КЫРГЫЗРЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕРАКАДЕМИЯСЫ
ТЕОРИЯЛЫК ЖАНА КОЛДОНМО МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ
Ж.БАЛАСАГЫН атындагыКЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.15.513 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда

УДК 517.968.72+74

АСАНОВА КАНЫКЕЙ АВЫТОВНА

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ЖАНА ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН ЖАРЫМ ОКТОГУБААЛООЛОРУ ЖАНА АСИМТОТИКАЛЫК КАСИЕТТЕРИ

01.01.02 –дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу

физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алууүчүндиссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2017

Диссертациялык иш КыргызРеспубликасынын Улуттук Илимдер Академиясынынтеориялык жана колдонмо математика институтунун интегро-дифференциалдык теңдемелертеориясы лабораториясында аткарылды

Илимийжетекчи:физика-математика илимдеринин
доктору,профессор **Искандаров С.**

Расмий оппоненттер: физика-математика илимдеринин доктору,профессор, Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынынкорреспондент-мүчөсү**Алымкулов К.,**

физика-математика илимдерининкандидаты,
доцент **Пахыров З.**

Жетектөөчүмекеме: Аль-Фараби атындагы КазакУлуттукуниверситети
Адреси: Казакстан Республикасы, 050038,
Алматы шаары, аль-Фараби проспекти71.

Диссертациялык иш2017-жылдын11-апрелинде саат16-00дө Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер АкадемиясынынТеориялык жана колдонмо математика институту жана Ж.Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетине караштуу физика-математика илимдердин доктору(кандидаты) окумуштуулук даражасын коргоо боюнча түзүлгөн Д 01.15.513 диссертациялык кеңешинин жыйынында корголот.
Дареги: 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү 328,КУУлабораториялык корпус №6, 211- аудитория.

Диссертациялык ишмененКыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынынборбордук илимий китепканасынан таанышууга болот. Дареги: 720071, Бишкек шаары,Чуйпроспекти,265-а жана төмөнкү сайтта:
www.math.aknet.kg КР УИА ТКМИ.

Автореферат “ _____” март2017жылы жөнөтүлдү.

Диссертациялык кеңештин окумуштуу
катчысы,эконом.и.к., доцент Чороев К.

ИЗИЛДӨӨНҮН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманынактуалдуугу.

Акыркы учурда кеңири колдонулушуна байланыштуу эволюциялык системанын теориясын өрчүтүү боюнча изилдөөлөрдүн көбөйгөнү белгилүү.

В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов (1989)жазышты:«Жазууденгээлинде эволюциялык системадеп техникалык, физикалык, биологиялык, экологиялыкжана башка ар кандай системаларды түшүнсө болот.Алар үчүнубакыттын өтүшүнө карата өзгөрүшү изилденет.Эволюциялык системалярматематикалык тил менен ар түрдүү жолдор аркылуу жазылышы мүмкүн.». Ушул эле авторлор көп колдонулганэволюциялык системалардын класстарын жана аларды жазуу жолдорун көрсөтүштү(1989):

- кадимки дифференциалдык теңдемелер мененжазылганүзгүлтүксүз системалар;
- функционалдык-дифференциалдык теңдемелер менен жазылган аракеттен кийинки системалар.Мындай системалардынтар тибинин өзгөрүшүазыркы моменттеги системанын абалыжана тартиптин мурунку тарыхы боюнча аныкталган учурда келип чыгат.

М.В. Федорюк(1980) белгилеген: «Квадратурада интегралдануучу дифференциалдык теңдемелер табыгий билимдерди эч качан толук канааттандырган эмес». Бул эскертүү башка теңдемелерге да тийиштүү, айрыкчажарым окто каралганВольтерратүрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелерге да тийиштүү. Ушул себептен, А. Пуанкаре белгилегендей, дифференциалдык жана Вольтерратүрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелерди жакындаштыруу жана сандык ыкмалараркылуу изилдөөлөр менен бирге, ал теңдемелерди сапаттык теориясын изилдөө да актуалдуу.

Дифференциалдык жана Вольтерратүрүндөгүинтегро-дифференциалдык теңдемелердин жалпы жана сапаттык теориясынын өсүшүнө төмөнкү окумуштуулардын: Ж. Лиувилль, Ж. Л. Лагранж, М. Остроградский, А. Пуанкаре, А.М. Ляпунов, В. Вольтерра, Я.В. Быков, Р. Беллман, К.Л. Кук, C. Corduneanu, Ф. Хартман, В.В. Немыцкий, В.В. Степанов, А.Д. Мышкис, Э.А. Коддингтон, Н. Левинсон, Л.Э. Эльсгольц, Б.П. Демидович, Л. Чезари, Н.Н. Красовский, В.И. Зубов, Е.А. Барбашин, А.М. Самойленко, Ю.А. Митропольский, М.И. Иманалиев, Ю.А. Ведь, А.И. Боташев, В.Р. Винокуров, К. Какишов, К.А. Алымкулов, П.С. Панков, Г.Р. Ражапов, З.Пахыров, А. Асанов, С.К. Кыдыралиев, А.Б. Урдалетова, А.Б. Байзаков, К.А. Касымов, М.К. Дауылбаев, А. Тунгатаров, Т.М. Алдибеков, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов, Дж. Хейль, Б.С. Разумихина, А.А. Мартынюк, В. Лакшимикантам, J. C. Lillo, А.А. Мартынюк, Н.В. Азбелев, В.П. Максимов, Л.Ф. Рахматуллина, М.Е. Драхлин, В.А. Кондратьев, И.Т. Кигурадзе, Т.А. Чантурия, Ю.И. Домшлак, Ю.А. Клоков, В.М. Миллионшиков, И.Н. Сергеев, Л.М. Березанский, А.И.Домошницкий, П.М. Симонов, А.В. Чистяков, T.A. Burton, J.A. Nohel, G. Gripenberg, S.-O. Londen, O. Staffans жана башкалардын салымдары зор экендигин белгилей кетсек болот.Бул окумуштуулардыништеринде жаңы ыкмалар сунушталган жана илимий изилдөөлөрдүн жаңы багыттары аныкталган.

Башка авторлордун иштерин анализдөө,экинчи жана үчүнчү тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелердин, ошондой эле Вольтерратүрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелердин жалпы жана сапаттык теориясын актуалдуу экендигин көрсөтөт.

Убакытка карата тартиптердин өзгөрүшүнүн туруктуулугун изилдөө,дифференциалдык жана Вольтерратүрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелердин сапаттык теориясынын өрчүшүнө алып келерин байкайбыз.

Н.В. Азбелев, З.Б. Цалюк өздөрүнүн макаласында (1964) жазышты: «Теңдемелердин сапаттык теориясынын суроолорун изилдөөдөгү аналитикалык ыкмалардын негизги маселеситеңдемелердинчыгарылыштарын баалоо маселеси болуп эсептелет ».

Бул диссертациялык иш жарым окто каралган дифференциалдык жана Вольтерратүрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелердин жаңы классынын чыгарылыштарын баалоо жана асимптотикалык касиеттерин изилдөө маселелерине арналган.

Диссертациянынтемасынын<u>илимий изилдөө иштери(ИИИ)</u>менен байланышы.

Иш<u>Кыргыз Республикасынын Улуттук Илимдер Академиясынын Теориялык жана колдонмо математика институтунун</u>(КР УИА ТКМИ) төмөнкү ИИИ долбоорлорунун:«Компьютердик моделдөөнү, динамикалык системанын теориясындагы асимптотикалык жанааналитикалык методдорду, тескери жана оптимизациянын экономикалыкмаселелерин жана жер титирөөнүоперативдүүбилүүдөгү геофизикалык берилгендердин анализин өрчүтүү жана колдонуу» (2012-2014), мамлекетиккаттоо номери№ 0005756,«Компьютердик моделдөөнү,динамикалык системанын туруктуулук теориясындагы асимптотикалык топологиялык жана аналитикалык методдорду,тескери маселелердин,экономикалыкжана геофизикалык процесстердин чечүүнү өрчүтүү жана колдонуу» (2015-2017), мамлекетиккаттоо номери № 0007125 отчетторунабилдирүүлөрүнөкошулган.

<u>Изилдөөнүн максаты жана маселелери.</u>

КР УИА ТКМИунда сунушталган ыкмаларды колдонуу жана өнүктүрүү аркылууэкинчи жана үчүнчү тартиптеги кадимки дифференциалдык теңдемелердин, ошондой эле Вольтерратүрүндөгү биринчи,экинчи жана үчүнчү тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин(ИДТ)жаңы классынын чыгарылыштарынын баалоосунун жана асимптотикалык касиеттерининжетишерлик шартын алуу. Вольтерратүрүндөгү интегралдык
мүчөлөрдүн ага туура келген биринчитартиптеги дифференциалдык теңдемелердин(ДТ)чыгарылыштарынынасимптотикалык касиеттерине тийгизген таасирин аныктоо.Үчүнчү тартиптеги бир тектүү сызыктуу ИДТнинчыгарылыштарынын асимптотикалык туруктуулугунун жетишерлик шартын
табуу.Бул учурда ИДТге туура келген үчүнчү тартиптеги бир тектүү сызыктуу ДТнин чыгарылыштары асимптотикалык туруктуу эмес.

<u>Изилдөө ыкмалары.</u>

КР УИА ТКМИунда сунушталган теңдемелерди өзгөртүү ыкмасы,теңдөө функция ыкмасы,бөлүктөп кесүү ыкмасы,системага келтирүүнүнстандарттуу эмес ыкмасы, теңдемени квадратка көтөрүү ыкмасы,интегралдык барабарсыздыктар ыкмасы колдонулду.

Иштин илимий жаңылыктары.

Экинчи тартиптеги сызыктуу ДТ жана ИДТ үчүн Коши маселесинин чыгарылыштарынын формуласы алынганжана чыгарылыштарынын жарым октогу экспоненциалдыкбаалоосу менен аргумент чексизге умтулганда нөлгө умтуларынын жетишерлик шарты аныкталган;жарым октогуэкинчи жана үчүнчү тартиптеги ДТнин Коши маселесинин жаңы классы үчүн чыгарылыштарынын чектелгендик баалоосу алынган.

Жарым октогу биринчи тартиптеги Вольтерра түрүндөгүсызыктуу эмесИДТнин чыгарылыштары үчүн баалоонун, чектелгендиктин,даражалуу абсолюттук интегралдануунун, аргумент чексизге умтулганда нөлгө умтуларынын жетишерлик шарты аныкталган.Бул учурда ИДТге туура келген биринчи тартиптеги сызыктуу эмес ДТдин чыгарылыштары тиешелүү асимптотикалыккасиеттерге ээ эмес.Жарым октогу экинчи тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу ИДТдин чыгарылыштары менен алардын туундулары үчүн баалоонун, чектелгендиктин,даражалуу абсолюттук интегралдануунун, аргумент чексизге умтулганда нөлгө умтуларынын жетишерлик шарты аныкталган.Жарым октогу үчүнчү тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу бир тектүүИДТдин чыгарылыштарынынасимтотикалык туруктуулугу изилденген.Бул учурда ИДТге туура келген тиешелүүүчүнчү тартиптеги сызыктуу бир тектүүДТдин чыгарылыштары асимптотикалык туруктуу эмес.Жарым октогу үчүнчү тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктууИДТдин чыгарылыштарынынасимптотикалык туруктуулугу изилденген.Бул учурда ИДТнин коеффициенттери менен кесилген ядролору жарым октун кээ бир чекиттеринде туундуга ээ болбой калышы мүмкүн.

Бул жыйынтыктарды алуу үчүн төмөнкүыкмалар:теңдемелерди өзгөртүү ыкмасы,теңдөө функция ыкмасы,бөлүктөп кесүү ыкмасы,системага келтирүүнүн стандарттуу эмес ыкмасы, теңдемени квадратка көтөрүү ыкмасы,интегралдык барабарсыздыктар ыкмасы-бир топ өрчүтүлдү.

Теоретикалык жана практикалык баалуулугу.

Бул иштеоретикалыкмүнөздө жазылганжана анын жыйынтыктары ДТ мененВольтерра түрүндөгү ИДТдинсапаттык теориясында колдонулушу мүмкүн;кванттыкмеханиканын, биологиянын, медицинанын, экологиянын, аэро жана космодинамиканын кээ бир тартиптерин сапаттык изилдөөдө колдонулушу мүмкүн.

Иштин коргоого сунушталган негизги жоболору.

-жарым октогу экинчи тартиптеги өзгөрүлмө коеффициенттүү сызыктуу ДТдинжаңы классы үчүн чыгарылыштарынын чектелгендигинин жетишерлик шарты аныкталган; жарым октогу экинчи тартиптеги өзгөрүлмө коеффициенттүү сызыктуу ДТ жанаВольтерра түрүндөгүИДТдин жаңы классы үчүн жаңы формуланын жардамы мененчыгарылыштарынынэкспоненциалдыкбаалоосуалынган;

-үчүнчү тартиптеги сызыктуу дифференциалдык операторду ажыратуу аркылуу үчүнчү тартиптеги өзгөрүлмө коэффициенттүү сызыктуу ДТди чыгаруунун жаңы формуласы сунушталган жана ал ДТдин бир классы үчүн чыгарылыштарынын жарым октогу чектелгендиги аныкталган;
-жарым октогу биринчи тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу эмесИДТдин чыгарылыштары үчүн баалоонун, чектелгендиктин,даражалуу абсолюттук интегралдануунун, аргумент чексизге умтулганда нөлгө умтуларынын жетишерлик шарты аныкталган.Бул учурда ИДТге туура келген биринчи тартиптеги сызыктуу эмес ДТдин чыгарылыштары тиешелүү асимптотикалык касиеттерге ээ эмес;
-жарым октогу экинчи тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу ИДТдин чыгарылыштары менен алардын туундулары үчүн баалоонун, чектелгендиктин,даражалуу абсолюттук интегралдануунун, аргумент чексизге умтулганда нөлгө умтуларынын жетишерлик шарты аныкталган;
-жарым октогу үчүнчү тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу бир тектүүИДТдин чыгарылыштарынынасимптотикалык туруктуулугу изилденген.Бул учурда ИДТге туура келген тиешелүү үчүнчү тартиптеги сызыктуу бир тектүүДТдин чыгарылыштары асимптотикалык туруктуу эмес;
-жарым октогу үчүнчү тартиптеги Вольтерра түрүндөгү сызыктуу ИДТдин чыгарылыштарынынасимптотикалык туруктуулугу изилденген.Бул учурда ИДТнин коэффициенттери менен кесилген ядролору жарым октун кээ бир чекиттеринде туундуга ээ болбой калышы мүмкүн.

Изилдөөчүнүн салымы.Диссертациянын темалары боюнча маселелердиилимий жетекчи С. Искандаров койгон.Диссертацияга кошулган бардык материалдар авторго тийешелүү.

Иштиапробациялоо.

Изилдөөнүн жыйынтыктары боюнча төмөндөгүдөй баяндамалар жасалды:

- X Эл аралык Азиялыкмектеп-семинар:«Татаал системаны оптимизациялоопроблемалары »(2014 ж.25 июлу - 5 августу, Булан- Сөгөттү айылы, Ысык-Көл обл.);
- X Эл аралык Азиялыкмектеп-семинар:«Татаал системаны оптимизациялоопроблемалары »(2015 ж.27 июлу – 7 августу, Чолпон-Ата шаары, Ысык-Көлобл.);
- КР УИА академиги Касымов Кулжабай Абдыкалыковичтиэскерүүгө арналган"Математикажана информатиканын эларалык илимий конференциясы"(2015 ж.22 декабры, Алматы шаары, аль-Фараби атындагыКазУУ, Казакстан);
- V Эл аралык илимий конференция: КР УИА академиги жана РИА корреспондент-мүчөсү М.И. Иманалиевдин 85-жылдыгынаарналган"Математиканынасимптотикалык, топологиялыкжана компьютердук методдору"(2016 ж.13 сентябры, Бишкек шаары).

Диссертациянынтемасы боюнча публикациялар .

Диссертациянын негизги жыйынтыктары боюнча 10 иш жарыяланган. Алардын арасынан: 8 макала [1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10], 2 доклад [3, 4]. Биргелешкен [1, 3, 4, 5, 6, 7, 10] иштерде:маселелерди коюу илимий жетекчи С. Искандаровго, жыйынтыктардыталкулоожардамчы авторлорго,теоремалардын далилдениши,натыйжалар жанамисалдарды түзүү авторго тийиштүү.

Диссертациянын структурасы жана көлөмү.

Диссертациялык ишкиришүүдөн, 14 бөлүктү камтыганүчбөлүмдөн, корутундулардан жанаколдонулган 63 булактын тизмесинентурат.Бардыгы 84бет.

Диссертациялык иштин бөлүмдөрүнүн бөлүктөрүндө үчтүк номерлөөкабыл алынган.Мисалы, теорема 2.1.1деген2-бөлүмдүн 1-бөлүгүндөгү биринчи теореманы билдирет; (3.2.5) - 3-бөлүмдүн 2-бөлүгүндөгү бешинчиформуланы билдирет.

Авторефераттадиссертациялык иштекабыл алынганномерлөөсакталган.Бул иште: $J=[t_0,\infty),\, t_0\in R,\, t\ge t_0 \Leftrightarrow t\in J.$

Диссертациянын кыскача мазмуну.

Үч бөлүктөн турган 1-бөлүмдө,диссертациянын темасына жакын башка авторлордун иштерине жалпы көрүнүш берилген,экинчи тартиптеги өзгөрмөлүүкоэффициенттүү сызыктуудифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын формуласы,бөлүктөп кесүү жана интегралдык барабарсыздыктар жөнүндөлеммалар жана корутунду берилди..

Алты бөлүктөн турган 2-бөлүмдө,жарым окто каралган дифференциалдык жана Вольтерратүрүндөгүинтегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын баалоо жаначектелгендиги жөнүндөгү суроолорго арналган.

2.1-бөлүктө экинчи тартиптеги сызыктуу ДТдин J жарым огундагы чыгарылыштарын экспоненциалдык баалоонун жетиштүү шарты табылган

$$y'' + p(t)y' + q(t)y = f(t), \qquad t \ge t_0 \tag{2.1.1}$$

баштапкы шарты

$$y(t_0) = m, \qquad y'(t_0) = n, m, n \in R. \tag{2.1.2}$$

(2.1.1), (2.1.2) маселенинчыгарылышынын жаңы формуласынын негизинде.

Бул бөлүктүн негизги жыйынтыгын келтиребиз.

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а) $$q(t) = q_0(t) + q_1(t), t \ge t_0, \tag{2.1.3}$$

$$q_0(t) = K^2(t) + \beta^2(t) + K'(t) - \frac{\beta'(t)}{\beta(t)}K(t), \qquad t \ge t_0, \tag{2.1.4}$$

$$K(t) = \frac{1}{2}\left[p(t) + \frac{\beta'(t)}{\beta(t)}\right], \tag{2.1.5}$$

$q_0(t), q_1(t), K(t), p(t), f(t), \beta(t), K'(t), \beta'(t)$ - берилген функциялар, $\beta(t) > 0$ жана $K(t) \ge 0$;

б) $exp\left\{\int_{t_0}^{t} K(\tau)d\tau\right\}\frac{f(t)}{\beta(t)},\ \frac{q_1(t)}{\beta(t)} \in L^1(J, R).$

ТЕОРЕМА 2.1.1.Эгерде а) жана б) шарттары аткарылса, анда(2.1.1)-(2.1.2) Коши маселесинин чыгарылышы $y(t)$төмөнкү баалоону канаттандырат:

$$|y(t)| \leq c_2 exp\left\{-\int\limits_{t_0}^{t} K(s)ds\right\}, t \geq t_0 , \tag{2.1.15}$$

мында

$$c_2 = c_1 exp\left\{\int\limits_{t_0}^{t} \left|\frac{q_1(s)}{\beta(s)}\right| |y(s)|ds\right\},$$

$$c_1 = |m| + \frac{1}{\beta(t_0)}|K(t_0)m + n| + \int\limits_{t_0}^{t} exp\left\{\int\limits_{t_0}^{s} K(\tau)d\tau\right\}\left|\frac{f(s)}{\beta(s)}\right| ds. \tag{2.1.16}$$

Бул теоремадан келип чыгат

НАТЫЙЖА 2.1.1.Эгерде а) жана б) шарттары аткарылса жана $K(t) \geq \propto > 0$, $\propto$ - туруктуу сан. Анда(2.1.1)-(2.1.2) Коши маселесинин чыгарылышы $y(t)$ төмөнкү баалоону канаттандырат:

$|y(t)| \leq c_2 exp\{-\propto (t - t_0)\},\ t \geq t_0.$

2.2-бөлүктө жаңы формуланын негизинде (2.1.1)-(2.1.2) маселенин J жарым огундагы чыгарылыштарынын чектелгендигинин жетиштүү шарты табылган.

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а) $$q(t) = q_0(t) + q_1(t), t \geq t_0, \tag{2.2.3}$$

$$q_0(t) = K^2(t) + \beta^2(t) + K^{'}(t) - \frac{\beta^{'}(t)}{\beta(t)}K(t), t \geq t_0, \tag{2.2.4}$$

$$K(t) = \frac{1}{2}\left[p(t) + \frac{\beta^{'}(t)}{\beta(t)}\right], \tag{2.2.5}$$

мында$q_0(t), q_1(t), K(t), p(t), f(t), \beta(t), K^{'}(t),\ \beta^{'}(t)$–белгилүү функциялар, $\beta(t) > 0$; б) $\frac{f(t)}{\beta(t)}, \frac{q_1(t)}{\beta(t)} \in L^1(J, R)$.

ТЕОРЕМА 2.2.1.Эгерде а) жана б) шарттары аткарылсажана$K(t) \geq 0$. анда(2.1.1)-(2.1.2) Коши маселесинин чыгарылышы $y(t)$чектелген жана төмөнкү баалоону канаттандырат:

$$|y(t)| \leq c_1 exp\left\{\int\limits_{t_0}^{t} \left|\frac{q_1(s)}{\beta(s)}\right| ds\right\}, \qquad t \geq t_0, \tag{2.2.14}$$

мында

$$c_1 = |m| + \frac{1}{\beta(t_0)}|K(t_0)m + n| + \int\limits_{t_0}^{\infty} \left|\frac{f(s)}{\beta(s)}\right| ds. \tag{2.2.15}$$

2.3-бөлүктө экинчи тартиптеги сызыктуу ИДТдин J жарым огундагы чыгарылыштарын экспоненциалдык баалоонун жетиштүү шарты табылган

$$y^{"} + p(t)y^{'} + q(t)y + \int_{t_0}^{t} Q(t,s)y(s)ds = f(t), \qquad t \geq t_0 \tag{2.3.1}$$

баштапкы шарты

$$y(t_0) = m, \qquad y^{'}(t_0) = n, m, n \,\epsilon\, R, \tag{2.3.2}$$

мында $p(t)$, $q(t)$, $f(t)$, $Q(t,s)$–белгилүү функциялар.

Төмөнкү шарттар аткарылсын дейли:

а) $q(t) = q_0(t) + q_1(t), t \geq t_0,$ (2.3.3)

$$q_0(t) = K^2(t) + \beta^2(t) + K'(t) - \frac{\beta'(t)}{\beta(t)}K(t), t \geq t_0, \quad (2.3.4)$$

$$K(t) = \frac{1}{2}\left[p(t) + \frac{\beta'(t)}{\beta(t)}\right], \quad (2.3.5)$$

мында $q_0(t), q_1(t), K(t), p(t), f(t), \beta(t)$ - –белгилүү функциялар, $\beta(t) > 0$,$K(t) \geq 0, K'(t)$ жана $\beta'(t)$ -тиешелүү $K(t)$ жана $\beta(t) -$ функцияларынын туундулары;

б) $exp\left\{\int_{t_0}^{t} K(\tau)d\tau\right\}\frac{f(t)}{\beta(t)}, \frac{q_1(t)}{\beta(t)} \in L^1(J, R),$

$$\int_s^\infty \frac{|Q(\tau,s)|}{\beta(\tau)}\exp\left\{-\int_\tau^s \mathrm{K}(\tau)\mathrm{d}\tau\right\}\mathrm{d}\tau \leq M(s), \qquad M(s) \in L^1(J, R_+).$$

ТЕОРЕМА 2.3.1.Эгерде а) жана б) шарттары аткарылса,анда(2.3.1)-(2.3.2) Коши маселесинин чыгарылышы $y(t)$төмөнкү баалоону канаттандырат:

$$|y(t)| \leq c_2 exp\left\{-\int_{t_0}^{t} K(s)ds\right\}, t \geq t_0, \quad (2.3.15)$$

мында

$$c_2 = c_1 exp\left\{\int_{t_0}^{\infty}\left[\left|\frac{q_1(s)}{\beta(s)}\right| + M(s)\right]ds\right\},$$

$$c_1 = |m| + \frac{1}{\beta(t_0)}|K(t_0)m + n| + \int_{t_0}^{t} exp\left\{\int_{t_0}^{s} K(\tau)d\tau\right\}\left|\frac{f(s)}{\beta(s)}\right|ds. \quad (2.3.16)$$

НАТЫЙЖА 2.3.1.Эгерде а) жана б) шарттары аткарылсажана $K(t) \geq \propto > 0, \propto$ - туруктуу сан, анда(2.3.1)-(2.3.2) Коши маселесинин чыгарылышы $y(t)$төмөнкү баалоону канаттандырат:

$$|y(t)| \leq c_2 exp\{-\propto (t - t_0)\}, \qquad t \geq t_0.$$

2.3-бөлүктө үчүнчү тартиптеги сызыктуу ДТди чыгаруу үчүнжаңы формула сунушталган:

$$y''' + a_1(t)y'' + a_2(t)y' + a_3(t)y = f(t), \quad (2.4.1)$$

мында $t \in G, G = [t_1, t_2$ же $G = (t_1, t_2)$, $t_1 < t_2$, $a_1(t), a_2(t), a_3(t)$ жана $f(t)$- белгилүү Gда үзгүлтүксүз функциялар.

Бул бөлүктө(2.4.1) ДТни чыгаруунун формулалары жөнүндө2-теорема далилденген.Алардын бирин келтиребиз.

ТЕОРЕМА 2.4.1.Эгерде $t_0 \in G$,$a_1(t), a_2(t)$ жана $a_3(t)$функциялары

$$a_1(t) = \propto(t) + 2K(t) - \frac{\beta'(t)}{\beta(t)},$$

$$a_2(t) = 3K'(t) - \beta''(t)\beta^{-1}(t) + (\beta'(t))^2\beta^{-2}(t) + \propto(t)\left[2K(t) - \frac{\beta'(t)}{\beta(t)}\right] +$$

$$+K^2(t)+\beta^2(t)-\frac{\beta'(t)}{\beta(t)}K(t),$$

$$a_3(t)=2K(t)K'(t)+2\beta(t)\beta'(t)+K''(t)-\frac{\beta'(t)}{\beta(t)}K'(t)-\frac{\beta''(t)}{\beta(t)}K(t)+$$

$$+\left(\beta'(t)\right)^2\beta^{-2}(t)K(t)+\propto(t)\left[K^2(t)+\beta^2(t)+K'(t)-\frac{\beta'(t)}{\beta(t)}K(t)\right],$$

түрүндө жазылсын, мында $t\in G$ жана$f(t),K''(t),\beta''(t),\propto(t)\in C(G),\beta(t)\neq 0$ар кандай$t\in G$.Анда(2.4.1) ДТнин жалпы чыгарылышы

$$y(t)=y_0(t)+\sum_{i=1}^{3}c_iy_i(t),t\in G,\tag{2.4.2}$$

түрүндө жазылат,мындаc_1,c_2жанаc_3–туруктуу сандар,

$$y_0(t)=\int_{t_0}^{t}exp\left\{-\int_{s}^{t}K(\tau)d\tau\right\}\frac{1}{\beta(s)}\left\{\int_{t_0}^{s}e^{-\int_{\tau}^{s}\propto(\tau)d\tau}f(\tau)d\tau\right\}\sin\left[\int_{s}^{t}\beta(\tau)d\tau\right]ds,$$

$$y_1(t)=exp\left\{-\int_{t_0}^{t}K(s)ds\right\}cos\left[\int_{t_0}^{t}\beta(s)ds\right],$$

$$y_2(t)=exp\left\{-\int_{t_0}^{t}K(s)ds\right\}sin\left[\int_{t_0}^{t}\beta(s)ds\right],$$

$$y_3(t)=\int_{t_0}^{t}\frac{1}{\beta(s)}exp\left\{-\int_{s}^{t}K(\tau)d\tau-\int_{t_0}^{s}\propto(\tau)d\tau\right\}\sin\left[\int_{s}^{t}\beta(\tau)d\tau\right]ds.$$

2.5-бөлүгүндө 2.4-бөлүктө далилденгенжаңы формуланын негизинде$J=[t_0,\infty)$ жарым огундагы (2.4.1) сызыктуу ДТнинчыгарылыштарын чектелгендигинин жетиштүү шарты табылган.

2.6-бөлүк 2-бөлүмдүн жыйынтыктарынын анализин камтыйт.2-бөлүмдөВ.Ф. Зайцев, А.Д. Поляниндин(2001) кадимки ДТ боюнча сөздүгүндөгүбашка авторлордун жыйынтыктары менен салыштыруу анализи аркылуу алынган жыйынтыктардын жаңылыгы көрсөтүлгөн.

Беш бөлүктөн турган 3-бөлүмдө, жарым окто каралган Вольтерратүрүндөгү биринчи, экинчи,үчүнчү тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарын баалоо жанаасимптотикалык касиеттерин изилдөө үчүн башка методдор менен айкалышуу менен бөлүктөп кесүү ыкмасы өркүндөтүлгөн.

3.1-бөлүктө В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүү ыкмасын, Ю.А. Ведь, З. Пахыров, С. Искандаровдун (1973, 1980) теңдөөчү функция ыкмасын,С.Искандаров, Д.Н. Шабдановдун (2004) бөлүктөп кесүү ыкмасынжана Ю.А. Ведь, З.Пахыровдун(1973)интегралдык барабарсыздыктар ыкмасын өркүндөтүү аркылуу Вольтерратүрүндөгү биринчитартиптеги сызыктуу эмес ИДТдинчыгарылыштарынын баалоосу,чектелгендиги,даражалуу абсолюттук интегралданышы жана $L^P(J,R)$ $(p>0)$ мейкиндигине жатышы жөнүндө жетишерлик шарттары алынган

$$x'(t)+a(t)x(t)+\int_{t_0}^{t} K(t,\tau)x(\tau)d\tau = f(t)+$$

$$+F(t,x(t),\int_{t_0}^{t} H(t,\tau,x(\tau))d\tau),\ \ t\ge t_0 \qquad (3.1.1)$$

бул учурда, төмөнкү сызыктуу эмес ДТнинчыгарылышы:

$$x'(t)+a(t)x(t)=f(t)+F(t,x(t),0),\quad t\ge t_0 \qquad (3.1.1_0)$$

тиешелүү асимптотикалык касиеттерге ээ эмес, мында $F(t,x,y),\ H(t,\tau,y)$ функциялары үчүн

$$\left|F(t,x,y)\right|\le g(t)\left|x\right|+g_1(t)\left|y\right|,\ \left|H(t,\tau,y)\right|\le h(t,\tau)\left|y\right| \qquad (F,H)$$

болот жана $g(t),\ g_1(t),\ h(t,\tau)$ -терс эмес функциялар.

Мында (3.1.1) ИДТнин чыгарылыштары $x(t)\in C^1(J,R)$ жөнүндө сөз болот. (F,H) шарттарынын негизинде (3.1.1) ИДТнин мындай

чыгарылыштары жашайт.

С. Искандаров (2002), С. Искандаров жана Н. Шабдановдун(2004)иштериндей шарттарды жана белгилөөлөрдү киргизебиз:

$0<\varphi(t)$ – теңдөөчү функция; $\Delta(t)\equiv 2a(t)\varphi(t)-\varphi'(t)$;

$$K(t,\tau)=\sum_{i=1}^{n}K_i(t,\tau), \qquad (K)$$

$$f(t)=\sum_{i=0}^{n}f_i(t), \qquad (F)$$

$\psi_i(t)$ $(i=1...n)$ - кесүүчү функциялар,

$P_i(t)\equiv\varphi(t)K_i(t,t)(\psi_i(t))^{-2},\ \ Q_i(t,\tau)\equiv\varphi(t)K_i(t,\tau)(\psi_i(\tau))^{-1},\quad E_i(t)\equiv\varphi(t)f_i(t)(\psi_i(t))^{-1}$,

$P_i(t)=A_i(t)+B_i(t)\quad (i=1..n),$ $\qquad (P)$

$c_i(t)\,(i=1...n)$ - белгилүүфункциялар.

ТЕОРЕМА 3.1.1. Эгерде: 1) $\varphi(t)>0$, (F,H), *(K), (f),* (P) шарттарыаткарылса; 2) $\Delta(t)\ge 0$; 3) $A_i(t)>0,\ \ A^*(t)\in L^1(J,R_+)$, $A_i'(t)\le A^*(t)A_i(t)\ (i=1...n)$ болгондой $A^*(t)$ функциясы табылса;4) $B_i(t)\ge 0,\ B_i'(t)\le 0$, $(E_i^{(k)}(t))^2\le B_i^{(k)}(t)c_i^{(k)}(t)\ \ (i=1...n;\ k=0,1)$; болгондой $c_i(t)$ функциялары табылса;

$$5)\ (\varphi(t))^{\frac{1}{2}}[f_0(t)+\int_{t_0}^{t}G(t,\tau)(\varphi(\tau))^{-\frac{1}{2}}d\tau]+g(t)+$$

$$+(\varphi(t))^{-\frac{1}{2}}\int_{t_0}^{t}\left|Q_{i\tau}'(t,\tau)\right|(A_i(\tau))^{-\frac{1}{2}}d\tau\in L^1(J,R_+)\quad (i=1...n),$$

мында $G(t,\tau)\equiv g_1(t)h(t,\tau)$.

Анда(3.1.1) ИДТнин ар кандай $x(t)$ чыгарылышы төмөнкү баалоону канаттандырат:

$$x(t) = (\varphi(t))^{-\frac{1}{2}} O(1) \tag{3.1.3}$$

жана:

$$\int_{t_0}^{t} \Delta(s)(x(s))^2 ds = O(1), \tag{3.1.4}$$

$$A_i(t)(X_i(t,t_0))^2 = O(1) \ \ (i = 1..n). \tag{3.1.5}$$

НАТЫЙЖА 3.1.1.Эгерде теорема 3.1.1дин шарттары аткарылса жана

$a)\ \varphi(t) \geq \varphi_0 > 0;\quad b)\ \varphi(t) \to \infty,\ t \to \infty;\ c)\ (\varphi(t))^{-\frac{1}{2}} = e^{-\lambda t} O(1)$

$(\lambda - const > 0);\ d)\ t_0 = 0,\ (\varphi(t))^{-\frac{1}{2}} = (t+\delta)^{-\gamma} O(1)\ (\delta, \lambda - const > 0);$

$e)\ (\varphi(t))^{-\frac{1}{2}} \in L^P(J, R_+ \setminus \{0\})\ (p > 0)$, анда (3.1.1) ИДТнин ар кандай $x(t)$ чыгарылышы төмөнкүбаалоону канаттандырат:

$a)\ x(t) = O(1);\quad b)\ x(t) \to 0,\ t \to \infty;\ c)\ x(t) = e^{-\lambda t} O(1)\ \ (\lambda - const > 0);$

$d)\ x(t) = (t+\delta)^{-\gamma} O(1)\ (t_0 = 0,\ \ \delta, \lambda - const > 0);\ \ e)\ x(t) \in L^P(J, R)\ (p > 0)$

(3.1.4)төн, [27, с. 117]нин натыйжасы 3.4 боюнча:

НАТЫЙЖА 3.1.2.Эгерде теорема 3.1.1дин шарттары аткарылса жана $\Delta(t) \geq \Delta_0 > 0$ (тиешелүү $\Delta(t) > 0,\ (\Delta(t))^{-1} \in L^1(J, R_+ \setminus \{0\})$), анда(3.1.1) ИДТ нин ар кандай чыгарылышы $x(t) \in L^2(J, R)$ (тиешелүү $x(t) \in L^1(J, R)$) болот.

МИСАЛ 3.1.1. Биринчи тартиптеги ИДТ

$$x'(t) + x(t) + \int_0^t e^{t+2\tau}(e^{-4t-2\tau} - e^{-6t} + 1)^{\frac{1}{2}} x(\tau) d\tau = 2e^t - \sin e^{-t} + \frac{xe^{-t}}{t^2+1}\sin[x - e^t] -$$

$$-\int_0^t \frac{\sin e^{-t} \cdot (\cos t)^{\frac{1}{3}} |x(\tau)|}{(t+\tau+2)^3} d\tau, \quad t \geq 0$$

үчүн теорема3.1.1шарттары, натыйжа 3.1.1дин с)пункту, натыйжа 3.1.1 аткарылат. Мында $\varphi(t) \equiv e^t$, $t_0 = 0,\ \Delta(t) \equiv 2e^t - e^t = e^t$, $n = 1,\quad \psi_1(t) \equiv e^{2t},\quad P_1(t) \equiv 1,$

$Q_1(t,\tau) \equiv (-e^{-6t} + e^{-4t-2\tau} + 1)^{\frac{1}{2}} e^{2t},\ \ A_1(t) \equiv 0,\ \ B_1(t) \equiv 1,\ \ f_0(t) \equiv -\sin e^{-t},\ \ f_1(t) \equiv 2e^t,$

$E_1(t) \equiv 2,\ \ c_1(t) \equiv 4,\ \ g(t) \equiv \dfrac{1}{t^2+1},\ \ g_1(t) \equiv 1,\ \ h(t,\tau) \equiv \dfrac{1}{(t+\tau+1)^4}.$

Демек, ИДТнинар кандай чыгарылышы үчүн $x(t)$ төмөнкү баалоо

$$x(t) = e^{-\frac{t}{2}} O(1),\ \int_0^t e^s (x(s))^2 ds = O(1),$$

аткарылат.Бирок, ага тиешелүү сызыктуу эмес ДТ

$$x'(t) + x(t) = 2e^t + \frac{xe^{-t}}{t^2+1}\sin[x - e^t], \quad t \geq 0$$

үчүң $R_+ = [0, \infty)$ де чектелбеген чыгарылышы $x(t) = e^t$ болот.

Ушинтип,бизбиринчи тартиптеги сызыктуу эмес ($3.1.1_0$).ДТнинчыгарылышынынасимптотикалык касиеттерине Вольтерратүрүндөгү интегралдык мүчөнүн таасири тийерин байкадык.

3.2-бөлүктө3.1деги ыкманы өнүктүрүү аркылууВольтерратүрүндөгү экинчитартиптеги сызыктуу ИДТдинчыгарылыштарынын жана алардын туундуларынын баалоосу,чектелгендиги,даражалуу абсолюттук интегралданышы жана $L^{p_k}(J,R)$ $(p_k > 0,\ k = 0,1)$ мейкиндигине жатышы жөнүндө жетишерлик шарттары алынган

$$x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) + \int_{t_0}^{t} [Q_0(t,\tau)x(\tau) + Q_1(t,\tau)x'(\tau)]d\tau = f(t),\ t \geq t_0. \qquad (3.2.1)$$

3.3-бөлүктө С. Искандаровдун (2007)системага келтирүүнүн стандарттык эмес

ыкмасын,С. Искандаровдун (1981)теңдемени квадратка көтөрүү ыкмасын, С.Искандаров, Д.Н. Шабдановдун (2004) бөлүктөп кесүү ыкмасын,С.Искандаровдунмонографиясындагы(2002, с. 149-151)өзгөртүү ыкмасын, Ю.А. Ведь, З.Пахыровдун(1973)интегралдык барабарсыздыктар ыкмасынжана Люстерник-Соболевдин леммасын (1965, 2012) колдонуу жана өркүндөтүү аркылуу Вольтерратүрүндөгүүчүнчү тартиптеги сызыктуу бир тектүү ИДТдинчыгарылыштарынын асимптотикалык туруктуулугу жөнүндө жетишерлик шарттары алынган

$$x'''(t) - a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) +$$
$$+\int_{t_0}^{t} \left[Q_0(t,\tau)x(\tau) + Q_1(t,\tau)x'(\tau) + Q_2(t,\tau)x''(\tau)\right]d\tau = 0,\ t \geq t_0 \qquad (3.3.1)$$

мында:

$a_2(t) \geq 0,$ (a_2)

б.а. тиешелүү

$$x'''(t) - a_2(t)x''(t) + a_1(t)x'(t) + a_0(t)x(t) = 0,\ t \geq t_0 \qquad (3.3.1_0)$$

ДТнинчыгарылыштары Остроградский-Лиувиллдин формуласы боюнчаасимптотикалык туруктуу эмес.

Бул бөлүктүн негизги жыйынтыктарын келтирели.Башында С. Искандаровдун (2007) ишиндегидей ИДТде (3.3.1) төмөндөгүдөй алмаштырууну жүргүзөбүз:

$$x''(t) + px'(t) + qx(t) = W(t)y(t), \qquad (3.3.2)$$

мында p,q - кошумча параметрлер, $p > 0,\ q > 0,\ 0 < W(t)$ -кошумча теңдөөчү функция, $y(t)$ - жаңы белгисиз функция.Андаүчүнчү тартиптеги ИДТ (3.3.1) төмөнкү эквиваленттүү системага келтирилет:

$$\begin{cases} x''(t) + px'(t) + qx(t) = W(t)y(t), \\ y'(t) - b_2(t)y(t) + b_1(t)x'(t) + b_0(t)x(t) + \int_{t_0}^{t} [P_0(t,\tau)x(\tau) + \\ +P_1(t,\tau)x'(\tau) + K(t,\tau)y(\tau)]d\tau = 0,\ t \geq t_0, \end{cases} \qquad (3.3.3)$$

мында $b_2(t) \equiv a_2(t) + p - W'(t)(W(t))^{-1}, \quad b_1(t) \equiv (W(t))^{-1}[a_1(t) + pa_2(t) + p^2 - q],$

$b_0(t)\equiv(W(t))^{-1}[a_0(t)+qa_2(t)+pq],\quad P_0(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}[Q_0(t,\tau)-qQ_2(t,\tau)],$
$P_1(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}[Q_1(t,\tau)-pQ_2(t,\tau)],\ K(t,\tau)\equiv(W(t))^{-1}Q_2(t,\tau)W(\tau).$
$\psi(t)$ - кандайдыр бир кесүүчү функция,
$M(t)\equiv K(t,t)(\psi(t))^{-2},\ T(t,\tau)\equiv K(t,\tau)(\psi(\tau))^{-1},$
$W'(t)\le 0,$ *(W)*
$\alpha(t)\equiv b_2(t)\left(\psi(t)\right)^{-1},\beta(t)\equiv[\alpha'(t)+b_2(t)\alpha(t)](\psi(t))^{-1},\ A(t)\equiv M(t)+\beta(t),$
$B(t)\equiv M'(t)+\beta'(t)+2b_2(t)M(t)$.

ТЕОРЕМА 3.3.1. Төмөнкү шарттар аткарылсын: 1) (a_2); 2) $p>0, q>0$, $W(t)>0,\ (W)$; $A(t)=A_1(t)+A_2(t),\ A_1(t)>0,\ A_2(t)\ge 0$;
3) $p^2-q>0$; 4) $\varepsilon\in(0,1)$ үчүн $\left(\alpha(t)\right)^2\le(1-\varepsilon)A_2(t)$;
5) $B^*(t)\in L^1(J,R_+)$ үчүн $B(t)\le B^*(t)A_1(t)$;
6) $$\left(W(t)\right)^2+[1+|\alpha(t)|\left(A_1(t)\right)^{-\frac{1}{2}}]\{\int_{t_0}^{t}|T'_\tau(t,\tau)|\left(A_1(\tau)\right)^{-\frac{1}{2}}d\tau+$$
$$+[1+\left(\alpha(t)\right)^2\left(A_1(t)\right)^{-1}]\left(b_k(t)\right)^2+[\int_{t_0}^{t}\left(P_k(t,\tau)\right)^2d\tau]^{\frac{1}{2}}\}\in L^1(J,R_+\setminus\{0\})\ \ (k=0,1).$$
Анда(3.3.3)системанынар кандай$\left(x(t),\ y(t)\right)$чыгарылышы үчүн
$$x^{(k)}(t)\in L^2(J,R)\ \ (k=0,1,2),\quad y(t)=O(1),\tag{3.3.15}$$
жана(3.3.1)ИДТнинар кандай $x(t)$ чыгарылышы үчүн $t\to\infty$ болгондо $x^{(k)}(t)\to 0\ \ (k=0,1,2)$ б.а. (3.3.1) ИДТнинар кандайчыгарылышы асимптотикалык туруктуу.

МИСАЛ 3.3.1. ИДТ с $t_0=0,\quad a_2(t)\equiv 1: x'''(t)-x''(t)-(\frac{5}{64}-e^{-6t}\sin t)x'(t)-$
$$-(\frac{9}{128}+e^{-7t}\cos t)x(t)+\int_0^t[(\frac{1}{16}Q_2(t,\tau)+e^{-t}(t+\tau+1)^{-1}\sin(t\tau))x(\tau)+$$
$$+(\frac{1}{8}Q_2(t,\tau)-e^{-\frac{t}{8}}(t+\tau+4)^{-3}\sin(t\tau))x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)]d\tau=0,\quad t\ge 0,$$
мында $Q_2(t,\tau)\equiv 25e^{\frac{1}{8}(79t+81\tau)}[3+\cos(\tau e^{-18t})]$, теорема 3.3.1дин бардык шарттарын канаттандырат, $p=\frac{1}{8},\ q=\frac{1}{16},\ W(t)\equiv e^{-\frac{t}{8}},\ \psi(t)\equiv e^{10t},\quad \varepsilon=\frac{1}{2}$;

$$b_2(t)\equiv\frac{5}{4},\ b_1(t)\equiv e^{-\frac{47t}{8}}\sin t,\ b_0(t)\equiv -e^{-\frac{55t}{8}}\cos t,\ P_0(t,\tau)\equiv e^{-\frac{7t}{8}}(t+\tau+1)^{-1}\sin(t\tau),$$

$$P_1(t,\tau)\equiv-(t+\tau+4)^{-3},\ K(t,\tau)\equiv 25e^{10(t+\tau)}[3+\cos(te^{-18t})],$$

$$T(t,\tau)\equiv 25e^{10t}[3+\cos(te^{-18t})],\ M(t)\equiv 25e^{-10t}[3+\cos(te^{-18t})],$$

$$\alpha(t)\equiv\frac{5}{4}e^{-10t},\ \beta(t)\equiv-\frac{175}{16}e^{-10t},\ A(t)\equiv 25e^{-10t}[3+\cos(te^{-18t})]-$$

$$-\frac{175}{16}e^{-20t},\ A_1(t)\equiv e^{-10t},\ A_2(t)\equiv 74e^{-10t}+25e^{-10t}\cos(te^{-18t})-$$

$$-\frac{175}{16}e^{-20t},\ B(t)\le 450(t+1)e^{-18t},\ B^*(t)\equiv 450(t+1)e^{-8t}.$$

Жыйынтыктарды салыштыруубиз З.А. Жапарованын (2012) макаласындагы $W(t)\to 0$, $t\to\infty$шартынын алынганын көрсөтөт.Бул шартЗ.А. Жапарованын макаласындагы*(W)*жана$(W(t))^2\in L^1(J,R_+)$ шарттарынан келип чыгат.

3.4-бөлүктөС. Искандаровдун (2007)системага келтирүүнүн стандарттык эмес ыкмасын,С.Искандаровдун (1981)теңдемени квадратка көтөрүү ыкмасын,С.Искандаров жана Д.Н. Шабдановдун (2004) бөлүктөп кесүү ыкмасын, Ю.А. Ведь, З.Пахыровдун(1973)интегралдык барабарсыздыктар ыкмасын жана Люстерник-Соболевдин леммасын (1965, 2012) колдонуу аркылуу Вольтерратүрүндөгү үчүнчү тартиптеги сызыктуу ИДТдинчыгарылыштарынын асимтотикалык туруктуулугу жөнүндө жетишерлик шарттары алынган

$$x'''(t)+a_2(t)x''(t)+a_1(t)x'(t)+a_0(t)x(t)+$$
$$+\int_{t_0}^{t}[Q_0(t,\tau)x(\tau)+Q_1(t,\tau)x'(\tau)+Q_2(t,\tau)x''(\tau)]d\tau=f(t),\ t\ge t_0. \qquad (3.4.1)$$

(3.4.1)ИДТ $x^{(k)}(t_0)$ $(k=0,1,2)$ баштапкы берилгендери үчүн $x(t)\in C^3(J,R)$ чыгарылыштары жөнүндө сөз болот.Мындайчыгарылыш жалгыз жашайт.

3.5-бөлүктө3-бөлүмдүн жыйынтыктарынын анализи берилген.

2- 3-бөлүмдөрдүн бардык теоремаларынажанакээ бирнатыйжаларга иллюстративдүүмисалдар түзүлгөн.

Диссертациянын темасы боюнчажарыяланган макалалар:

1. Асанова К. А. Метод частичного срезывания, оценка и асимптотическиесвойства решений слабо нелинейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения первого порядка [Текст] / С. Искандаров, К.А. Асанова // Исслед. по интегро-диффренц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2014. – Вып.46. – С. 49-53.
2. Асанова К. А. Асимптотическая устойчивость решений одного класса линейных дифференциальных уравнений второго порядка на полуоси [Текст] / К.А. Асанова // Исслед. по интегро-диффренц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2014. – Вып.46. – С. 98-102.
3. Асанова К. А. Об ограниченности решений одного класса линейных дифференциальных уравнений второго порядка на полуоси [Текст] / М.И. Иманалиев, А. Асанов, К.А. Асанова // Тр. X Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем», 25 июля -5 августа 2014 г. – Булан-Соготту (Иссык-Куль), 2014. – Ч. I. – С.306-310.
4. Асанова К.А. Об оценке решений и их первых производных линейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения второго порядка [Текст] / К.А. Асанова, С. Искандаров // Тр. XI Международной Азиатской школы-семинара «Проблемы оптимизации сложных систем», 27 июля – 7 авг. 2015 г. – Чолпон-Ата, 2015. – Ч. I. – С. 86-91.
5. Асанова К. А. Формулы для решения одного класса линейных дифференциальных уравнений третьего порядка с переменными коэффициентами [Текст] / К. А. Асанова, Р.А. Асанов // Символ науки. – 2016. – №1, Ч.1. – С.20-25. (статья, РИНЦ РФ).
6. Асанова К. А. Лемма Люстерника-Соболева и специфическая асимптотическая устойчивость решений линейного однородного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка типа Вольтерры [Текст] / М.И. Иманалиев, К.А. Асанова, С. Искандаров // Докл. Российск. Акад. наук. – 2016. – Т. 469, №4. – С. 397 - 401.
7. AsanovaК.A. The Lyusternik-Sobolev Lemma and the Specific Asymptotic Stability of Solutions of Linear Homogeneous Volterra type Integro-Differential Equations of Order 3 [Текст] / M.Imanaliev, K.A. Asanova, S. Iskandarov // Doklady Mathematics. – 2016. – Vol. 94, № 1. – P. 418-422.(статья, Web of Science).
8. Асанова К.А. Устойчивость решений одного класса линейных интегро-дифференциальных уравнений второго порядка на полуоси [Текст] / К.А. Асанова // Символ науки. – 2016. – № 6, Ч.1. – С.10-13. (статья, РИНЦ РФ).
9. Асанова К.А. Ограниченность решения одного класса линейных дифференциальных уравнений третьего порядка с переменными коэффициентами на полуоси [Текст] / К.А. Асанова //Жалал-Абадмамлекеттик университетинин жарчысы. – 2016. – №1(32). – С.20-24.
10. Асанова К.А. Об асимптотической устойчивости решений линейного вольтеррова интегро-дифференциального уравнения третьего порядка [Текст] / С. Искандаров, К.А. Асанова // Вестник Кыргызско-РоссийскогоСлавянского университета. – 2016. – Том 16,№ 9. – С. 12-15. (статья, РИНЦ).

РЕЗЮМЕ

Асанова КаныкейАвытовна

«Дифференциалдыкжана интегро-дифференциалдык теңдемелердинчыгарылыштарынынжарым октогу баалоолору жана асимптотикалык касиеттери» темасы, 01.01.02 –дифференциалдыктеңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу деген адистик боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулукдаражасыналууүчүн диссертация сунушталган

Урунттуу сөздөр: Дифференциалдык теңдеме, Вольтерра түрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдеме, жарым октогу баалоо, чектелгендик, нөлгө умтулгандык, даражадагы абсолюттук интегралданыш.

Изилдөөнүн объектиси: Дифференциалдык жана Вольтерра түрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдемелер.

Иштин максаты: Жаңы класстагы экинчи жана үчүнчү тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин (ДТ) жана Вольтерра түрүндөгү биринчи, экинчи, үчүнчү тартиптеги интегро-дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын жарым октогу баалоорун жана асимптотикалык касиеттерин камсыздоочу жетиштүү шарттарын табуу. Биринчи тартиптеги дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштарынын асимптотикалык касиеттерине Вольтерра түрүндөгү интегралдык мүчөлөрдүн таасирин аныктоо. Бир тектүү үчүнчү тартиптеги Вольтерра түрүндөгү интегро-дифференциалдык теңдеменин (ИДТ)чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттарын ага тиешелүү бир тектүү үчүнчү тартиптеги дифференциалдык теңдеменин чыгарылыштары асимптотикалык турумдуу эмес учурунда табуу, б.а., мындай теңдеменин чыгарылыштарынын спецификалык асимптотикалык турумдуулугун изилдөө. Бир тектүү эмес үчүнчү тартиптеги сызыктуу Вольтерра түрүндөгү ИДТнин чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттарын табуу.

Изилдөөнүн ыкмасы: В. Вольтерранын теңдемелерди өзгөртүп түзүү ыкмасы жана ошондой эле КР УИА-нын теориялык жана колдонмо математика Институтунда иштелип чыккан салмактык функциялар ыкмасы, бөлүктөп кесүү ыкмасы, системага келтирүүнүн стандарттык эмес ыкмасы, теңдемелерди квадратка көтөрүү ыкмасы,интегралдык барабарсыздыктар ыкмасы колдонулат.

*Илимий жаңылыктары:*Бир класстагы сызыктуу экинчи тартиптеги ДТ жана ИДТдин Коши маселесин канааттандырган чыгарылыштарынын аргумент чексизге умтулганда формулаларынын жана экспоненциалдык баалоорунун, жана нөлгө умтулгандыгынын; жаңы класстагы экинчи жана үчүнчү тартиптеги ДТлердин Коши маселесин канааттандырган чыгарылыштарынын жарым октогу баалоорунун жана чектелгендигинин жетиштүү шарттары табылды. Сызыктуу сымал биринчи тартиптеги ИДТнин чыгарылыштарынын жарым окто бааланышын чектелгендигин, даражадагы абсолюттук интегралданышын, аргумент чексизге умтулганда нөлгө,мунун ичинде экспоненциалдык жана даражалуу закон боюнча, умтулуусун камсыздоочу жеткиликтүү шарттар табылды. Бул учурда изилдөө теңдемеге тиешелүү биринчи тартиптеги ДТнинчыгарылыштары мындай асимптотикалык касиеттерге ээ болбой калыш учурунда жүргүзүлдү. Бир тектүү үчүнчү тартиптеги сызыктуу Вольтерра түрүндөгү ИДТнин чыгарылыштарынын спецификалык асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттары алынды. Үчүнчү тартиптеги сызыктуу Вольтерра түрүндөгү ИДТнин чыгарылыштарынын асимптотикалык турумдуулугунун жетиштүү шарттары анын коэффициенттери жана кесилген ядронун кээ бир чекиттерде дифференцирленүүчү эмес учурунда табылды.

РЕЗЮМЕ

Асанова КаныкейАвытовна

Диссертация «Оценки и асимптотические свойства решений дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений на полуоси» представлена на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

*Ключевые слова:*Дифференциальное уравнение, интегро-дифференциальное уравнениетипа Вольтерра, оценкана полуоси, ограниченность, стремление к нулю, степенная абсолютная интегрируемость.

Объект исследования: Дифференциальные и вольтеррова типа интегро-дифференциальные уравнения.

*Цель работы:*Получить достаточные условия, обеспечивающие оценки и асимптотические свойства решений новых классов второго и третьего порядков дифференциальных и вольтеррова типа первого, второго, третьего порядков интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) на полуоси. Выявить влияние интегральных возмущений типа Вольтерра на асимптотические свойства решений соответствующих дифференциальных уравнений (ДУ) первого порядка. Установить достаточные условия асимптотической устойчивости решений линейного однородного вольтеррова ИДУ третьего порядка в случае, когда решения соответствующего линейного однородного ДУ третьего порядка не могут быть асимптотически устойчивыми, т.е. специфической асимптотической устойчивости решений такого уравнения; линейного неоднородного такогоИДУ третьего порядка.

Методика исследования: Применяются метод преобразования уравненийВ. Вольтерра, метод весовых функций, метод частичного срезывания, нестандартные методы сведения к системе, метод возведения уравнений в квадрат, метод интегральных неравенств, разработанные в ИТПМ НАН КР.

Научная новизна: Получены формулы для решений и установлены достаточные условия для экспоненциальной оценки на полуоси и стремления к нулю при неограниченном возрастании независимой переменной решения задачи Коши для одного класса линейных ДУ и ИДУ второго порядка; оценки и ограниченности на полуоси решения задачи Коши для новых классов линейных ДУ второго и третьего порядков. Установлены достаточные условия оценки, ограниченности, степенной абсолютной интегрируемости на полуоси, стремления к нулю, в том числе по экспоненциальному и степенному закону, при неограниченном возрастании независимой переменной решений слабо нелинейного ИДУ первого порядка типа Вольтерра в случае, когда решения соответствующего слабо нелинейного ДУ первого порядка могут не обладать соответствующими асимптотическими свойствами; для оценки, ограниченности, степенной абсолютной интегрируемости на полуоси, стремления к нулю, в том числе по экспоненциальному и степенному закону, при неограниченном возрастании независимой переменной всех решений и их первых производных линейного вольтеррова ИДУ второго порядка; специфической асимптотической устойчивости решений линейного однородного вольтеррова ИДУ третьего порядка; асимптотической устойчивости на полуоси решений линейного ИДУ третьего порядка типа Вольтерра в случае, когда коэффициенты и срезанное ядро этого ИДУ могут быть недифференцируемыми в некоторых точках полуоси.

SUMMARY

AsanovaKanykeiAvytovna

Dissertation "Estimates and asymptotic properties of solutions differential and integral-differential equations on a half" submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: Differential equation, integro-differential equation of Volterra type, estimate on the half, boundedness, tending to zero, power absolute integrability.

Object of research: Differential and Volterra type integro-differential equations.

Aim of research: Get sufficient conditions to ensure the estimates and asymptotic properties of solutions of new classes of second- and third-order differential and Volterra type of the first, second, third-order integral-differential equations (IDE) on the half. Reveal the influence of Volterra integral perturbations on the asymptotic properties of solutions of the corresponding differential equations (DE) of the first order. Install sufficient conditions for asymptotic stability of solutions to linear homogeneous Volterra IDE third order in the case where a solution of the third-order linear homogeneous control can not be asymptotically stable, i.e., specific asymptotic stability of the solutions of this equation; linear inhomogeneous such IDE third order.

Methods of research: Apply the Volterramethod of conversion equations, method of weighting functions, method of partial cutting, non-standard methods of reduction to a system, method of squaring equations, the method of integral inequalities developed in ITAM National Academy of Sciences of Kyrgyz Republic.

Scientific novelty: Formulas for solutions and sufficient conditions for exponential estimate at the half, and tends to zero with increasing the independent variable of the Cauchy problem for a class of linear control IDE and the second order; estimate and boundedness on the half of the Cauchy problem for the new classes of linear control of the second and third orders are obtained. Sufficient conditions guaranteeing the estimates, boundedness, power absolute integrability on the half, tends to zero, including exponential and power law, with unlimited growth of the independent variables of solutions of weakly nonlinear IDE first Volterra order in the case where the solution of the weakly nonlinear equation of the first order, they can not be corresponding asymptotic properties; estimates, boundedness, power is absolutely integrable on the half-line, tends to zero, including exponential and power law, with an unlimited increase in the independent variable of all the solutions and their derivatives of the first line of the second order Volterra type IDE; specific asymptotic stability of solutions to linear homogeneous third-order Volterra IDE; asymptotic stability in the linear half-axis IDE making third-order Volterra type in the case where the coefficients of the core and cut the IDE can be non-differentiable at some points of the half-line.