтерра-Стилтьеса первого рода с двумя независимыми переменными [Текст] / А.М. Байгесеков// Проблемы современной науки и образования. – Иваново,2016. – №3 (45). – С.35-44. (РИНЦ, РФ).
7. Байгесеков А.М. Об оценке и асимптотических свойствах решений слабо нелинейного интегро-дифференциального уравнения первого порядка Вольтерра-Стилтьеса на полуоси [Текст] / С.Искандаров, А.М. Байгесеков // Наука,новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2016. – №7. – С.7-11.
8. Байгесеков А.М. О степенной абсолютной интегрируемости на полуоси решения линейного интегрального уравнения Вольтерра-Стилтьеса второго рода [Текст] / С.Искандаров, А.М. Байгесеков // Наука,новые технологии и инновации Кыргызстана. – Бишкек, 2016. – №8(2). – С.33-36.
9. Байгесеков А.М. Об асимптотических свойствах решений слабо нелинейного интегро-дифференциального уравнения второго порядка Вольтерра-Стилтьеса на полуоси [Текст] / С.Искандаров, А.М. Байгесеков // Известия вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2016. – №9. – С.3-8.

РЕЗЮМЕ

Байгесеков Абдибаит Мажитович

“Вольтерра-Стилтьестин интегралдык жана интегро-дифференциалдык теңдемелеринин чыгарылыштарынын касиеттерин изилдөөнү өнүктүрүү”деген темада 01.01.02-дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу деген адистик боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын алуу үчүн диссертация сунушталган

Урунттуу сөздөр: өсүүчү функция боюнча туунду, экинчи түрдөгү Вольтерра-Стилтьестин интегралдык теңдемеси (ВСИТ), биринчи тартиптеги Вольтерра-Стилтьестин интегро-дифференциалдык тендемеси (ВСИДТ), экинчи тартиптеги ВСИДТ, эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү ВСИТ, абсолюттук жана квадраттык интегралдануу, баалоо, чектелгендик, нөлгө умтулуу, абсолюттук жана квадраттык суммалануу, жалгыздык, регуляризациялоо.

Изилдөөнүн объектиси: экинчи түрдөгү ВСИТ, биринчи жана экинчи тартиптеги ВСИДТ, эки өзгөрмөлүү биринчи жана экинчи түрдөгү ВСИТ.

Изилдөөнүн максаты: сызыктуу ВСИТ тин жарым октогу даражалуу абсолюттук интегралданышы; жарым октогу биринчи жана экинчи тартиптеги сызыктуу эмес ВСИДТтин чыгарылыштарынын жана алардын биринчи туундуларынын баалоолору жана асимптотикалык касиеттери үчүн; жарым октогу эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу жана сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылыштарынын абсолюттук жана квадраттык суммалануусу жана чектелиши; эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын жалгыздыгы жана регуляризацияланышы үчүн жетиштүү шарттарды алуу.

Изилдөөнүн усулдары. Изилдөө процессинде КР УИАнын математика институтунда иштелип чыккан теңдемелерди өзгөртүп түзүү, салмактык жана кесүүчү функциялар,Стилтьес интегралы менен интегралдык барабарсыздыктар жана терс эмес квадраттык формалар усулдары колдонулду жана өнүктүрүлдү.

Изилдөөнүн илимий жаңылыгы. Экинчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын жарым октогу абсолюттук жана квадраттык интегралданышы, сызыктуу эмес биринчи тартиптеги ВСИДТтин чыгарылышы үчүн чектелгендигин, нөлгө умтулушун, абсолюттук жана квадраттык интегралданышы үчүн жетиштүү шарттар табылды. Сызыктуу эмес экинчи тартиптеги ВСИДТтин каалаган чыгарылышынын жана анын биринчи туундусунун жарым октогу чектелгендиги, абсолюттук жана квадраттык интегралданышы, нөлгө умтулушунун жетиштүү шарттары алынды. Эки өзгөрмөлүү экинчи түрдөгү сызыктуу эмес ВСИТтин чыгарылышынын чексиз сектордо абсолюттук жана квадраттык суммалануусу, чексиз тилкеде чектелиши жана баалоосунун жетиштүү шарттары табылды. Эки өзгөрмөлүү биринчи түрдөгү сызыктуу ВСИТтин чыгарылышынын тик бурчтукта квадраттык суммалануучу жана үзгүлтүксүз функциялардын мейкиндигиндеги жалгыздыгы жана М.М. Лаврентьев боюнча регуляризацияланышы каралды.

РЕЗЮМЕ

на диссертацию Байгесекова Абдибаита Мажитовича «Развитие исследований свойств решений интегральных и интегро-дифференциальных уравнений Вольтерра-Стилтьеса» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02-дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: производная по возрастающей функции, интегральное уравнение Вольтерра-Стилтьеса (ИУВС) второго рода, интегро-дифференциальное уравнение Вольтерра-Стилтьеса (ИДУВС) первого порядка, ИДУВС второго порядка, двумерное ИУВС второго рода, двумерное ИУВС первого рода, абсолютная и квадратичная интегрируемость, суммируемость, оценка, ограниченность, стремление к нулю, единственность, регуляризация.

Объект исследования: ИУВС второго рода, ИДУВС первого и второго порядка, двумерное ИУВС второго рода, двумерное ИУВС первого рода.

Цель работы: Получить достаточные условия для степенной абсолютной интегрируемости на полуоси решения линейного ИУВС, оценки и асимптотических свойств решений и их первых производных слабо нелинейных ИДУВС первого и второго порядков соответственно на полуоси; квадратичной суммируемости и ограниченности на полуоси решений линейных и слабо нелинейных двумерных ИУВС второго рода; регуляризации и единственности решения линейных двумерных ИУВС первого рода.

Методика исследования. Применяются и развиваются методы преобразования уравнений, метод весовых и срезывающих функций, метод интегральных неравенств с интегралом Стилтьеса, метод неотрицательных квадратичных форм, разработанные в ИМ НАН КР.

Научная новизна: Установлены достаточные условия абсолютной и квадратичной интегрируемости на полуоси решения линейного ИУВС второго рода без предположения, что этими свойствами обладает его свободный член; для ограниченности, стремления к нулю, абсолютной и квадратичной интегрируемости на полуоси решения слабо нелинейного ИДУВС первого порядка; ограниченности на полуоси любого решения и его первой производной слабо нелинейного ИДУВС второго порядка, абсолютной и квадратичной интегрируемости на полуоси, стремления к нулю первой производной любого решения этого уравнения; абсолютной и квадратичной суммируемости на бесконечном секторе решения слабо нелинейного двумерного ИУВС второго рода; для ограниченности решения линейного и слабо нелинейного двумерных ИУВС второго рода в бесконечной полосе; единственности решения линейного двумерного ИУВС первого рода в пространстве квадратично суммируемых функций в заданном прямоугольнике; регуляризируемости по М.М. Лаврентьеву и единственности решения линейного двумерного ИУВС первого рода в пространстве непрерывных функций в заданном прямоугольнике.

SUMMARY

on the dissertation "Development of research on the properties of solutions of integral and integro-differential Volterra-Stieltjes equations" by Baigesekov Abdibait Majitovich for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, specialty 01.01.02-differential equations, dynamical systems and optimal control

Keywords:derivative with respect to increasing function, Volterra-Stieltjes integral equation(VSIE) of second kind, first-order integro-differential Volterra-Stieltjes equation (IDVSE), second-order IDVSE, two-dimensional second-order VSIE, two-dimensional VSIE of the first kind, absolute and quadratic integrability, estimation, boundedness, tending to zero, absolute and quadratic summability, uniqueness, regularization.

Object of research:the second-order VSIE, the first-order IDVSE, the second-order IDVSE, the two-dimensional second-order VSIE, the two-dimensional VSIE of the first kind.

Aim of research: To obtain sufficient conditions for the power-law absolute integrability of solution of the linear VSIE on the semiaxis; the estimates and asymptotic properties of the solutions and their first derivatives of weakly nonlinear first-order and second-order IDVSE on the semiaxis, respectively; quadratic summability and boundedness on the semiaxis of the solutions of linear and weakly nonlinear two-dimensional VSIE of the second kind; regularization and uniqueness of the solution of linear two-dimensional VSIE of the first kind.

Methods of research: The methods : of transformation of equations, of weighting and cutting functions, of integral inequalities with the Stieltjes integral, the method of nonnegative quadratic forms developed at the IM of NAS of the Kyrgyz Republic are applied and are being developed.

Scientific novelty: Sufficient conditions for absolute and quadratic integrability on the semiaxis of the solution of a linear VSIE of the second kind are established without the assumption that these properties are possessed by its free term; for boundedness, tending to zero, absolute and quadratic integrability on the semiaxis of any solution of a weakly nonlinear first-order IDVSE; boundedness on the semiaxis of any solution and its first derivative of a weakly nonlinear second-order IDVSE, also estimates, tending to zero, absolute and quadratic integrability on the semiaxis of the first derivative of any solution of this equation; absolute and quadratic summability on the infinite sector of the solution of a weakly nonlinear two-dimensional VSIE of the second kind; for boundedness of the solution of a linear and weakly nonlinear two-dimensional VSIE of the second kind in an infinite strip; uniqueness of the solution of a linear two-dimensional VSIE of the first kind in the space of quadratically summable functions in a given rectangle; regularizability after M.M. Lavrentiev and the uniqueness of the solution of a linear two-dimensional VSIE of the first kind in the space of continuous functions are found.

БАЙГЕСЕКОВ АБДИБАИТ МАЖИТОВИЧ

ВОЛЬТЕРРА-СТИЛТЬЕСТИН ИНТЕГРАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИНИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН КАСИЕТТЕРИН ИЗИЛДӨӨНҮ ӨНҮКТҮРҮҮ

физика-математика илимдеринин кандидаты илимий даражасын изденип алуудагы диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Тираж 100 экз. Ченеми 60 х 84/16. Көлөмү 1,25 басма табак

“Айат” басмаканасында басылды.
Бишкек ш., Ташкен к., 60