КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д 01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазма укугунда
УДК 517.928

Алымбаев Асангул Темиркулович

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК, ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН ЧЕКТИК МАСЕЛЕЛЕРИН ИЗИЛДӨӨНҮН САН-АНАЛИТИКАЛЫК ЖАНА АСИМПТОТИКАЛЫК ЫКМАЛАРЫ

Адистиги 01.01.02 –дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математика илимдеринин доктору окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2018

Диссертациялык жумуш КР УИАнын Математика институнун колдонмо математика жана информатика лабораториясында аткарылган

Илимий консультанты: **Байзаков А.Б.** - физика-математикалык илимдеринин доктору, профессор

Расмий оппоненттер: **Алыбаев К.С.** - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор
Асанов А. - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор
Иманалиев Т.М. - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор

Жетектөөчү мекеме: Аль–Фараби атындагы Казак улуттук университети.
Дареги: Казахстан, Алматы, Аль-Фараби просп. 71

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын 13 апрелинде саат 14^{00}дө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетин-деги физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин кеңешмесинде өткөрүлөт.

Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү - 328, КУУнун № 6-лабораториялык имараты, 211-аудитория.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан жана МИ http://math.aknet.kg/zashity.html сайтынан таанышууга болот.

Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат жарык көргөн 12 март 2018-ж.

Диссертациялык кеңештин
Окумуштуу катчысы милдетин аткаруучу
ф.-м. и. д., профессор Искандаров С.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Теманын актуалдуулугу. Биз төмөнкүдөй кыскартып жазууларды колдонобуз: ДТ-дифференциалдык теңдеме; ИДТ-интегро-дифференциалдык теңдеме.

Көптөгөн физикалык маселелердин математикалык моделдери ДТ жана ИДТ үчүн чектик маселелерге келтирилет.

Мындай чектик маселелердин чыгарылышын окуп үйрөнүү үчүн А.М.Ляпунов, А.Пуанкаре, Н.М.Крылов, Н.Н.Боголюбов, Ю.А.Митропольский, М.И.Иманалиев жана башка авторлор ойлоп тапкан асимптотикалык, аналитикалык жана сапаттык ыкмалар бар. Бул ыкмалар өзгөчө жетишкендик менен дээрлик сызыктуу теңдемелердин системалар изилдөөдө колдонулат. Мындай тектеги теңдемелер үчүн сызыктуу эместүүлүгүн эффектиси жай байкалып, аны табуу чыгарылышты асимптотикалык түргө ажыратуу менен каралат.

Жалпы түрдө берилген чектик маселенин чыгарылышын изилдөөнүн эффективтүү ыкмаларынын бири болуп А.М. Самойленко иштеп чыккан сан-аналитикалык ыкма эсептелет. Сан-аналитикалык ыкма удаалаш жакындаштырып түзүү ыкма катары, биринчи жолу автономдук эмес ДТ системасынын мезгилдик чыгарылыштарын изилдөөдө А.М. Самойленко тарабынан сунушталган жана негизделген.

Ыкма Д.И. Мартынюк, Н.А. Перестюк, Н.Х. Ронто, О. Нуржанов, Л.Л. Тай, Г. Вахабов, А.Д. Байнов, К. Ильясов, В. А. Данканыч, А.Я. Гадионенко жана башка авторлор тарабынан өркүндөтүлүп, андан ары колдонула башталган. Бул авторлордун иштеринде оң жактары мезгилдүү функция болгон кечигип таасириленген ДТ, ИДТ, импульстук таасирленген ДТ, автономдук ДТ системалардын, экинчи тартиптеги автономдук ДТ, кечигип таасирленген автономдук ДТ системалардын чыгарылышын тургузуу жана жашашын изилдөө маселелери каралган.

Сан-аналитикалык ыкманын эки чекиттүү чектик маселелерге колдонулушу А.М. Самойленко., Н.Х. Ронто эмгектеринде жарык көргөн. Бул авторлодун эмгектеринде ДТ системасынын сызыктуу бөлүнбөгөн чектик шарты бар, чектик маселенин чыгарылышынын жашашы жана аны тургузуу меселелери изилденген.

Диссертациялык иште ДТ үчүн чектик меселени чыгаруунун жаңы ыкмалары сунушталат.

Изилдөөнун максаты:

– Автономдук касиетке ээ болгон чектүү кечигип таасирленүүчү сызыктуу сымал ИДТ жана убакыттын чексиз өткөн чагынан таасир алган жалпы түрдө берилген ИДТ системанын мезгилдик чыгарылышынын жашашы жана тургузуу сыяктуу маселелерди изилдөө;

– Аралаш тектеги ИТ жакындаштырылган чыгарылышын тургузуу жана теңдеменин чечилишин изилдөө;

– ДТ үчүн сызыктуу бөлүнбөгөн чектүү шарттуу чектик маселенин чыгарылышын табуу маселесин изилдөө;

– Регулярдуу жана сингулярдуу дүүлүктүрүлгөн ДТ үчүн чектик маселенин, кичине параметрге карата ажыралуучу асимптотикалык чыгарылышын тургузуу.

– Чектүү маселенин чыгарылышын изилдөө үчүн Рунге – Куттанын ыкмасынын модификациясын иштеп чыгуу.

Изилдөөнүн ыкмасы: Диссертациянын максатын чечиш үчүн, негизинен академик А.М.Самойленконун сан-аналитикалык ыкмасынын аппараты, Я.В.Быковдун интегро-дифференциалдык теңдемелердин теориясы, Рунге-Куттанын сандык ыкмасынын аппараты, Пуанкаренин кичине параметрге карата чыгарылышты катарга ажыратуу ыкмасы, аймактык функциялардын теориясы, так чыгарылышка удаалаш жакындаштырылган чыгарылыштардын тездетилип, жыйналуусун камсыз кылган Ньютон–Канторовичтин ыкмалары колдонулат.

Илимий жаңылыктары.

– Биринчи жолу чектүү жана чексиз кечигип таасирленген автономдук ИДТ системанын мезгилдик чыгарылышын изилдөөдө А.М. Самойленконун сан-аналитикалык ыкмасы колдонулду жана негизделди;

– ДТ так чыгарылышына жакындаштырылган чыгарылыштын тездетилип жыйналуусун камсыз кылган, удаалаш жакындоочу ыкманы иштеп чыгуу жана математикалык негиздөө;

– ДТ система үчүн түзүлгөн эки чекиттүү чектик маселенин сандык чыгарылышын тургузуу үчүн Рунге-Куттанын сандык ыкмасынын модификациясын иштеп чыгуу жана негиздөө;

– Сан-аналитикалык ыкманын ИТ деп аталуучу ИТ чыгарылышынын жашашы жана жалгыздыгы тууралу маселени изилдөө;

– Кичине параметрге карата регулярдуу жана сингулярдуу дүүлүктүрүлгөн ДТ үчүн чектик маселени ИДТ үчүн Коши маселесине келтирүү ыкмасы менен чектик маселенин асимптотикалык чыгарылышын табуу;

– Сызыктуу жана квазисызыктуу ДТ үчүн чектик маселенин чыгарылышын тургузуу жана жашашын тастыктаган маселени изилдөө;

Коргоого алынып чыккан жыйынтыктардын негизгилери.

1. Автономдук касиетке ээ болгон чектүү жана чексиз кечигип таасирленген ИДТ системаларынын мезгилдик чыгарылыштарын изилдөө үчүн А.М. Самойленконун сан-аналитикалык ыкмасын изилдөө;
2. Сан-аналитикалык ыктыманын ИТ деп аталуучу аралаш тектеги ИТ чыгарылышын изилдөө;
3. ДТ үчүн чектик маселенин так чыгарылышына тездетилип умтулуучу ылдамдыкты камсыз кылган, сан-аналитикалык ыкманы иштеп чыгуу;
4. ДТ система үчүн чектик маселенин сандык чыгарылышын тургузуусуна арналган Рунге-Куттанын сандык ыкмасынын модификациясын иштеп чыгуу.

5. Регулярдуу жана сингулярдуу дүүлүктүрүлгөн чектик маселелеринин асимптотикалык чыгарылыштарын табыш үчүн ИДТ ыкмасын иштеп чыгуу жана аны негиздөө.

6. Сан-аналитикалык ыкманын аппаратынын жардамы менен сызыктуу жана сызыктуу сымал ДТ үчүн чектик маселелердин чыгарылыштарын изилдөө.

Иштин апробациясы. Иштин жыйынтыгы төмөндөгүдөй иш чараларда талкууланды:

– Профессор Р.Усубакуновдун элесине арналган учүнчү республикалык илимий конференция, И.Арабаев атындагы университет, Бишкек, 2014 ж.

– «Учурдагы илимдин өнүгүшүнүн аспектилери»-аттуу 2-эл аралык илимий практикалык конференция, ИСИТО,(Бишкек, 2013 ж).

– Кыргыз-Түрк «Манас» университетинин табигый илимдер факультети, теориялык жана колдонмо математика бөлүмдөрүнүн илимий семинары(Бишкек, 2016 ж).

– IV республикалык илимий –методикалык конференция «Окуу процессиндеги компьютердин ролу жана азыркы учурда математиканын көйгөйлөрү», II бөлүм (Бишкек, 1996 ж).

– К.Тыныстанов атындагы Ысык-Көл университетинин 40 жылдыгына арналган илимий-теориялык конференция(Каракол, 1993 ж).

– Профессор А.Керимбековдун 70 жылдык юбилейине арналган «Башкаруунун теориясы, топология жана оператордук теңдемелердин актуалдуу проблемалары» аттуу эл аралык илимий –практикалык конференция (Бишкек-Чолпон-Ата, июнь 2017 ж).

– Ыймандуулук, тарбия жана маданият жылына арналган «Илим жана билим: иновациялык өнүгүүнүн багытынын учурдагы проблемалары жана перспективтери», аттуу эл аралык илимий-практикалык конференция (Каракол, май 2017ж).

– Академик Бөрүбаев А.А илимий семинары (Бишкек, 2018ж).

Публикациялар. Иштин негизги жыйынтыктары монография жана 26 илимий иштерде чыгарылган.

[2, 18, 23, 24] биргелешкен иштерде маселелердин коюлушу А.Б. Байзаковго, ал эми алардын чыгарылышы талапкерге тиешелүү. Диссертациядагы иштин негизги жыйынтыктары автордун өзүнө тиешелүү.

Диссертациянын структурасы жана көлөмү.

Диссертация киришүүдөн, 6 главадан жана колдонулган булактардын тизмелеринен туруп, 116 бетке жазылган. Сандык мисалдардын жыйындыктары Excel программасында жазылып, иштин кошумча бөлүгүндө көрсөтүлгөн. Диссертациянын көлөмү 164 бетти түзүп, үчтүк номерлөө аркылуу белгиленген. Биринчи цифра главанын номери, экинчиси бөлүмдүн номери, үчүнчүсү теоремлардын, леммалардын жана формулалардын номери.

Автор, илимий консультант, физика-математика илимдеринин доктору, профессор А.Б. Байзаковго диссертациялык иштеги мисалдарды тандоодо, анын жыйынтыктарындагы теоремалардын далилденишине жана авторго белгисиз илимий булактарды чогултуудагы көмөктөрү үчүн, өтө терең ыраазычылыгын билдирет.

Диссертациянын мазмуну

Киришүүдө изилдөөнүн максаты жана маселелери теманын актуалдуулугу, илимий жаңылыгы, диссертациянын практикалык жана теориялык баалулугу чагылдырылган.

Биринчи главада илимий булактардын обзору жана диссертациянын кыскача мазмуну жазылган.

Экинчи глава автономдук касиет ээ болгон ИДТ системанын мезгилдик чыгарылышын изилдөөгө арналган А.М.Самойленконун сан-аналитикалык ыкмасын негиздөө маселелери каралган:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + f\left(x(t), \int_{t}^{t+\tau} \varphi(t-s, x(s))ds \right) \qquad (1)$$

жана

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\left(x(t), \int_{-\infty}^{t} \varphi(t-s, x(s))ds \right), \qquad (2)$$

$$x(t) = \int_{t-\tau}^{t} K(t,s)x(s)ds + f(t) \qquad (3)$$

жана

$$\frac{dx(t)}{dt} = f\left(t, x(t), \int_{t-\tau}^{t} K(t,s)x(s)ds \right). \qquad (4)$$

мезгилдик чыгарылыштары изилденет.

Төмөнкүдөгүдөй өзгөртүп түзүүнү карайлы:

$$\overline{x} = e^{A\omega t}\overline{y}, \quad \overline{\overline{x}} = \overline{\overline{y}}, \quad \theta = \omega t$$

мында $\overline{x}$ жана $\overline{y}$ m–өлчөмдүү $(i = 1,2,...,m,\ i \le m \le n)$, $\overline{\overline{x}}$, $\overline{\overline{y}} - (n-m)$ компоненттүү, ал эми –(n–m) – өлчөмдүү вектор функциялар, жаңы өзгөрүлмө чондукка θ карата (1) системасы төмөнкүдөгүдөй түргө келтирилет:

$$\frac{dy(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{\omega} Y\left(y(\theta), \frac{1}{\omega} \int_{\theta}^{\theta+\omega\tau} \psi\left(\theta, v, y(v)\right) dv \right), \qquad (5)$$

$Y(\theta, y, u)$, $\psi(\theta, y, v)$ вектор-функциялары

үзүгүлтүксүз, чектелген жана боюнча 2π - мезгилдүү функция болуп Липшицтин шартын канагаттандырсын

$$|Y(\theta, y, u)| = M, \quad |\psi(\theta, y, v)| \le N, \qquad (6)$$

$$\begin{gathered} |Y(\theta, y', u') - Y(\theta, y'', u'')| \le K_1 |y' - y''| + K_2 |u' - u''|, \\ |\psi(\theta, v, y') - \psi(\theta, v, y'')| \le K_3 |y' - y''|, \end{gathered} \qquad (7)$$

мында M, N, K_1, K_2, K_3 – турактуу сандар.

Ошондой эле $Q=\frac{2\pi}{3\omega}\left[K_1+\frac{3\tau}{2}K_2K_3\right]$ саны бирден кичине болсун

$$Q<1. \qquad (8)$$

Теорема 1. (5) ИДТ системасы (6), (7), (8), шарттарын канагаттандырсын. Эгерде $\omega\in I_\omega=\{\omega:\ \omega\geq\Omega\}$, областында (5) система 2π – мезгилдик $y=y(\theta)$ чыгарылышка ээ болсо, анда $y(\theta)=y_\infty(\theta,y_0,\omega)$, мында $y_\infty(\theta,y_0,\omega)$

$$\begin{aligned}y_m(\theta,y_0,\omega)&=y_0+\frac{1}{\omega}\int_0^\theta\Bigg[Y\left(\theta,y_{m-1}(\theta,y_0,\omega),\frac{1}{\omega}\int_\theta^{\theta+\omega\tau}\psi(\theta,\,v,y_{m-1}(\theta,y_0,\omega))dv\right)-\\&-\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}Y\left(\theta,y_{m-1}(\theta,y_0,\omega)),\frac{1}{\omega}\int_\theta^{\theta+\omega\tau}\psi(\theta,\,v,y_{m-1}(v,y_0,\omega))dv\right)d\theta\Bigg]d\theta,\quad m=1,2,....\end{aligned} \qquad (9)$$

удаалаштыгынын предели.

Эгерде $\Delta(y_0^*,\omega)=0$ барабардыгы орун алса, анда (y_0^*,ω), чекити

$$\Delta:\ R^{n-1}\times I_\omega\to R^n,$$

$$\Delta(y_0^*,\omega)=\frac{1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}Y\left(\theta,y^0(\theta,y_0,\omega),\frac{1}{\omega}\int_\theta^{\theta+\omega\tau}\psi(\theta,\,v,y^0(v,y_0,\omega))dv\right)d\theta, \qquad (10)$$

чагылтуусунун өзгөчө чекити болот.
(10) чагылтуусу

$$\Delta_m(y_0^*,\omega)=\frac{1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi}Y\left(\theta,y_m(\theta,y_0,\omega),\frac{1}{\omega}\int_\theta^{\theta+\omega\tau}\psi(\theta,\,v,y_m(v,y_0,\omega))dv\right)d\theta, \qquad (11)$$

удаалаштыгы аркылуу жакындаштырылып табылгандыктан ($y_m(\theta,y_0,\omega)$–(9) удаалаштыгынын функциялары), $\Delta_m(y_0^*,\omega)$ функциясынын нөлдөрү аркылуу, $\Delta(y_0^*,\omega)$, функциясынын нөлдөрүн аныктоого, муну менен (5) системанын мезгилдик чыгарылышынын жашоошун аныктоо маселеси келип чыгат.

Бул маселененин чыгарылышы §2.5 далилденип төмөндөгүдөй тыянак менен жыйнакталган.

Теорема 2. (5) системасы үчүн төмөндөгүдөй шартар орун алсын:

1) Кандайдыр бир бүтүн *m* сан үчүн $\Delta_m(y_0^*,\omega)$ чагылтуусунун обочолонгон өзгөчө чекити $(\overline{y}_0^*,\overline{\omega})$ бар болсун $\Delta_m(\overline{y}_0^*,\overline{\omega})=0$;
2) Бул өзгөчө чекиттин индекси нөлгө барабар эмес;
3) Δ_m чагылтуусунун жалгыз өзгөчө $(\overline{y}_0^*,\overline{\omega})$ чекитин кармаган, томпок жана жабык область $D_\omega=D\times I_\omega\subset R^{n-1}\times I_\omega$ жашап, анын чегинде $\Gamma(D_\omega)$ $\inf\Delta_m(y_0^*,\omega)\geq\frac{1}{\omega}Q^{m+1}(1-Q)^{-1}M$, барабардыгы орун алсын. Анда (5) системанын мезгили 2π болгон мезгилдик чыгарылышы бар болот. Бул суроого §2.6 далилдеген тыянак жооп берет.

Теорма 3. (5) системасы берилсин жана $\{y_n=y_{0n}\}\in D_\omega$. Анда бул областан $\Delta(\overline{y}_0,\overline{\omega})=0$ болгондой (*y₀, ω)* чекит табылышы үчүн, бүтүн *m* санынын баардык маанилери жана каалагандай $(y_0',\omega')\in D_\omega$ чекиттер үчүн, төмөнгүдүгүдөй барабарсыздыктын аткарылышы зарыл:

$$\left|\Delta_m(y_0',\omega')\right| \le \sup\left\{\frac{K_1+K_2K_3\tau}{\omega'}[1+Q'(1+Q'(1-Q')^{-1})]\left|\overline{y}_0'-y_0'\right|+\right.$$

$$\left.+\frac{M+2NK_2\tau}{\omega'\omega''}[1+Q'(1+Q'(1-Q')^{-1})]\left|\omega'-\overline{\omega}\right|+\frac{1}{\omega}Q'^{m+1}(1-Q')^{-1}M:(y_0,\omega)\in D_\omega\right\},$$

мында $Q'=\frac{2\pi}{3\omega'}\left(K_1+\frac{3\tau}{2}K_2K_3\right)$

$\|K_\tau\|$ символу менен

$$\|K_\tau\|=\sup_{\|x\|=1}\left|\int_{t-\tau}^{t}K(t,s)ds\right|=\max_{t\in[0,\omega]}\left|\int_{t-\tau}^{t}K(t,s)ds\right| \quad (12)$$

функцияны белгилейбиз.

§2.7 параграфта

$$\frac{dx(t)}{dt}=f\left(t,x(t),\int_{t-\tau}^{t}K(t,s)x(s)ds\right), \quad (13)$$

мында f жана $K\ t,s$ өзгөрүлмө чоңдуктары боюнча ω-мезгилдик функциялар, ИДТ каралган жана анын чыгарылышынын жашашы изилденген.

§§2.8-2.10 параграфтарда

$$\frac{dx(t)}{dt}=f\left(x(t),\int_{-\infty}^{t}\varphi(t-s,x(s))ds\right) \quad (14)$$

ИДТС мезгилдик чыгарылышынын жашашынын жана түзүүнүн маселелери каралган, мында $x, f-n$-өлчөмдүү вектор-функция, $\varphi\ -m$ өлчөмдүү вектор-функция. $f(x,u)$ жана $\varphi(t-s,x)$ функциялары x жана u боюнча Липшицтин шартын канагаттандырылсын. $m\times m$–өлчөмдүү A –туруктуу матрица үчүн $\frac{d\overline{x}}{dt}=A\overline{x}$ теңдемесинин баардык чыгарылышы 2π-мезгилдик функциялар болгондой болуп тандалып алынган.

$$\overline{x}=e^{A\omega t}\overline{y},\quad \overline{\overline{x}}=\overline{\overline{y}},\quad \theta=\omega t \quad (15)$$

өзгөртүп түзүүсүн алалык, мында $\overline{x}, \overline{y}$-$m$ -өлчөмдүү, $(i=1,2,...,m,\ i\le m\le n),\ \overline{\overline{x}},\ \overline{\overline{y}}-(n-m)$ -өлчөмдүү вектор-функциялар, анда (14) система жаңы өзгөрүлмөлүү чоңдука карата

$$\frac{dy(\theta)}{d\theta}=\frac{1}{\omega}Y\left(\theta,y(\theta),\frac{1}{\omega}\int_{-\infty}^{\theta}\psi(\theta,v,y(v))dv\right) \quad (16)$$

системага келтирилет. $Y(\theta,y,\vartheta), \psi(\theta,y,v)$ функциялары үзгүлтүксүз, чектелген жана θ, v боюнча 2π-мезгилдүү функциялар болушуп, төмөндөгүдөй шарттарды канагаттандырсын

$$\left|Y(\theta,y,\vartheta)\right|\le M,\quad \int_{-\infty}^{\theta}\left|\psi(\theta,v,y(v))\right|dv\le N, \quad (17)$$

$$\left|Y(\theta,y',\vartheta')-Y(\theta,y'',\upsilon'')\right|\le K_1\left|y'-y''\right|+K_2\left|\vartheta'-\upsilon''\right|, \quad (18)$$

$$\left|\psi(\theta,v,y')-\psi(\theta,v,y'')\right|\le K_3(\theta-v)\left|y'-y''\right|, \quad (19)$$

$$\int_{-\infty}^{\theta} K_3(\theta - v)dv < K < \infty,$$

мында M, N, K, K_1, K_2-туруктуу сандар.

$Q = \frac{\pi}{\omega}\left(K_1 + \frac{K_2 K}{\omega}\right)$ саны бирден ашпасын

$$Q < 1, \tag{20}$$

(17)-(20) шарттар аткарылган учурларда , §2.8-2.10 параграфтарда теорема 1,2,3 сыяктуу жыйынтыктар далилденген.

§2.11 параграфта жырткыч (x) жана (y) жеминин өз ара аракеттенишини ылдамдыгын мүнөздөөчү ИДТ моделдик системасы каралат:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= i\omega x - i\omega c_{11} x - i\omega c_{12} x \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-s)} y(s) ds, \\ \frac{dy}{dt} &= i\omega y + i\omega c_{21} y \int_{-\infty}^{t} e^{-(t-s)} x(s) ds, \end{aligned} \tag{21}$$

$$x = e^{i\omega t} x_1, \quad y = e^{i\omega t} y_1, \omega t = \theta, s = \frac{z}{\omega},$$

өзгөртүп түзүүсүнүн колдонуп, (21) системаны

$$\frac{dx_1}{dt} = -ic_{11} e^{i\theta} x_1^2 - \frac{i}{\omega} c_{12} x_1 \int_{-\infty}^{\theta} e^{-\frac{\theta - z}{\omega}} e^{-iz} y_1\left(\frac{z}{\omega}\right) dz,$$

$$\frac{dy_1}{dt} = \frac{i}{\omega} c_{21} y_1 \int_{-\infty}^{\theta} e^{-\frac{\theta - z}{\omega}} e^{iz} x_1\left(\frac{z}{\omega}\right) dz,$$

системага келтирилип, анын 2π-мезгилдик чыгарылышына, жакындаштырылган чыгарылышы табылды.

Үчүнчү главада мезгилдик жана чектик маселелерди изилдөөдө өтө маанилүү болгон, аралаш тектеги ИТС каралат.

§3.1 - §3.3 параграфтарда

$$x(t) = \mu \int_0^t \left[K(t,s)x(s) - \frac{1}{T}\int_0^T K(t,s)x(s)ds \right] ds + f(t), \tag{22}$$

$$x(t) = \mu \int_0^t \left[K(t,s)x(s) - \frac{1}{T}\int_0^T K(t,s)x(s)ds \right] ds + f(t, x(t)), \tag{23}$$

мында $x, f - n-$ өлчөмдүү вектор-функциялар; $K(t,s) - n \times n$- өлчөмдүү матрица-функция; μ – параметр; (22) оператордук формада жазып жана

$$x(t) = \mu(Kx)(t) + f(t)$$

анын биринчи жакындаштыруусун $x_1(t) = f(t)$ деп алып, (22) удаалаш жакындаштыруу ыкмасынын схемасынын негизинде чыгарабыз

$$x_n(t) = \mu(K_{n-1}x)(t) + f(t) = \sum_{k=1}^{n} \mu^{n-k} (K^{n-k} f)(t), \quad n = 1, 2, ...$$

мында $(Kx)(t) = \mu \int_0^t \left[K(t,s)x(s) - \frac{1}{T}\int_0^T K(t,s)x(s)ds \right] ds.$

Теорема 4. (22) ИТС жалгыз чыгарылышка ээ болот, качан$|\mu| < \frac{1}{\rho}$,, мында $L = \|K\|$ жана $\|x(t)\| \le (1-\rho)^{-1}\|f\|$, $\rho = \frac{T}{2}L$. Бул жыйынтык §3.2 далилденген.

Теорема 5. Эгерде $K(t,s)$, $f(t,x)$ Липщицтин шарттарын канагаттандырса $|f(t,x') - f(t,x'')| \le L_1|x' - x'')|$ жана $\overline{\rho} = |\mu|\rho + L_1 < 1$, анда (23) ИТС жалгыз чыгарылышка ээ болот жана бул чыгарылышты удаалаш жакындаштыруу ыкмасынын схемасы $x_n(t) = \mu(Kx_n)(t) + f(t, x_{n-1}(t))$ түрүндө табууга болот.

§3.4 (22) ИТС чыгаруунун сандык схемасы (трапеция ыкмасы) сунуш кылынат.

Төртүнчү главада ДТС – нын эки чекиттүү чекиттик маселеси үчүн тездетилип жыйналуучу сан – аналитикалык ыкмасынын схемасынын математикалык негиздөө проблемасы каралат.

§§4.1-4.3 параграфтарда

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t,\, x(t)), \tag{24}$$

$$Ax(0) + Bx(T) = d, 0 \le t \le T, \tag{25}$$

чекиттик маселесинин коюлушу, түзөтүү маелеси жана чектик маселени жакындаштырып чыгаруу алгоритми чагылтырылган, мында $d \in R^{nu}, x \in C^1([0,T] \to R^n, A, B \in R^{n\times n}, \det B \ne 0$. (24), (25) жакындаштыруусун

$$\begin{aligned} x_{n+1}(t,x_0) = \int_0^t \left[f_x(t,x_n(t,x_0))x_{n+1}(t,x_0) - \frac{1}{T}\int_0^T f_x(t,x_n(t,x_0))x_{n+1}(t,x_0)dt \right] dt + \\ + x_0 + \int_0^t \Big[f(t,x_n(t,x_0)) - f_x(t,x_n(t,x_0))x_n(t,x_0) - \frac{1}{T}\int_0^T \big(f(t,x_n(t,x_0)) - \\ - f_x(t,x_n(t,x_0))x_n(t,x_0)\big)dt \Big] dt + \frac{t}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0 \right], \end{aligned} \tag{26}$$

алгоритмдин негизинде аныктайбыз.

§4.4 (26) алгоритмдин жыйналышы тууралу маселени изилдөө каралат. n–өлчөмдүү вектор – функция $f(t,x)$

$$(t,x) \in [0,T] \times S_\omega, \omega > 0, S_\omega \subset R^n. \tag{27}$$

областында аныкталсын, мында Dевклиддин E_n мейкиндигинин чектелген, жабык областы болуп жана

$$\begin{gathered} |f(t,x)| \le M, \ |f_x(t,x)| \le K, \\ |f(t,x') - f(t,x'') - f_x(t,x')(x'-x'')| \le K_1|x'-x''|^2. \end{gathered} \tag{28}$$

шартарын канагаттандырсын.

Лемма 1. Эгерде $2TK < \frac{1}{2}$, $2TM + \beta < \omega / 4$, $x_0 \in D_f$, анда $x_n(t,x_0) \in D_f$ баардык $n = 1,2,...$ үчүн.

Теорема 6. $x = x^0(t,x_0)$ (24), (25) чектик маселенин чыгарылышы болуп, лемма 1 шарттарын канагаттандырсын жана $\rho_1 = \frac{TK_1}{2}$, $\gamma = \frac{TM}{2} + \beta$, $\rho_1\gamma < (1 - -\rho)(1 - 2\rho)$, анда $x^0(t,x_0) = \lim_{n\to\infty} x_n(t,x_0)$, жана $\left|x^0(t,x_0) - x_n(t,x_0)\right| \le \frac{1-\rho}{\rho_1}\left(\frac{\rho_1\gamma}{(1-\rho)(1-2\rho)}\right)^{2^n} \frac{(1-\rho)^2(1-2\rho)^2}{(1-\rho)^2(1-2\rho)^2\rho_1^2\gamma^2}$, бардык $n = 0,1,2,\ldots$, мында $x_n(t,x_0)$ (26) негизинде аныкталат.

$$\Delta(x_0) = \frac{1}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x_\infty(t,x_0))dt, \qquad (29)$$

функциясын карайлы, мында $x_\infty(t,x_0)$ (29) удаалаштыктыктын пределдик фунциясы $x_\infty(t,x_0)$

$$x_\infty(t,x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f(t, x_\infty(t,x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x_\infty(t,x_0))dt\right]dt + \frac{1}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0\right],$$

теңдеменин чыгарылышы болгондуктан, $\Delta(x_0) = 0$ болгондо $x_\infty(t,x_0)$ (24), (25) чектик маселенин чыгарылыш болот жана чектик маселенин чыгарылышынын жашашы (29) функциянын нөлдөрүнүн бар болуш маселеси менен байланышкан. Ошондуктан $\Delta(x_0) = 0$ теңдемесинин тамыры болгон чекиттер x_0

$$\Delta:\ D_+ \to E_n,\ \Delta(x_0) = \frac{1}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x^0(t,x_0))dt, \qquad (30)$$

чагылтуусунун өзгөчө чекиттери болушат. (30) чагылтууну

$$\Delta_n(x_0) = \frac{1}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T \left[f(t, x_n(t,x_0)) - f_x(t, x_n(t,x_0))\delta x_n(t,x_0)\right]dt. \qquad (31)$$

функциянын жардамы менен табууга боло тургандыктан, анда (31) чагылтуусунан (30) функциянын нөлдөрү жөнүндөгү суроону, муну менен бирге (24), (25) чектик маселенин чыгарышын табууга боло турган суроону чечүүгө болот.

Бул маселе § 4.5. далилденген теоремада каралган.

Теорема 7. (24), (25) чектик маселе (27) областа берилсин жана (28) шарттарды канатандырып, төмөндөгүлөр аткарылсын:

а) Кандайдыр бир бүтүн n саны үчүн $\Delta_n(x_0)$ функциясынын обочолонгон өзгөчө чекити бар болсун $\Delta_n(x_0^0) = 0$;

б) Бул чекиттин индекси нөлдөн айырмалуу болсун;

в) D_f областында жаткан D_1 областы жашап, x_0^0 чекити анын жалгыз өзгөчө чекити болуп, анын ичинде Γ_{D_1} ,

$$\inf_{x\in D_1}\left|\Delta_n(x)\right| \ge K\frac{1-\rho}{\rho_1}\left(\frac{\rho_1\gamma}{(1-\rho)(1-2\rho)}\right)^{2^n}\left(\frac{\rho_1\gamma}{(1-\rho)(1-2\rho)}\frac{(1-\rho)^2(1-2\rho)^2}{(1-\rho)^2(1-2\rho)^2 - \gamma^2\rho_1^2} + 1\right),$$

барабарсыздыгы аткарылсын, анда (24), (25) чектик маселенин $x(0) \in D_f$. болгондой $x(t)$ чыгарылышы бар болот.

§ 4.6. көрсөтүлгөн (29) аныктоочу функциянын касиетинин негизинде, § 4.7. D_f областынан аныктоочу фукнциянын нөлүн кармаган област бөлүнүп алынган.

§ 4.8. чектик маселенин конкреттүү сандык мисалы каралган.

Бешинчи главада чектик маселелер үчүн модификацияланган Рунге-Куттанын ыкмасын негиздөө маселеси каралат.

§ 5.1, 5.2. параграфтарда чектик маселенин коюлушу, чыгаруунун схемасы жана чектик маселер үчүн Рунге-Куттанын методунун формулировкасы чагылдырылып, анын математикалык негиздөө маселеси каралган:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t,\, x(t)), 0 \le t \le T, \tag{32}$$

$$Ax(0) + Bx(T) = d, \tag{33}$$

Кошинин маселесин карайлы

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t,\, x(t)), \tag{34}$$

$$x(t_0) = x_0. \tag{35}$$

Аныктама 1. s – бүтүн он сан болсун, $a_{21}, a_{31}, a_{32}, ..., a_{s1}, a_{s2}, ..., a_{s,s-1}, b_1, b_2, ..., b_s, c_1, c_2, ..., c_s$ – заттык коэффициенттер. Анда

$$K_{1i}(h) = f(t_i, x_i),$$

$$K_{2i}(h) = f(t_i + c_2 h, x_i + a_{21} K_{1i}),$$

$$K_{3i}(h) = f(t_i + c_3 h, x_i + h(a_{31} K_{1i} + a_{32} K_{2i})),$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$K_{si}(h) = f(t_i + c_s h, x_i + h(a_{s1} K_{1i} + ... + a_{s,s-1} K_{s-1,i})),$$

$$x_i = x_0 + h \sum_{\alpha=1}^{i-1} \sum_{j=1}^{s} b_j K_{j\alpha}(h), \tag{36}$$

(34), (35) Коши маселеси үчүн S – стадиялык Рунге-Куттанын методу деп саналат.

Аныктама 2. s – бүтүн он сан болсун жана $a_{21}, a_{31}, ..., a_{s1}, a_{s2}, ..., a_{s,s-1}, b_1, b_2, ..., b_s, c_2, ..., c_s$ – аныктама 1 деги заттык коэффициенттер. Анда

$$K_{1i}(h) = f(t_i, x_i),$$

$$K_{2i}(h) = f(t_i + c_2 h, x_i + a_{21} K_{1i}),$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$K_{si}(h) = f(t_i + c_s h, x_i + h(a_{s1} K_{1i} + ... + a_{s,s-1} K_{s-1,i})),$$

$$x_i = x_0 + h \sum_{\alpha=0}^{i-1} \left[\sum_{j=1}^{s} b_j K_{j\alpha}(h) - \frac{h}{T} \sum_{\beta=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{s} b_j K_{j\beta}(h) \right] + \frac{t_i}{T} [B^{-1} d - (B^{-1} A + E) x_0] \tag{37}$$

(32), (33) чектик маселе үчүн s – стадиялык Рунге-Куттанын методу деп аталат.

Бул аныктаманын негизинде төмөнкү түрдөгү Рунге-Куттанын ыкмаларнынын кээ бирлерин атасак болот.

Эйлердин ыкмасы

$$x_i = x_0 + h\sum_{\alpha=0}^{i-1}\left(f(t_\alpha, x_\alpha) - \frac{h}{T}\sum_{k=0}^{N-1} f(t_k, x_k)\right) + \frac{t_i}{T}[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0]$$

Хойндун ыкмасы

$$K_{1\alpha}(h) = f(t_\alpha, x_\alpha),\ K_{2\alpha}(h) = f\left(t_\alpha + \frac{1}{3}h, x_\alpha + \frac{1}{3}hK_{1\alpha}(h)\right),$$

$$K_{3\alpha}(h) = f\left(t_\alpha + \frac{2}{3}h, x_\alpha + \frac{1}{3}hK_{2\alpha}(h)\right),$$

$$x_i = x_0 + h\sum_{\alpha=0}^{i-1}\left[\frac{1}{4}K_{1\alpha}(h) + \frac{3}{4}K_{3\alpha}(h) - \frac{h}{T}\sum_{k=0}^{N-1}\left(\frac{1}{4}K_{1k}(h) + \frac{3}{4}K_{3k}(h)\right)\right] +$$

$$+\frac{t_i}{T}[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0].$$

Теорема 8. Эгерде (32), (33) чектик маселе үчүн Рунге-Куттанын ыкмасынын тартиби p-га барабар болуп, эгерде $f(t,x)$ фунциясынын p тартиптеги баардык жекече туундулары жашап жана үзгүлтүксүз болушса, анда ыкманын катасынын чени

$$|x(t_i) - x_i| \le \frac{N}{2p!}\left(\max_\theta \left| \frac{F^{(p+1)}(\theta h)}{p+1}\right| + \max_\theta \sum_{j=1}^{s} b_j \left| K_{j\alpha}^{(p)}(\theta h)\right| \right) h^{p+1}$$

барабарсыздыгы менен өлчөнөт.

Аныктама 2 киргизилген Рунге-Куттанын ыкмасын (37)

$$x(t, x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f(t, x(t, x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x(t, x_0))dt \right] dt + \frac{t}{T}\left[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x_0\right]. \qquad (38)$$

ИТС дискреттик аналогу деп интерпретацияласа болот . Бул жагдай (32), (33) чектик маселенин чыгарылышынын жашашы жана тургузулушу (37) чектүү-айырмадагы теңдеменин чыгарылышынын жашашы жана тургузулушуна алып келинет. § 5.3 параграфта бул маселенин изилдениши каралган.

Чектик маселени карайлы

$$x_{n+1} = x_n + f_n(x_n), \qquad (39)$$

$$Ax_0 + Bx_N = d, \qquad (40)$$

мында $x_n = (x_n^{(1)}, x_n^{(2)}, ..., x_n^{(p)}),\ f_n = (f_n^{(1)}, f_n^{(2)}, ..., f_n^{(n)}),\ A, B -$ өлчөмү $p \times p$ болгон турактуу матрицалар, ошондой эле $\det B \ne 0$, $f_n(x)$ фунциясы $(n,x) \in [0,N] \times S_\omega$ областында аныкталып,

$$|f_n(x)| \le M, \qquad (41)$$

$$|f_n'(x) - f_n''(x)| \le K|x' - x''|, \qquad (42)$$

барабарсыздыгын канаттандырсын, мында M , $K-$ терс эмес сандар.

Мындан ары төмөндөгүдөй шарттар аткарылгандай системаларды карайбыз:

1) $\left(\frac{MN}{2} + \beta \right) < \omega,\ \ \beta = B^{-1}d - (B^{-1}A + 1)x_0$;

2) $Q = \frac{NK}{2} < 1.$

(39), (40) маселенин $n=n_0=0$болгондо x_0 чекит аркылуу өтө турган чыгарылышы болсун. Анда төмөндөгүдөй жыйынтык туура болот.

Теорема 9. φ_n – (39), (40) чектик маселенин $x_0 \in S_{\omega-(\frac{MN}{2}+\beta)}$ чекити аркылуу өткөн чыгарылышы болсун. Анда $\varphi_n = \lim_{k\to\infty} x_n^{(k)}(x_0)$, n, x_0 карата бир калыпта$\left|\varphi_n - x_n^{(k)}(x_0)\right| \le Q^k(1-Q)^{-1}\frac{MN}{2}$ чектөөсү орун алат, мында $x_n^{(k)}(x_0)$ - төмөндөгүдөй алгоритм менен аныкталат:

$$x_n^{(k)}(x_0) = x_0 + \sum_{i=0}^{n-1}\left[f_i(x_i^{(k-1)}(x_0)) - \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{N-1} f_j(x_j^{(k-1)}(x_0))\right] + \frac{n-1}{N}(B^{-1}d-(B^{-1}A+E)x_0),$$

$$x_i^{(0)}(x_0)=x_0,\ \ i=0,1,...,N,\ \ k=1,2,3,....$$

$f(t,\ x)$ вектор-фунциясы $[0,T]\times D$ $(D\in E_n)$ областында аныкталып, төмөндөгүдөй шарттарды канаааттандырсын :

$$|f(t,x)| \le M\ , \tag{43}$$

жана Липщицтин шарты аткарылсын

$$|f(t,x')-f(t,x'')| \le K|x'-x''|, \tag{44}$$

анда

$$\Phi(x_\alpha,h)=\sum_{j=1}^{s} b_j K_{j\alpha}(h) \tag{45}$$

фунциясы үчүн төмөндөгүдөй жыйынтык туура болот.

Лемма 2. Эгерде $f(t,x)$ фунциясы (43), (44) шаттарын канааттандырсын. Анда (45) функция үчүн Липщицтин турактуусу

$$L(h)=K\left(\sum_{\alpha=1}^{s}|b_\alpha| + hK\sum_{\alpha,i=1}^{s}|b_\alpha a_{\alpha i}| + h^2K^2\sum_{\alpha,i,j=1}^{s}|b_\alpha a_{\alpha i}a_{ij}| + ...\right)$$

туюнтмасы менен аныкталат. (32), (33) чектик маселенин чыгарылышынын жашашын камсыз кылгын шарттар болуп 1), 2) шарттар болгондуктан бул шарттарды негизги шарттар деп атайбыз. $\sum_{j=1}^{s} b_j = 1$ жана $|K_{i\alpha}(h)| \le M$ болгондуктан, анда $\left|\sum_{j=1}^{s} b_j K_{i\alpha}(h)\right| \le M$. Бул себептен (37) тендеме үчүн негизги шарттар болуп төмөндөгүдөй шарттар эсептелет:

а) $\omega - \left(\frac{hMN}{2}+\beta\right) > 0$;

б) $Q(h)=\frac{hL(h)N}{2} < 1$.

а), б) шарттары аткарылган учурда, теорема 9 негизинде (32), (33) маселе $\varphi_n(x_0,h)=\lim_{k\to\infty} x_n^{(k)}(x_0,h)$ жалгыз чыгарылышка ээ болот жана

$$\left|\varphi_n - x_n^{(k)}(x_0)\right| \le Q^k(h)(E-Q(h))^{-1}\frac{MN}{2}$$

барабарсыздыгы туура болот, мында $x_n^{(k)}(x_0,h)$

$$x_n^{(k)}(x_0,h)=x_0+h\sum_{i=0}^{n-1}\left[\Phi_i(x_i^{(k-1)}(x_0,h),h)-\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\Phi_i(x_i^{(k-1)}(x_0,h),h)\right]+$$

$$+\frac{n}{N}(B^{-1}d-(B^{-1}A+E)x_0),\ x_n^0(x_0)=x_0,\ n=0,1,2,...,N,\ k=1,2,3,....$$

формуласы менен аныкталат.

$h=\frac{T}{N}$ эске алып, а), б) шарттарынан $N\to\infty$ үчүн төмөндөгүдөй шарты алабыз:

а) $\omega-\left(\frac{hMN}{2}+\beta\right)>0$;

б) $Q=\frac{TK}{2}<1$.

Бул шарттар (38) интегралдык тендеме үчүн негизги шарттар болот.

$\Delta(x_0,h)$ жана $S(x_0,h)$ аркылуу

$$\Delta(x_0,h)=\frac{1}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+E)x_0]-\frac{1}{T}\int_{t_k}^{t_k+h}f(s,x^0(s,x_0))ds \tag{46}$$

$$S(x_0,h)=\frac{1}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+E)x_0]-\frac{h}{T}\sum_{\beta=1}^{N-1}\Phi_\beta(x_\beta,h) \tag{47}$$

туюнтмаларын белгилейбиз.

§ 5.4 параграфта (46), (47) аныктоочу теңдемелердин тамырларынын ортосундагы тактык чени берилген.

Теорема 10. Эгерде $x=x_0,\ x=\overline{x}_0$ сандары $\Delta(x_0,h)=0,\ S^{(k)}(x_0,h)=0$ бифуркациялык (аныктоочу) теңдемелердин тамырлары болуп, $\Delta_x^{-1}(x_0,h)$, $\left[1-\left|B^{-1}A+1\right|-2Q(h)(1-Q(h))^{-1}\right]^{-1}$ матрицалары нөлдүк эмес матрицалар болсо, анда

$$\left|\overline{x}_0-x_0\right|\le L(h)Q^k(h)(1-Q(h))^{-1}\frac{MN}{2r_1(h)}+$$

$$+\frac{2}{rr_1(h)p!T}\left(\max_\theta\left|\frac{F^{(p+1)}(\theta h)}{p+1}\right|+\max_\theta\sum_{j=1}^{s}b_j\left|K_{j\alpha}^{(p)}(\theta h)\right|\right)h^{p+1},$$

мында $\left|[\Delta_x']^{-1}\right|\le\frac{1}{r}$, $\left|\left[1-\left|B^{-1}A+1\right|-2Q(h)(1-Q(h))^{-1}\right]^{-1}\right|\le\frac{1}{r_1(h)}$.

Алтынчы глава төмөндөгүдөй чектик маселелерди изилдегенге арналган

$$\frac{dx}{dt}=P(t)x+f(t), \tag{48}$$

$$Ax(0)+Bx(T)=d, \tag{49}$$

$$\frac{dx}{dt}=P(t)x+f(t,x), \tag{50}$$

$$Ax(0)+Bx(T)=d, \tag{51}$$

$$\frac{dx}{dt}=f(t,x,\varepsilon), \tag{52}$$

$$Ax(0,\varepsilon)+Bx(T,\varepsilon)=d\,, \tag{53}$$

$$\varepsilon\frac{dx}{dt}=f(t,x,\varepsilon)\,, \tag{54}$$

$$Ax(0,\varepsilon)+Bx(T,\varepsilon)=d\,. \tag{55}$$

Сан-аналитикалык ыкманын негизинде §6.2, §6.3 (48), (49) жана (50), (51) чектик маселелердин чыгарылыштарынын жашашы жана аларды издөө маселелери каралган.

(48), (49) чектик маселенин чыгарылышынын

$$\begin{gathered} x(t,c)=V(t)c+\int_0^t\left[V(t)V^{-1}(\tau)f(\tau)-\frac{1}{T}\int_0^T V(T)V^{-1}(s)f(s)ds\right]d\tau+ \\ +\frac{t}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+V(T))c], \end{gathered} \tag{56}$$

формуласынын негизинде табуугa болот, мында $V(t)$ - $\frac{dx}{dt}=P(t)x$ системасынын фундаменталдык чыгарылышы.

(56) туюнтма c параметринен көз каранды болгон функциялардын түрмөгүн түзөт.

Параметр c нын

$$\frac{t}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+V(T))c]-\frac{1}{T}\int_0^T V(T)V^{-1}(\tau)f(\tau)d\tau=0$$

Барабардыгы аткарылган маанилерине (56) формула (48), (49) чектик маселенин чыгарылышын берет.

1) $\det(B^{-1}A+V(T))\neq 0$ (жоюлуп кетпеген учур), анда

$$x(t)=V(t)(B^{-1}A+V(T))^{-1}B^{-1}d+\int_0^T G(t,\tau)f(\tau)d\tau$$

формуласы (48), (49) чектик маселенин чыгарылышын аныктайт, мында

$$G(t,\tau)=\begin{cases} V(t)[E-(B^{-1}A+V(T))^{-1}V(T)]V^{-1}(\tau), & \text{при} \quad 0\le\tau\le t\le T, \\ -V(t)(B^{-1}A+V(T))^{-1}V(T)V^{-1}(\tau), & \text{при} \quad 0\le\tau\le t\le T, \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt}=P(t)x+f(t),\ Ax(0)+Bx(T)=0\,, \tag{57}$$

чектик маселеси үчүн Гриндин функциясы

2) $\det(B^{-1}A+V(T))=0$ (жоюлуп кеткен учур).

Теорема 11. $\varphi_1(t),\ \varphi_2(t),...,\varphi_k(t)$ $(1\le k\le n)$ функциялары (57) чектик маселенин сызыктуу көз каранды эмес чыгарылыштары болсун.
Анда бул маселе туура келген бир тектүү эмес (48), (49) маселенин чыгарылышы, качан гана

$$\int_0^T \langle x^*(\tau),V(T)f(\tau)\rangle d\tau=\langle x^*(0),B^{-1}d\rangle$$

шарты аткарылганда бар болот, мында $x = x^*(t)$ $(x^*(t) = (V^{-1}(t))^* x^*(0))$ түйүндөш $\frac{dx}{dt} = -P^*(t)x,\ P^* x(0) + Qx^*(T)$ чектик маселенин чыгарылышы A, B, P, Q матрицалары $AP^* - BQ^* = 0$ барабардыгы менен байланышкан.

n - өлчөмдүү вектор-функция $f(t,x)$

$$(t,x) \in [0,\ T] \times S_\omega, S_\omega \subset R^n, \tag{58}$$

областында аныкталсын, мында D, областы E_n евклиддик мейкиндиктин жабык, чектелген областы жана ошондой эле

$$|f(t,x)| \le M, \tag{59}$$

$$|f(t,x') - f(t,x'')| \le K|x' - x''| \tag{60}$$

шарттарын канааттандырсын.

$\gamma = C_2 d_1 + \left(\frac{T}{2} C_1 C_3 + C_4\right) M + \beta$ жана

$$\gamma < \omega. \tag{61}$$

Ошондой эле

$$Q = \left(\frac{T}{2} C_1 C_3 + C_4\right) K < 1, \tag{62}$$

барабарсыздыгы орун алсын.

Теорема 12. $x = x^0(t,c)$ (58) областта (59)–(62) шарттарын канааттандырган (50), (51) чектик маселенин чыгарылышы болсун. Анда $(t,c) \in [0,\ T] \times S_\omega$ карата бир калыпта $x^0(t,c) = \lim_{m \to \infty} x_m(t,c)$ жана

$$\left|x^0(t,c) - x_m(t,c)\right| \le Q^m (E - Q)^{-1} \gamma,\ \ (m = 1, 2, ...)$$

барабарсыздыгы орун алат, мында $x_m(t,c)$

$$x_0(t,c) = c,$$

$$x_{m+1}(t,c) = V(t)c + \int_0^t \left[V(t)V^{-1}(\tau) f(\tau, x_m(\tau,c)) - \frac{1}{T}\int_0^T V(T)V^{-1}(\tau) f(\tau, x_m(\tau,c)) d\tau \right] d\tau +$$

$$+ \frac{t}{T}\int_0^T [V(t) - V(T)] f(\tau, x_m(\tau,c)) d\tau + \frac{t}{T}[B^{-1}d - (B^{-1}A + V(T))c],\ m = 0, 1, ...$$

алгоритм менен аныкталат.

(52), (53) жана (54), (55) чектик маселелердин асимптотикалык чыгарылышын тургузуу

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x,\varepsilon) - \frac{1}{T}\int_0^T f(t,x,\varepsilon) dt + \frac{1}{T}[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x(0,\varepsilon)], \tag{63}$$

$$x(0,\varepsilon) = a_0 + \varepsilon a_1 + ... + \varepsilon^n a_n + ..., \tag{64}$$

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = f(t,x,\varepsilon) - \frac{1}{T}\int_0^T f(t,x,\varepsilon) dt + \frac{\varepsilon}{T}[B^{-1}d - (B^{-1}A + E)x(0,\varepsilon)], \tag{65}$$

$$x(0,\varepsilon) = a_0 + \varepsilon a_1 + ... + \varepsilon^n a_n + ... \tag{66}$$

Коши маселелеринин асимптотикалык чыгарылыштарын табууга келтирилет.

§§6.4, 6.5 параграфтарда (63), (64) Коши маселесинин жана (52), (53) чектик маселесинин асимптотикалык чыгарылыштарын тургузуу маселелери каралган.

(65), (66) Коши маселесинин чыгарылыштарын

$$x(t,\varepsilon)=x_0(t)+\varepsilon x_1(t)+\varepsilon^2 x_2(t)+...+\varepsilon^n x_n(t)+..., \tag{67}$$

түрүндө издейбиз.

Теорема 13. $f(t,x,\varepsilon)$ функциясы

$$(t,x,\varepsilon)\in[0,T]\times S_\omega\times[0,\varepsilon_0] \quad (S_\omega\subset E_n)$$

областында төмөндөгүдөй шарттарды канаагаттандырсын:

1) $f(t,x,\varepsilon)$ функция x,ε боюнча аналитикалык функция;

2) $\frac{dy}{dt}=A(t)y \quad (A(t)\equiv f'_x(t,x_0(t),0)$ системасынын фундаменталдык чыгарылышы $V=V(t)$ жашасын, мында $x_0(t)$ (63) туура келген жоюлуучу теңдеменин чыгарылышы болсун;

3) 1 саны $K_1(t,s)=\int\limits_s^T\left(-\frac{1}{T}f'_x(s_1,x_0(s_1),0)\right)V(s)V^{-1}(s_1)ds_1$ ядросунун спектринде жатпасын жана $R(t,s)$ ядронун резольвентасы болсун дейли;

4) $c_1\gamma<1$, мында $\gamma=\max\limits_t\left|\int\limits_0^t V(t)V^{-1}(s)\left(1+\int\limits_0^T R(s,s_1)ds_1,\right)ds\right|$, c_1 -

$$g(t,u,\varepsilon)=f(t,u+X_n,\varepsilon)-f'_x(t,x_0(t),0)u-$$

$$-\frac{1}{T}\int\limits_0^T\left(f(t,u(t,\varepsilon)+X_n(t,\varepsilon),\varepsilon)-f'_x(t,x_0(t),0)u(t,\varepsilon)\right)dt+$$

$$+\frac{1}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+E)(u(0,\varepsilon)+X_n(0,\varepsilon))]-\frac{dX_n}{dt},$$

функциясы үчүн Липшицтин туруктуусу.

Анда $\bar{c}>0$, $\varepsilon_0>0$ жана $\delta(\varepsilon)>0$ болгондой чоңдуктар бар болуп, (63), (64) маселесин $x=x(t,x_0,\varepsilon)$ чыгарылышы үчүн $\left|x(t,x_0,\varepsilon)-X_n(t,x_0,\varepsilon)\right|\le\bar{c}\varepsilon^{n+1}$, $0\le t\le T$ чектөөсү орун алат.

(63), (64) Коши маселесин чыгарылышын асимптотикалык (67) ажырылышынан, (52), (53) чектик маселенин чыгарылышы белгисиз $a_0,a_1,a_{20},...,a_n,...$ параметрлерден көз каранды экендиги көрүнүп турат б.а. $x=x(t,a_0,a_1,...,a_n,...,\varepsilon)$ (§6.5).

Ушул себептен, эгерде

$$\Delta(a_0,a_1,...,a_n,...,\varepsilon)=0,$$

$$\Delta(a_0,a_1,...,a_n,...,\varepsilon)=\frac{1}{T}[B^{-1}d-(B^{-1}A+E)(a_0+\varepsilon a_1+...)]-$$

$$-\frac{1}{T}\int\limits_0^T f(t,x(t,a_0,...,a_n,...,\varepsilon),\varepsilon)dt,$$

анда $x=x(t,a_0,a_1,...,a_n,...,\varepsilon)$ функциясы (52), (53) чектик маселенин чыгарылышы болот.

Теорема 14. Теорема 13 шарттары аткарылсын дейли. Эгерде $\det(B^{-1}A+E)\neq 0$, анда (52), (53) чектик маселенин чыгарылышы үчүн

$$\left|x(t,\bar{a}_0,\bar{a}_1,...,\bar{a}_n,...,\varepsilon)-X_n(t,\bar{a}_0,\bar{a}_1,...,\bar{a}_n,...,\varepsilon)\right|\leq \bar{c}\varepsilon^{n+1}$$

барабарсыздыгы аткарылат.

(65), (66) Коши маселенин чыгарылышын

$$x(t,\varepsilon)=x_0(t)+\varepsilon x_1(t)+...+\varepsilon^n x_n(t)+...+\pi_0 x(\tau)+\varepsilon\pi_1 x(\tau)+...+\varepsilon^n\pi_n x(\tau)+..., \qquad (68)$$

түрүндө издейбиз.

Теорема 15. $f(t,x,\varepsilon)$ функциясы $(t,x,\varepsilon)\in[0,T]\times G\times[0,\varepsilon_0]$ $(G\subset R^n)$ областында төмөндөгүдөй шарттарды канааттандырсын дейли:

1) $f(t,x,\varepsilon)$ функциясы x,ε чоңдуктары боюнча аналитикалык функция;

2) $\det f_x(t,x_0(t),0)\neq 0,\ x_0(t)$ - «келтирилген» системанын чыгарылышы жана 1 саны $K(t,s)=-\frac{1}{T}f_x^{-1}(t,x_0(t),0)f_x(s,x_0(s),0)$ ядросунун спектрине жатпасын;

3) Бир тектүү $\varepsilon\frac{dW}{dt}=A(t)W,\ A(t)=f_x(t,x_0(t),0)$ теңдемесинин фундаменталдык чыгарылышы $W=W(t,s,\varepsilon)$ $(W(s,s,\varepsilon)=E)$ бар болуп

$$\left|W(t,s,\varepsilon)\right|\leq c\exp\left(-\frac{\delta}{\varepsilon}(t-s)\right) \text{ при } 0\leq s\leq t\leq T$$

учурда, барабарсыздыгын канаагаттандырсын;

4) $\frac{c_1 c}{\delta}<1$.

Анда $\bar{c},\ \varepsilon_0>0$ жана $\delta(\varepsilon)>0$ $x=x(t,x_0,\varepsilon)$ бар болуп, (65), (66), маселесин $x=x(t,x_0,\varepsilon)$ жалгыз чыгарылышы бар болот жана $\left|x(t,x_0,\varepsilon)-X_n(t,x_0,\varepsilon)\right|\leq\bar{c}\varepsilon^{n+1}$, чектөөсү орун алат.

Теорема 16. Теорема 17 шарттары аткарылсын дейли. Эгерде $\det(B^{-1}A+E)\neq 0$, анда (54), (55) чектик маселенин чыгарылышы бар болуп, $0\leq t\leq T$ болгондогу *t*-нын маанилери үчүн

$$\left|x(t,a_0,a_1,...,\varepsilon)-X_n(t,\bar{a}_0,\bar{a}_1,...,\varepsilon)\right|\leq\bar{c}\varepsilon^{n+1}$$

чектөөсү орун алат.

Диссертациянын негизги мазмуну төмөндөгү иштерде жарык көрдү:

1. Алымбаев А.Т. Численные, численно-аналитические и асимптотические методы исследования краевых задач. [Текст] / А.Т. Алымбаев – Бишкек: Издательство КНУ, 2015, – 205 с.
2. Алымбаев А.Т. Численная реализация метода интегро-дифференциальных уравнений для построения решения краевой задачи системы дифференциальных уравнений с малым параметром. [Текст] / А.Т.Алымбаев, Назира Сагынтай кызы // Материалы международной научно-практической конференции, приуроченной году

нравственности, воспитания и культуры «Наука и образование: современные проблемы и перспективные направления инновационного развития» // Вестник ИГУ. –Каракол: 2017.–№44. –С. 20-24.
3. Алымбаев А.Т. Об одном приближенном методе исследования линейной краевой задачи для системы квазилинейных дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т. Алымбаев // Наука, новые технологии и инновации Кыргызстана. –Бишкек: 2017. –№5. – С. 63-69.
4. Алымбаев А.Т. Об одном численно-аналитическом методе исследования периодической краевой задачи с ускоренной сходимостью. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Материалы третьей республиканской научной конференции, посвященной памяти профессора Р. Усубакунова. Вестник КГУ им. Арабаева. –2014. – №3. – С. 278-282.
5. Алымбаев А.Т. О нахождении периодических решений автономных систем интегро-дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т. Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1983. – Вып. 16. – С. 226-233.
6. Алымбаев А.Т. Двухточечная краевая задача с линейными граничными условиями [Текст] / А.Т.Алымбаев // Дифференциальные уравнения и их приложения. Тезисы докладов республиканской научной конференции. г. Ош, 1993.– С. 13.
7. Алымбаев А.Т. О периодических решениях нелинейных интегро-дифференциальных уравнений второго порядка. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1984. –Вып. 17. – С. 85-93.
8. Алымбаев А.Т. Периодические решения одного класса интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1985. – Вып. 18. – С. 219-226.
9. Алымбаев А.Т. Периодические решения системы автономных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1987. – Вып. 20. – С. 15-23.
10. Алымбаев А.Т. О периодических решениях дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1988. – Вып. 21. – С. 190-198.
11. Алымбаев А.Т. Периодические решения системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1988. – Вып. 21. – С. 116-123.
12. Алымбаев А.Т. Периодические решения системы нелинейных дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Фрунзе: Илим, 1989. – Вып. 22. – С. 139-143.

13. Алымбаев А.Т. Краевая задача для нелинейных разностных систем. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 1991. – Вып. 24. – С. 220-225.
14. Алымбаев А.Т. Методы Рунге-Кутты для нелинейных периодических систем. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 1994. – Вып. 25. – С. 12-16.
15. Алымбаев А.Т. Двухточечные краевые задачи системы обыкновенных дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // IV республиканская научно-методическая конференция «Компьютера в учебном процессе и современные проблемы математики», часть II. – 1996. – С. 20-24.
16. Алымбаев А.Т. Краевая задача для системы сингулярно-возмущенных линейных дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям.– Бишкек: Илим, 1997. – Вып. 26. – С. 10-15.
17. Алымбаев А.Т. Интегральные уравнения численно-аналитического метода [Текст] / А.Т.Алымбаев // Исслед. по интегро-дифференц. уравнениям.– Бишкек: Илим, 1997. – Вып. 26. – С. 20-26.
18. Алымбаев А.Т. Периодическое решение системы интегро-дифференциальных уравнений описывающих взаимодействия видов [Текст] / А.Т.Алымбаев, А.Б.Байзаков, Ж.А.Алымбаев // Материалы II международной научно-практической конференции: Теоретические и практические аспекты развития современной науки, Бишкек: 2013. – С. 246-250.

РИНЦ–те индекстерилген чет мамлекеттик мезгилдүү басма сөздөрдө жарык көргөн статьялар :

19. Алымбаев А.Т. Периодическое решение системы нелинейных дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Приволжский научный вестник.– Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 25.11.2016.–№12.–1(64). – С. 17-23, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
20. Алымбаев А.Т. Об одном интегральном уравнении смешанного типа. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Приволжский научный вестник.– Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 25.11.2016.–№12.–1(64). – С. 17-23, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
21. Алымбаев А.Т. Периодическое решение интегро-дифференциального уравнения с конечным последействием. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Приволжский научный вестник. – Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 27.05.2016. – №5 (57). – С. 10-14, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
22. Алымбаев А.Т. Нахождение периодического решения системы интегро-дифференциального уравнения с бесконечным последействием. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Приволжский научный

вестник.– Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 27.05.2016. –№5 (57). –С. 5-9, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.

23. Алымбаев А.Т. Численная реализация численно-аналитического метода с ускоренной сходимостью. [Текст] / А.Т.Алымбаев, А.Б. Байзаков // Приволжский научный вестник.– Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 28.07.2016. –№7 (59). – С. 10-16, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
24. Алымбаев А.Т. Об одном приближенном методе исследования краевых задач с ускоренной сходимостью. [Текст] / А.Т.Алымбаев, А.Б. Байзаков // Приволжский научный вестник. – Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 28.07.2016. – №7 (59). –С. 5-9, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
25. Алымбаев А.Т. Численные методы исследования краевых задач. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Приволжский научный вестник. – Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 18.04.2017. –№4 (68). – С. 12-18, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
26. Алымбаев А.Т. Численная реализация метода численного решения краевой задачи системы дифференциальных уравнений. [Текст] / А.Т.Алымбаев// Приволжский научный вестник. – Ижевск: Издательский Центр Научного просвещения, 18.04.2017. –№4 (68). – С. 5-11, импакт-фактор РИНЦ- 0,146.
27. Алымбаев А.Т. Периодическое решение системы автономных интегро-дифференциальных уравнений с бесконечным последействием. [Текст] / А.Т.Алымбаев // Проблемы современной науки и образования, – Иваново: Проблемы науки, 25.01.2017. – №3(85). – С. 6-16, импакт-фактор РИНЦ- 2,13.

РЕЗЮМЕ

Алымбаев Асангул Темиркулович

Численно-аналитические и асимптотические методы исследования краевых задач дифференциальных, интегро-дифференциальных уравнений

Диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Ключевые слова: Краевая задача, периодическое решение, дифференциальное уравнение, интегро-дифференциальное уравнение, приближенный метод с ускоренной сходимостью, линейные и квазилинейные дифференциальные уравнения, метод интегро-дифференциальных уравнений.

Объекты исследования:

Периодические и двухточечные краевые задачи системы дифференциальных и интегро – дифференциальных уравнений.

Цель работы:

– исследование вопроса существования и построения периодических решений системы квазилинейных ИДУ с конечным последействием и ИДУ общего вида бесконечным последействием, обладающий свойством автономности;

– изучение задачи разрешимости ИУ смешанного типа и построения приближенных решений;

– изучение вопроса построения решения краевых задач для ДУ с линейными не разделяющимся граничными условиями;

– построения асимптотического разложения по степеням малого параметра решения краевых задач для ДУ с регулярным и сингулярным возмущением.

Методы исследования:

Для достижения цели и решения задач диссертации, главным образом применяются аппараты численно-аналитического метода, предложенный Самойленко А.М., теория интегро-дифференциальных уравнений разработанный Быковым Я.В., теория метода малого параметра, теория метода пограничных функций и аппарат метода Ньютона-Канторовича, обеспечивающий ускоренную сходимость приближенного решения к точному решению краевой задачи.

Научная новизна:

– Впервые численно-аналитический метод А.М. Самойленко применен и обоснован для исследования периодических решений системы автономных ИДУ с конечным и бесконечным последействием;

– Разработан и математически обоснован метод последовательных приближений обеспечивающий ускоренной сходимостью приближенных решений краевых задач к точному решению ДУ;

– Найдены условия существования и единственности решения ИУ именуемое как ИУ в численно-аналитическом методе;

– Разработана модификация численного метода Рунге-Кутта для построения численных решений краевых задач системы ДУ;

– Найдены условия существования и построены решения краевых задач системы линейных и квазилинейных ДУ;

– Разработан и обоснован метод ИДУ исследования краевых задач системы ДУ с регулярными и сингулярными возмущениями.

РЕЗЮМЕ

Алымбаев Асангул Темиркулович

Дифференциалдык, интегро – дифференциалдык теңдемелер үчүн чекттик маселелерди изилдөөнүн сан – аналитикалык жана асимптотикалык ыкмалары

Физика – математика илимдерини докторлук окумушту даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертация 01.01.02 – дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдуу башкаруу адистиги.

Урунтуктуу сөздөр: Чектик масеелер, мезгилдик чыгарылыштар, дифференециалдык теңдеме интегро – дифференциалдык теңдеме, чыгарылышка тездетилип жыйналуучу ыкма, сызыктуу жана квазисызыктуу диффенциалдык теңдеме, интегро – дифференциалдык теңдемелер ыкмасы.

Изилдөө объектиси: дифференециалдык,интегро – дифференциалдык теңдемелердин системасы үчүн мезгилдик жана эки чекиттүү чектик маселелер.

Изилдөө максаты: Автономдук касиетке ээ болгон интегро – дифференциалдык теңдемелердин мезгилдик чыгарылышынын жашашын жана аны табуу үчүн А.М. Самойленконун сан – аналитикалык ыкмасын негиздөө. Аралаш тектеги интегралдык теңдеменин чыгарылышынын жашашын жана аны тургузуу маселелерин изилдөө. Дифференциалдык теңдемелердин чыгарылышына тездетилип жыйналуучу ылдамдыкты камсыз кылган ыкманы негиздөө. Чектик маселенин сандык чыгарылышы үчүн Рунге – Куттанын ыкмасынын модификациясын негиздөө.

Изилидөөнүн ыкмалары: Самойленко А.М сунуштаган сан-аналитикалык ыкманын аппараты, Быков Я.В иштеп чыккан интегро – дифференциалдык теңдемелердин теориясы, кичине параметр теориясынын ыкмасы, аймактар функциясынын теориясы, чектик маселенин так чыгарылышына, жакындаштырылган чыгарылыштын тездетилип жыйналышын камсыз кылган Ньютон – Канторовичтин ыкманыны аппараты.

Илимий жаңылыктар:

- Биринчи жолу автономдук касиетке ээ болгон интегро – дифференциалдык теңдемелердин мезгилдик чыгарылышын изилдөөдө Самойленко А.М. сан – анаоитикалык ыкмасы колдонулуп жана негизделди;
- Чектик маселенин так чыгарылышына жакындаштырылган чыгарылыштын тездетилип жыйналуусун камсыз кылган ыкманы иштеп чыгуу жана негиздөө;
- Сан – аналитикалык ыкманын интегралдык теңдемеси деп аталуучу интегралдык теңдеменин чыгарылышынын жашашын жана жалгыздыгын изилдөө;
- Сызыктуу жана квазисызыктуу чектик маселлнин чыгарышынын жашашы жана аны тургузуу маселелерин изилдөө;
- Регулярдуу жана сингулярдуу дүүлүктүрүлгөн теңдемелерди изилдөө үчүн интегро – дифференциалдык теңдемелерди иштеп чыгуу жана негиздөө;

- Дифференциалдык теңдеме үчүн чектик маселенин сандык чыгарылышын табууну камсыз кылган Рунге – Куттанын ыкмасынын модификациясын иштеп чыгуу.

SUMMARY

Alymbaev Asangul Temirkulovich

Numerical-analytical and asymptotic methods for investigating boundary-value problems of differential, integro-differential equations

Thesis for the degree of Doctor of Physical and Mathematical Sciences, specialty 01.01.02 - differential equations, dynamic systems and optimal control.

Keywords: boundary value problem, periodic solution, differential equation, integro-differential equation, approximate method with accelerated convergence, linear and quasilinear differential equations, the method of integro-differential equations.

Objects of research:

Periodic and two-point boundary value problems of a system of differential and integro-differential equations.

Objective:

- study of the existence and construction of periodic solutions of a system of quasilinear IMU with finite aftereffect and an IMU of a general kind with an infinite aftereffect, possessing the property of autonomy;
- study of the problem of solvability of mixed type IC and construction of approximate solutions;
- study of the problem of constructing a solution of boundary value problems for DM with linear non-separating boundary conditions;
- the construction of an asymptotic expansion in powers of the small parameter of the solution of boundary value problems for DW with a regular and singular perturbation.

Methods of research:

To achieve the goal and solve the problems of the dissertation, the apparatus of the numerical-analytical method proposed by Samoilenko AM, the theory of integro-differential equations developed by Bykov YV, the theory of the small parameter method, the theory of the method of boundary functions and the apparatus of the Newton- Kantorovich, which ensures the accelerated convergence of the approximate solution to the exact solution of the boundary value problem.

Scientific novelty:

- For the first time the numerical-analytical method Samoilenko was applied and justified for the study of periodic solutions of autonomous SIDEs with finite and infinite aftereffect;
- The method of successive approximations is developed and mathematically justified, which ensures the accelerated convergence of approximate solutions of boundary value problems to the exact solution of the SDE;
- The questions of the existence and uniqueness of the SIC solution are considered as the SIC in the numerical-analytical method;
- The method of reducing the boundary value problem for a CDS with a regular and singular perturbation with respect to a small parameter, to the Cauchy problem for SIDE, we construct an asymptotic solution of the boundary value problem;
- Existence questions and construction of boundary value problems of linear and quasilinear SDEs are studied;
- A modification of the Runge-Kutta numerical method for constructing numerical solutions of the boundary value problems of the SDE was developed.