КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫНЫН УЛУТТУК ИЛИМДЕР АКАДЕМИЯСЫ
МАТЕМАТИКА ИНСТИТУТУ

Ж.БАЛАСАГЫН АТЫНДАГЫ КЫРГЫЗ УЛУТТУК УНИВЕРСИТЕТИ

Д01.17.560 Диссертациялык кеңеши

Кол жазманын укугунда
УДК 517.9

Алиева Айнур Рабатовна

КОШИНИН ШАРТТАРЫ МЕНЕН ЖЕКЕЧЕ ТУУНДУЛУУ СИНГУЛЯРДЫК КОЗГОЛГОН ИНТЕГРАЛДЫК ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРИ

Адистиги 01.01.02 –Дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу

Физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертациянын

АВТОРЕФЕРАТЫ

Бишкек – 2017

Диссертациялык жумуш КР Улуттук илимдер академиясынын математика институтунда аткарылган

Илимий жетекчиси: **Омуров Т. Д.** - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор

Расмий оппоненттер: **Асанов А.** - физика-математикалык илимдердин доктору, профессор,

Белеков К.Ж. - физика-математикалык илимдердин кандидаты

Жетектөөчү мекеме: Ош мамлекеттик университети
Дареги: 723500,
Ош шаары, Ленин көчөсү, 331.

Диссертацияны коргоо 2018-жылдын 23-январында саат 16^{00}тө Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын Математика институтунун жана Ж. Баласагын атындагы Кыргыз улуттук университетиндеги физика-математика илимдеринин доктору (кандидаты) окумуштуулук даражасын изденип алынуучу диссертацияларды коргоо боюнча Д 01.17.560 Диссертациялык кеңешинин отурумунда өткөрүлөт.
Дареги: Кыргызстан, 720054, Бишкек шаары, Абдымомунов көчөсү -328, КУУнун № 6-лабораториялык имараты, 211-аудитория.

Диссертация менен Кыргыз Республикасынын Улуттук илимдер академиясынын борбордук илимий китепканасынан жана МИ http://math.aknet.kg/zashity.html сайтынан таанышууга болот.
Дареги: Кыргызстан, 720071, Бишкек шаары, Чүй проспектиси, 265-а.

Автореферат таркатылган “___” _____________2017-ж.

Диссертациялык кеңештин
окумуштуу катчысы
ф.-м. и. д., профессор Байзаков А.Б.

ИШТИН ЖАЛПЫ МҮНӨЗДӨМӨСҮ

Диссертациянын темасынын актуалдуулугу. Математикалык моделдерди түзүүдө ар түрдүү толкундануу процесстери үчүн жана ар тараптуу изилдөөдө прикладдуу математикада эң маанилүү маселе каралат. Бул илимый аймактагы маанилүү изилдөөнүн багыттары болуп А.А. Андронов-дун, Н.Н. Боголюбовдун, В. Вазовдун, Н.М. Крыловдун, Л.С. Понтрягиндин, А.Н. Тихоновдун жана башкалардын иштелип чыккан эмгектери аталат.

Ниже мы используем гильбертовы пространства $L^2(R)-$ квадратично интегрируемых функций в области R и $L_h^2(D)-$ также в области D с неотрицательной функцией - весом $h(\tau)$.

Кичи оң параметри (аларды ε, ε_1, ε_2 деп белгилейбиз) улуу туундусуна көбөйтүлгөн, сингулярдык козголгон (СК) дифференциалдык теңдемелерди (ДТ) жана интегро-дифференциалдык теңдемелерди (ИДТ) жана мындай теңдемелер үчүн дал келген маселелерди (СКМ) ушунун максатында карайбыз. ε, ε_1, ε_2 нөлгө теңдегенде алынган маселелер кубулган маселелер (КМ) деп аталат. Сингулярдуу козголгон маселелердин теориясын тургузуу-да маанилүү болгон мейкиндиктеги изилденген маселе үчүн эң чоң оптимал-дуу тандоо физикалык процесстеги сүрөттөлүшү эң жөнөкөй. Кийинчирээк R–деги квадраттык интегралдануучу функциялардын Гильберт мейкиндигин ($L^2(R)$) жана ошондой эле D аймагындагы $h(\tau)\geq 0$ салмак-функциясы менен мейкиндигин $(L^2{}_h(D))$ колдонобуз.

Сингулярдуу козголгон теорияда А.Н. Тихоновдун эмгек пикирин өнүктүрүүдө К. Алымкуловдун, В.М. Бабичтин, В.С. Булдыревдин, В.П. Бутузовдун, А.Б. Васильеванын, М. Ван Дайктын, А. А. Дородницындин, А.Г. Елисеевдин, А.М. Ильиндин, М.И. Иманалиевдин, К. Какишовдун, К. А. Ка-сымовдун, С. Каримовдун, С.А. Ломовдун, Е.Ф. Мищенконун, Н.Х. Розов-дун, Л.С. Понтрягиндин, А.С. Омуралиевдин, Т.Д. Омуровдун жана башка изилдөөчүлөрдүн белгилүү эмгектери. $\varepsilon \to 0$ умтулса, асимптотикалык ажыроону түзүү ар түрдүү ыкмалар иштелип чыккан. Кичине эмес аймактагы аныкталган чекитте четки катмарлуу функциялар каралды. М.И. Иманали-евдин, П.С. Панковдун, Г.М. Кенебаеванын эмгектеринде кадимки СКДТ үчүн жалпыланган (ошондой эле, кыймылдоочу) четки катмарлуу функция-лар табылды.

Кошумча четки катмарлуу аймагында сызыктуу эмес СКМ жана топтолгон булактарда үзүлүшү менен маселелерди изилдөөдө маанилүү жаратылган кыйынчылыктарды туудурат. Атайын четки катмарлуу областында Бенжамин-Бона-Махони (ББМ) тибиндеги СКМ дагы окшош кыйынчылыктар туулат.

Ошондуктан, диссертациялык иште КМ чыгарылышы, четки катмарлуу түрүндөгү функция жана калдыктуу функциясы менен сызыктуу интегралдык оператор камтылган асимптотикалык мүнөздөгү ажыроо четки катмарлуу функция усул сунушталды. Иштелип чыккан усул салмактуу мейкиндикте $L_h^2(D)$ СК жана КМ чыгарылышынын жакындыгы эффективдүү баалаганга жардам берет, качан $L^2(R)$ кирүү маалыматы жөнүндө априордук билдирүү берилгенде. Иштин актуалдуулугу ушунда.

Эки жана андан көбүрөөк кичине параметри менен СКМ көптөгөн илимдин айланасында кездешээрин белгилейбиз. Мисалы, гидродинамиканын маселеринде эки параметри менен теңдеме изилденген, качан $\rho^{-1}A_\tau = \varepsilon$ кинематикалык коэффициент «элестелилген» турбулентик агымдын илээшкичтиги, кинематикалык илээшкичтик коэффициенти : $\mu = \rho^{-1}\nu$ ламинардык агым (A_τ - турбулентик алмашуу коэффициенти). Ошондуктан, бул иште эки кичи параметри менен СКТ изилденди.

Иштин максаты болуп чектелбеген областында Кошинин шарттары менен жекече туундулуу ИДТ үчүн $L_h^2(D)$да СК жана КМ чыгарылыштарынын жакындоосун табуу эсептелинет.

Изилдөөнүн усулу. Изилдөөнүн негизги усулу областагы КМ теориясында – экинчи түрдө интегралдык теңдемелер (ИТ-II) теориясы, Банахтын принциби жана Пикардын усулу; СКМ теориясында – асимптотикалык мүнөздөгү берүү СКМ үчүн, интегралдык кайра өзгөртүү усулу, функционалдык жана математикалык элементтери болуп саналат.

Илимий жаңылык:

1) Иштелип чыккан усулдун негизинде четки катмарлуу функция кармалган жана калдыктуу функциясы менен сызыктуу интегралдык оператордун $L_h^2(D)$ де СКМ (ББМ) тибиндеги чыгарылышы алынды.

2) $L_h^2(D)$де СКМ жана КМ жыйынтыгын эсепке алуу менен маселердин жакындоосу далилденди

3) $L_h^2(D)$де СКМ (ББМ) тибиндеги иштелип чыккан теория Кошинин шарттары менен СКИДТ гипербола тибиндеги теңдемелерге модификацияланды.

4) Эки кичи параметри менен СКИДТ үчүн алынган натыйжалары жалпыланды.

Теоретикалык жана практикалык баалуулугу. Диссертация теоретикалык мүнөздө жана анын натыйжаларын аспирантар, докторанттар, ушул областагы специалисттер колдонушу мүнкүн. Усулдун максаты СКМ асимптотикалык аппроксимацияны тургузуу, аныкталган мейкиндикте качан кичи параметр нөлгө умтулгандагы СК жана КМ чыгарылыштарынын жакындоосун баалоо жана изилденген маселелер чечилишин далилдөөгө боло тургандыгы саналат. Ошондуктан диссертациядагы натыйжалар коюлган суроолорго гана жооп бербестен сызыктуу эмес СКМ теориясын толуктайт жана гидродинамикада, математикалык физикада айкын маселердин чыгарылышы үчүн колдонулушу мүнкүн.

Коргоого коюлган негизги жоболор:

– СКМ изилдөө үчүн оптималдуу мейкиндикте тандоо;

– тандалган мейкиндикте $L_h^2(D)$ СКМди чыгаруунун алгоритмин иштеп чыгуу;

– $L_h^2(D)$ де СКМди чыгаруучугугун далилдөө;

– $L_h^2(D)$ де СК и КМ чыгарылыштарынын жакындашын бекитүү;

$-L_h^2(D)$ де эки кичи параметри менен СКМне СКМди чыгаруунун сунушталган усулун жалпылоо;
$-L^2(R)$ де априордук билдирүүсү менен гиперболалык типтеги экинчи тартиптеги СКИДТ үчүн (СКМ) үчүн (ББМ) тибиндеги алынган натыйжаларды модификациялоо.

Иштин апробациясы. Иштин натыйжасы
- КР УИАнын Теориялык жана колдонмо математика институтунун (2015, академик Иманалиев М.И. жетекчилиги астында),
- Ж. Баласагын атындагы КУУ дифференциалдык теңдемелер жана математикалык анализ кафедрасынын (2017, проф. Байзаков А.Б. жетекчилиги астында),
- КУУ Навье-Стокс ИИБНИН (2017, проф. Омуров Т.Д. жетекчилиги астында) семинарларында
жана Ысыккөлдөгү математикалык форумда, Бостери айылы (2015 июну) сүйлөп чыгарылды.

Публикациялар. Диссертациялык иштин темасы боюнча 11 илимий макала, алардын ичинен 3 макала чет өлкөдө [8,10,11] жарыяланды жана 4 макала [1-4] өзүнө тиешелүү. Чогуу чыгарылган иште [5-11] коюлган маселе жана негизги ой пикир четки катмарлуу функцияны модификациялоо илимий жетекчи аркылуу сунушталды, натыйжаны талкулоо башка авторлошторго тиешелүү, негизги леммалар жана теоремалар жана баардык илимий натыйжалар авторго тиешелүү.

Диссертациянын түзүлүшү жана көлөмү. Диссертацияда колдонулуучу белгилердин жана аныктамалардын тизмесинен, кириш сөздөн, параграфтарга бөлүнгөн, тыянактар менен үч главадан, корутундудан жана 64 аталышынан турган колдонулган адабияттардан турат. Тексттин көлөмү 84 бет.

Иштин кыскача мазмуну

Биринчи главада СКМ боюнча жалпы обзор берилди жана СКМ аймагында көйгөйлүү суроолор көрсөтүлдү. Диссертациялык иште биринчи главанын тыянагында маселелер бир формулага келтирилгенин чечүү талап кылынды.

Экинчи главада сызыктуу эмес СКМ жекече туундусундагы (ББМ) тибиндеги Кошинин шарттары менен интегралдуу дифференциалдык теңдемелер изилденди.

2.1 параграфта (ББМ) тибиндеги Кошинин шарттары менен СКИДТ карайбыз.

$$\varepsilon[\varepsilon u_{tx^2}+\beta(uu_{tx}+uu_{x^2})+\varepsilon u_{x^3}]-(u_x+u_t)=f(t,x)+\lambda Ku, \tag{2.1.1}$$

$$\begin{cases} u(0,x)=\vartheta(0,x)+b_0(x,\varepsilon),\ \forall x\in R, \\ Ku\equiv\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(t,x,\tau)u^2(t,\tau)d\tau,\ \ (t,x,\tau)\in D_1=D\times R;\ \ D=\{(t,x):0\le t\le T, x\in R\}, \end{cases} \tag{2.1.2}$$

бул жерде $0<\beta,\lambda=const<1,\ b_0(x,\varepsilon), f, K-$ белгилүү функция, ошондой эле

$$\begin{cases} C^3(R)\ni b_0(x,\varepsilon),\ \ C^{1,3}(D)\ni f(t,x),\quad 0\le K(t,x,\tau)\in C^{1,3,0}(D_1), \\ (\sup\limits_D \int\limits_{-\infty}^{\infty} |K(t,x,\tau)|^2 d\tau)^{\frac{1}{2}} \le C_1=\text{const},\ (K(t,x,\tau)\le K_0, \forall(t,x,\tau)\in D_1), \\ \sup\limits_D \int\limits_{-\infty}^{\infty} \ |K(t,x,\tau)|d\tau \le C_2=\text{const},(\mathrm{C}_0=\max(C_1,C_2). \end{cases} \quad (2.1.3)$$

Априордук билдирүү берилет (2.6):

$$\begin{cases} C^3(R)\cap L^2(R)\ni b_0(x,\varepsilon),\ \ (|b_0|\le m_*\ , \forall(t,x)\in D); b_0(x,\varepsilon) \not\to 0,\ \ \text{когда}\ \ \varepsilon\to 0, \forall x\in R, \\ \|b_0(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)} = (\int\limits_R \ |b_0(\tau,\varepsilon)|^2\, d\tau)^{\frac{1}{2}} \le m_1\varepsilon^{\gamma}, (0<\gamma<1;\ 0<m_*, m_1=const). \end{cases} \quad (*)$$

КМ мындай түргө келтирилет

$$\vartheta_x+\vartheta_t=-(f(t,x)+\lambda K\vartheta), \quad (2.1.4)$$

$$\vartheta|_{t=0}=\vartheta(0,x)\equiv\varphi_0(x)\in C^3(R), \forall x\in R. \quad (2.1.5)$$

Вольтерра тибиндеги ИТ-II ага эквиваленттүү

$$\vartheta(t,x)=\vartheta(0,x-t)-\int\limits_0^t[f(s,x-(t-s))+\lambda\int\limits_{-\infty}^{\infty} K(s,x-(t-s),\tau)\vartheta^2(s,\tau)d\tau]ds\equiv(B\vartheta)(t,x). \quad (2.1.6)$$

2.1.1 лемма. Эгерде белгилүү f, K функциялары үчүн (2.1.3) орун алса жана B оператору Банахтын принцибинин шартын алат:

$$d=2\lambda r_0 C_0 T<\lambda C_0[2r_0T+2r_0T^2+2Tm_1]\le\frac{1}{2}, \quad (2.1.7)$$

$$\begin{cases} B: S_r(\vartheta_0)\to S_r(\vartheta_0), \\ \|B\vartheta_0-\vartheta_0\|_C\le(1-d)r;\ \ S_r(\vartheta_0)=\{\vartheta: |\vartheta-\vartheta_0|\le r, \forall(t,x)\in D\},\ \ (\|\vartheta\|_C\le r_0), \end{cases} \quad (2.1.8)$$

жана $\vartheta(0,x)\in C^3(R)$, маселе (2.1.4), (2.1.5) $\vartheta\in C^{1,3}(D)$ да чыгарылат.

2.1.1 лемманын шарттарында (2.1.1), (2.1.2) маселинин чыгарылышын издейбиз

$$\begin{cases} u_\varepsilon=\vartheta(t,x)+\Pi(t,x,\varepsilon)+\Im\xi_\varepsilon, \\ \vartheta(t,x)|_{t=0}=\vartheta(0,x)\equiv\varphi_0(x),\ \ \forall x\in R, \\ \Pi(t,x,\varepsilon)|_{t=0}=b_0(x,\varepsilon),\ \ \forall x\in R, \\ \Im\xi_\varepsilon\equiv\dfrac{1}{\varepsilon^2}\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{x-t+\nu} e^{-\frac{1}{\varepsilon}(x-t+\nu-s)}\int\limits_s^{\infty} e^{\frac{1}{\varepsilon}(s-\tau)}\xi(\nu,\tau)d\tau ds d\nu. \end{cases} \quad (2.1.10)$$

$\Pi(t,x,\varepsilon)$ четки катмарлуу тибиндеги функция теңдемеден аныкталат

$$\Pi_t(t,x,\varepsilon)+\Pi_x(t,x,\varepsilon)=0, \quad (2.1.14)$$

башкача айтканда

$$\begin{cases} \Pi(t,x,\varepsilon)=b_0(x-t,\varepsilon), \forall(t,x)\in D, \\ \Pi(t,x,\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}\begin{cases} 0, & x\neq t, \\ m_0, & x=t, (b_0(0,\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} m_0=\text{const}) \end{cases} \end{cases} \quad (2.1.15)$$

баалоосу менен

$$\begin{cases} \|\Pi\|_{L_h^2(D)} = (\sup_{[0,T]} \int_0^t \int_R h(\tau)|b_0(\tau - s, \varepsilon)|^2 \, d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \le \sqrt{T\tilde{h}_0} \times m_1 \varepsilon^{\gamma} = m_2 \varepsilon^{\gamma} \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0, \\ m_2 = \sqrt{T\tilde{h}_0} \times m_1; \ 0 < \gamma < 1; \ 0 \le h \le \tilde{h}_0 < \infty : \int_R h(\tau) d\tau \le h_0. \end{cases} \tag{2.1.16}$$

2.1.2 лемма. (*), (2.1.16) шарттарындагы четки катмарлуу функция жападан жалгыз аныкталат жана $L_h^2(D)$де алганда $\varepsilon \to 0$ умтулса, нөлгө жыйналат.

2.1.3 лемма. 2.1.1, 2.1.2 леммалардын шарттарында $\xi_\varepsilon \in C(D)$ функция жападан жалгыз аныкталат, ошондой болсо да

$$\begin{cases} \|\xi_\varepsilon\|_C \le (1 - d_P)\|Y_\varepsilon\|_C \le (1 - d_P)\Delta_1(\varepsilon) = \Delta_2(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0, \\ d_P < 1; \ |\Upsilon(\varepsilon, t, x)| \le \lambda[2r_0 C_1 m_1 \varepsilon^{\gamma} + K_0 m_1^2 \varepsilon^{2\gamma}] + 2\tilde{r}_0(\varepsilon^2 + \beta\varepsilon(r_0 + m_*)) = \Delta_1(\varepsilon). \end{cases} \tag{2.1.22}$$

2.1.1 теорема. 2.1.1-2.1.3 леммалардын шарттары аткарылышында (2.1.1), (2.1.2) берилген СКМ жалгыз чыгарылышка ээ болот, (2.1.10) түрүндө көрсөтүлөт.

$$\|u(t,x) - \vartheta(t,x)\|_{L_h^2(D)} \le \sqrt{2}[T\tilde{h}_0 \times (m_1\varepsilon^{\gamma})^2 + (T\Delta_2(\varepsilon))^2 h_0 T]^{\frac{1}{2}} = N_0(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} 0. \tag{2.1.23}$$

Иште мисал келтирилген, анда 2.1.1 теореманын баардык шарттары аткарылат.

2.2 параграфта $D_0 = \{(t,x) : 0 < t \le T, x \in R\}$ аймагында СКМ карайбыз.

$$\varepsilon^2[u_{tx^2} + u(t,x)(Ku)(t,x) + u_{x^3}] - \alpha^2(u_x + u_t) + u = f(t,x) + e^{-\frac{(x-t)^2}{\varepsilon}}, \tag{2.2.1}$$

$$\begin{cases} u(0,x) = \vartheta(0,x) + e^{-\frac{x^2}{\varepsilon}}, \ \forall x \in R, \\ Ku \equiv \int_{-\infty}^{\infty} K(t,x,\tau) u_\tau(t,\tau) d\tau, \ ((t,x,\tau) \in D \times R), D = \{(t,x) : 0 \le t \le T, x \in R\}, \end{cases} \tag{2.2.2}$$

Мында $0 < \alpha = \text{const} < \infty, C^{1,3}(D) \ni f(t,x), \ C(D_1) \ni K -$ белгилүү жана чектелген функция, андан дагы $0 \le K(t,x,\tau)$ жана Rде τ боюнча интегралдануучу

функция $\begin{cases} (\sup_D \int_{-\infty}^{\infty} |K(t,x,\tau)|^2 d\tau)^{\frac{1}{2}} \le C_1 = \text{const}; \ (t,x,\tau) \in D_1, \\ \sup_D \int_{-\infty}^{\infty} |K(t,x,\tau)| d\tau \le C_2 = \text{const}, (C_0 = \max(C_1, C_2). \end{cases}$

Кошумча шарт киргизилди:

$$\begin{cases} b_{0x}(x,\varepsilon) \equiv -2\frac{1}{\varepsilon} x e^{-\frac{x^2}{\varepsilon}}, \\ \|b_{0x}(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)} = (4\frac{1}{\varepsilon}\int_R \frac{\tau^2}{\varepsilon} e^{-2\frac{\tau^2}{\varepsilon}} d\tau)^{\frac{1}{2}} \le (4\frac{1}{\varepsilon} e^{-1})^{\frac{1}{2}} (\sqrt{\varepsilon} \int_R e^{-\rho^2} d\rho)^{\frac{1}{2}} = 2\sqrt[4]{\pi}\varepsilon^{-\frac{1}{4}} = \tilde{m}_1 \varepsilon^{-\beta}. \end{cases}$$

Мында кийинки түрүндөгү априордук билдирүү берилет

$$
\begin{cases}
C^3(R)\cap L^2(R)\ni b_0(x,\varepsilon)\equiv e^{-\frac{x^2}{\varepsilon}},\ \ \forall x\in R,\ \ (|b_0|\le 1,\ \forall x\in R),\\
b_{0x}(x,\varepsilon)\equiv -2\frac{1}{\varepsilon}xe^{-\frac{x^2}{\varepsilon}};\ \ h(x)\equiv e^{-x^2}\le \tilde h_0=1,\ \ \forall x\in R,\ \ (\int\limits_R \mathrm{e}^{-\tau^2}d\tau=\sqrt{\pi}),\\
\|b_0(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)}=(\int\limits_R \mathrm{e}^{-2\frac{\tau^2}{\varepsilon}}d\tau)^{\frac12}\le\sqrt[4]{\frac{\pi\varepsilon}{2}}=m_1\varepsilon^{\gamma},\ \ (m_1=\sqrt[4]{\frac{\pi}{2}},\ \ \gamma=\frac14),\\
\|b_{0x}(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)}=(4\frac{1}{\varepsilon}\int\limits_R\frac{\tau^2}{\varepsilon}e^{-2\frac{\tau^2}{\varepsilon}}d\tau)^{\frac12}\le(4\frac{1}{\varepsilon}e^{-1})^{\frac12}(\sqrt{\varepsilon}\int\limits_R e^{-\rho^2}d\rho)^{\frac12}=2\sqrt[4]{\pi}\varepsilon^{-\frac14}=\tilde m_1\varepsilon^{-\beta},\\
\|b_0(x-t,\varepsilon)\|_{L_h^2(D)}=(\sup\limits_{[0,T]}\int\limits_0^t\int\limits_R h(\tau)e^{-2\frac{1}{\varepsilon}(\tau-t)^2}d\tau)^{\frac12}=(\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}\sup\limits_{[0,T]}\int\limits_0^t\int\limits_R h(\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}\rho+t)e^{-\rho^2}d\rho)^{\frac12}\le m_2\varepsilon^{\frac14},\\
\tilde m_1=2\sqrt[4]{\pi};\ \beta=\frac14;\ \ \sup\limits_{\mu\ge0}\mu e^{-\mu},\ (\mu=\frac{\tau^2}{\varepsilon});\ \ m_2=\sqrt[4]{\frac{\pi}{2}}\times\sqrt{T}.
\end{cases}
\tag{2.2.3}
$$

(2.2.3) априордук билдирүү, (2.6) билдирүүдөн айырмаланат, (2.2.1) теңдеме интегралдуу дифференциалдык операторду кармайт.

(2.2.1) үчүн кубулган маселе

$$\vartheta_x+\vartheta_t=\alpha^{-2}[\vartheta(t,x)-f(t,x)], \tag{2.2.4}$$

$$\vartheta|_{t=0}=\vartheta(0,x)\in C^3(R),\forall x\in R \tag{2.2.5}$$

Вольтерра тибиндеги ИТ-II эквиваленттүү

$$\vartheta(t,x)=\vartheta(0,x-t)+\alpha^{-2}\int\limits_0^t[\vartheta(s,x-(t-s))-f(s,x-(t-s))]ds\equiv(B\vartheta)(t,x). \tag{2.2.6}$$

$$
\begin{cases}
d=\alpha^{-2}T\le\frac12<1;\ \ B:S_r(\vartheta_0)\to S_r(\vartheta_0),\\
\|B\vartheta_0-\vartheta_0\|_C\le(1-d)r;\ \ S_r(\vartheta_0)=\{\vartheta:|\vartheta-\vartheta_0|\le r,\forall(t,x)\in D\},
\end{cases}
\tag{2.2.7}
$$

жана $\vartheta(0,x)\in C^3(R), f\in C^{1,3}(D)$. шарттарында ал $C^{1,3}(D)$ функциялар классында чыгарылат,

2.2.1 Лемма. (2.2.5), (2.2.7) шарттарында (2.2.4), (2.2.5) маселе $C^{1,3}(D)$ да чыгарылышка ээ.

(2.2.1), (2.2.2) Коши маселесинин чыгарылышын түрүндө издейбиз

$$
\begin{cases}
u_\varepsilon=\vartheta(t,x)+\Pi(t,x,\varepsilon)+\Im\xi_\varepsilon,\\
\vartheta(t,x)|_{t=0}=\vartheta(0,x);\ \ \Pi(t,x,\varepsilon)|_{t=0}=b_0(x,\varepsilon)\equiv e^{-\frac{x^2}{\varepsilon}},\ \ \forall x\in R,\\
\Im\xi_\varepsilon\equiv\frac{1}{\varepsilon^2}\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{x-t+\nu}e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(x-t+\nu-s)}\int\limits_s^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(s-\tau)}\xi(\nu,\tau)d\tau ds d\nu.
\end{cases}
\tag{2.2.8}
$$

ϑ,Π функциялары дал келген теңдемелерди алабыз:

$$\vartheta_x+\vartheta_t=\alpha^{-2}[\vartheta(t,x)-f(t,x)],$$

$$\Pi_t(t,x,\varepsilon)+\Pi_x(t,x,\varepsilon)=0, \tag{2.2.12}$$

Π функциясын аныктайбыз

$$\Pi(t,x,\varepsilon)=b_0(x-t,\varepsilon)\equiv e^{-\frac{(x-t)^2}{\varepsilon}},\forall(t,x)\in D, \tag{2.2.13}$$

(2.2.3) берилген билдирүүдө $L_h^2(D)$ де түрүндөгү баалоо алынды

$$\begin{cases} \|\Pi\|_{L_h^2(D)} = (\sup_{[0,T]} \int_0^t \int_R h(\tau)|\Pi(s,\tau,\varepsilon)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}} = (\sup_{[0,T]} \int_0^t \int_R h(\tau) e^{-2\frac{(\tau-s)^2}{\varepsilon}} d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \le \\ \le (\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} \sup_{[0,T]} \int_0^t \int_R h(\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}}\rho + t) e^{-\rho^2} d\rho ds)^{\frac{1}{2}} \le \sqrt[4]{\frac{\pi\varepsilon}{2}} \times \sqrt{T\tilde{h}_0} = m_2 \varepsilon^{\frac{1}{4}} \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0, \\ m_2 = \sqrt[4]{\frac{\pi}{2}} \times \sqrt{T};\ \ 0 \le h(x) \equiv e^{-x^2} \le \tilde{h}_0 = 1,\ \forall x \in R\text{:}\ \ \int_R e^{-\tau^2} d\tau = \sqrt{\pi}. \end{cases} \qquad (2.2.14)$$

Ал эми ξ учун тендеме алынды:

$$\begin{cases} \xi(t,x) = \varepsilon[(\vartheta(t,x) + e^{-\frac{(x-t)^2}{\varepsilon}} + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t \int_{-\infty}^{x-t+\nu} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(x-t+\nu-s)} \int_s^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(s-\tau)} \xi(\nu,\tau) d\tau ds d\nu) \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty K(t,x,\tau)[\frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t \int_{\tau-t+\nu}^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(\tau-t+\nu-\tau')} \xi(\nu,\tau') d\tau' d\nu - \frac{\alpha}{\varepsilon^3}\int_0^t \int_{-\infty}^{\tau-t+\nu} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(\tau-t+\nu-s)} \times \end{cases}$$

$$\begin{cases} \times \int_s^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(s-\tau')} \xi(\nu,\tau') d\tau' ds d\nu] d\tau + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t \int_{-\infty}^{x-t+\nu} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(x-t+\nu-s)} \int_s^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(s-\tau)} \xi(\nu,\tau) d\tau ds d\nu \times \\ \times \int_{-\infty}^\infty K(t,x,\tau)[\vartheta_\tau(t,\tau) - 2(\tau-t)\frac{1}{\varepsilon} e^{-\frac{(\tau-t)^2}{\varepsilon}}] d\tau] + \frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^t \int_{-\infty}^{x-t+\nu} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}(x-t+\nu-s)} \int_s^\infty e^{\frac{\alpha}{\varepsilon}(s-\tau)} \times \\ \times \xi(\nu,\tau) d\tau ds d\nu - \Upsilon(t,x,\varepsilon) \equiv (P\xi)(t,x), \\ \Upsilon \equiv -\varepsilon^2[\vartheta_{tx^2} + \vartheta_{x^3}] - \varepsilon(\vartheta + \Pi(t,x,\varepsilon)) \times \int_{-\infty}^\infty K(t,x,\tau)[\vartheta_\tau(t,\tau) + \Pi_\tau(t,\tau,\varepsilon)] d\tau. \end{cases} \qquad (2.2.14)$$

2.1.3 лемманын баардык шарттары аткарылат жана

$$\begin{cases} \|\xi_\varepsilon\|_C \le (1-d_P)\|Y_\varepsilon\|_C \le (1-d_P)\Delta_1(\varepsilon) = \Delta_2(\varepsilon) \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0, \\ d_P < 1;\ \ |\Upsilon(t,x,\varepsilon)| \le 2\varepsilon^2 \tilde{r}_0 + \varepsilon(r_0+1)C_0\tilde{r}_0 + (r_0+1)C_0\tilde{m}_1\varepsilon^{\frac{3}{4}} = \Delta_1(\varepsilon). \end{cases} \qquad (2.2.20)$$

(2.2.8) эсепке алганда алынган натыйжалардан келип чыгат:

$$\begin{cases} \|u(t,x) - \vartheta(t,x)\|_{L_h^2(D)} \le \sqrt{2}[\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} T\sqrt{\pi} + (T\Delta_2(\varepsilon))^2 T\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}} = N_0(\varepsilon), \\ N_0(\varepsilon) = \sqrt{2}[\sqrt{\frac{\varepsilon}{2}} T\sqrt{\pi} + (T\Delta_2(\varepsilon))^2 T\sqrt{\pi}]^{\frac{1}{2}} \xrightarrow[\varepsilon\to 0]{} 0. \end{cases} \qquad (2.2.21)$$

2.2.1 теорема. (2.2.7),(2.2.14) шартарында жана (2.2.20) СКМ (2.2.8) эрежеси боюнча (2.2.1),(2.2.2) жалгыз чыгарылышка ээ болот, $L_h^2(D)$ де (2.2.1) СКТ жана (2.2.4) КТ чыгарылыштарынын жакындоосу (2.2.21) түрүндө бекитилет.

2.3 параграфта эки кичи параметри менен СКМ карайбыз

$$\varepsilon_1^2[u_{t^2x^2} + u_{tx^3} - \varepsilon_2(u_{tyx^2} + u_{yx^3})] + \varepsilon_2(u_{ty} + u_{yx}) = u_{t^2} + u_{tx} + f(t,x,y) + \lambda Ku, \qquad (2.3.1)$$

$$\begin{cases} u(0,x,y) = \vartheta(0,x,y) + b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2), \forall(x,y) \in R^2, \\ u_t(0,x,y) = \vartheta_t(0,x,y) - b_{0x}(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2), \forall(x,y) \in R^2, \\ Ku \equiv \int_{R^2} K(t,x,y,\tau_1,\tau_2) u^2(t,\tau_1,\tau_2) d\tau_1 d\tau_2, \forall(t,x,y,\tau_1,\tau_2) \in D_1, \\ D = [0,T] \times R^2;\ \ D_1 = D \times R^2, \end{cases} \qquad (2.3.2)$$

мында $0<\lambda=\text{const}$, $b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\in C^{3,1}(R^2)$, $f(t,x,y)$, $K(t,x,y,\tau_1,\tau_2)$ – берилген функция, мында $C^{2,3,1}(D)\ni f(t,x,y)-$ D областында чектелген функция; $0\le K(t,x,y,\tau_1,\tau_2)\in C^{2,3,1,0,0}(D_1)$ жана R^2 де (τ_1,τ_2) боюнча интегралдануучу функция

$$\begin{cases}(\sup\limits_{D}\int\limits_{R^2}|K(t,x,y,\tau_1,\tau_2)|^2 d\tau_1 d\tau_2)^{\frac{1}{2}}\le C_1;\ K(t,x,y,\tau_1,\tau_2)\le K_0=\text{const},\forall(t,x,y,\tau_1,\tau_2)\in D_1,\\ \sup\limits_{D}\int\limits_{R^2}|K(t,x,y,\tau_1,\tau_2)|d\tau_1 d\tau_2\le C_2;\ \mathrm{C}_0=\max(C_1,C_2),C_i=\text{const},\ (i=1,2).\end{cases}$$

Мында априордук билдирүү талап кылынат

$$\begin{cases}b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\not\to 0,\ \text{когда}\ \varepsilon_1,\varepsilon_2\to 0,\forall(x,y)\in R^2,\\ |b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|\le m_0<\infty,\forall(x,y)\in R^2,\\ \|b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\|_{L^2(R^2)}=(\int\limits_{R^2}|b_0(\tau_1,\tau_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|^2 d\tau_1 d\tau_2)^{\frac{1}{2}}\le m_1\varepsilon_1^{\gamma},\\ 0<\gamma<1;\ 0<m_i=\text{const},\ (i=0,1).\end{cases}\qquad(2.3.3)$$

(2.3.1) үчүн кубулган маселе келип чыгат:

$$\vartheta_{t^2}+\vartheta_{tx}=-[f(t,x,y)+\lambda K\vartheta],\qquad(2.3.4)$$

$$\begin{cases}\vartheta(t,x,y)|_{t=0}=\vartheta(0,x,y)\equiv\varphi_0(x,y),\forall(x,y)\in R^2,\\ \vartheta_t(t,x,y)|_{t=0}=\vartheta_t(0,x,y)\equiv\varphi_1(x,y),\forall(x,y)\in R^2,(C^{3,1}(R^2)\ni\varphi_i,\ i=0,1),\end{cases}\qquad(2.3.5)$$

эквиваленттүү түргө алып келет

$$\begin{gathered}\vartheta(t,x)=\varphi_0(x-t,y)+\int\limits_0^t\{\psi(x-(t-s),y)-\int\limits_0^s[f(\nu,x-(t-s),y)+\\ +\lambda\int\limits_{R^2}K(\nu,x-(t-s),y,\tau_1,\tau_2)\vartheta^2(\nu,\tau_1,\tau_2)d\tau_1 d\tau_2]d\nu\}ds\equiv(B\vartheta)(t,x,y),(\psi\equiv\varphi_1+\varphi_{0x}\,|).\end{gathered}\qquad(2.3.6)$$

2.3.1 лемма. Эгерде (2.3.4), (2.3.5) шарттар аткарылса,

$$d=\lambda r_0 C_0 T^2\le\frac{1}{2},\qquad(2.3.8)$$

$$B:S_r(\vartheta_0)\to S_r(\vartheta_0),\ (S_r(\vartheta_0)=\{\vartheta:|\vartheta-\vartheta_0|\le r,\forall(t,x,y)\in D\};\|\vartheta\|_C\le r_0),\qquad(2.3.9)$$

болсо, анда маселе $C^{2,3,1}(D)$ функциялардын классында чыгарылышка ээ.

(2.3.1) чыгарылышын издейбиз

$$\begin{cases}u_\varepsilon=\vartheta(t,x,y)+\Pi(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)+(\Im\xi)(t,x,y),\\ \Im\xi\equiv\dfrac{1}{\varepsilon_1^2}\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{x-t+\nu}e^{-\frac{1}{\varepsilon_1}(x-t+\nu-\tau)}\int\limits_{\tau}^{\infty}e^{\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau-\tau')}\xi(\nu,\tau',y)d\tau' d\tau d\nu.\end{cases}\qquad(2.3.10)$$

Анда, (2.3.1) жана (2.3.10) эсепке алып $\Pi(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)$ функциясы

$$\Pi_t(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)+\Pi_x(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)=0,\qquad(2.3.12)$$

$$\Pi(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|_{t=0}=b_0(x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2),\forall(x,y)\in R^2,\qquad(2.3.13)$$

маселеден аныкталат. $L_h^2(D)$ де баалоо менен:

$$\begin{cases} \|\Pi\|_{L_h^2(D)} = (\sup\limits_{[0,T]} \int\limits_0^t \int\limits_{R^2} h(\tau_1,\tau_2)|\Pi(s,\tau_1,\tau_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|^2 d\tau_1 d\tau_2 ds)^{\frac{1}{2}} \le \sqrt{\tilde{h}_0 T} m_1 \varepsilon_1^{\gamma} \xrightarrow[\varepsilon_1\to 0]{} 0, \\ \Pi(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2) = b_0(x-t,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2), \forall (t,x,y)\in D, \\ 0 \le h(x,y) \le \tilde{h}_0 = \text{const} < \infty,\ \forall (x,y)\in R^2\text{:}\ \int\limits_{R^2} h(\tau_1,\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \le h_0 = \text{const}. \end{cases} \tag{2.3.16}$$

ξ(t,x,y) үчүн Вольтерра тибиндеги ИТ-II алынды

$$\xi(t,x,y) = -\int\limits_0^t \{\lambda \int\limits_{R^2} K(s,x,y+\varepsilon_2(t-s),\tau_1,\tau_2)[2\vartheta(s,\tau_1,\tau_2)\frac{1}{\varepsilon_1^2}\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau_1-s+\nu} e^{-\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau_1-s+\nu-\tau)} \times$$
$$\times \int\limits_{\tau}^{\infty} e^{\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau-\tau')} \xi(\nu,\tau',\tau_2) d\tau' d\tau d\nu + 2b_0(\tau_1-s,\tau_1,\tau_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\frac{1}{\varepsilon_1^2}\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau_1-s+\nu} e^{-\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau_1-s+\nu-\tau)} \times$$
$$\times \int\limits_{\tau}^{\infty} e^{\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau-\tau')} \xi(\nu,\tau',\tau_2) d\tau' d\tau d\nu + (\frac{1}{\varepsilon_1^2}\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau_1-s+\nu} e^{-\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau_1-s+\nu-\tau)} \int\limits_{\tau}^{\infty} e^{\frac{1}{\varepsilon_1}(\tau-\tau')} \xi(\nu,\tau',\tau_2) d\tau' d\tau d\nu)^2]\times \tag{2.3.20}$$
$$\times d\tau_1 d\tau_2 + \Upsilon(s,x,y+\varepsilon_2(t-s),\varepsilon_1,\varepsilon_2)\} ds \equiv (P\xi)(t,x,y).$$

2.3.2 лемма. Эгерде

$$\begin{cases} d_P = \lambda T^2 C_0 (m_1 + \frac{2}{3} T r_1) + \lambda r_0 C_0 T^2 < 1;\quad P: S_{r_1} \to S_{r_1}, \\ S_{r_1}(0) = \{\xi : |\xi(t,x,y)| \le r_1, \forall (t,x,y)\in D\}, \end{cases} \tag{2.3.21}$$

анда $C(D)$ да (2.3.20) теңдеме жалгыз чыгарылышка ээ болот, анын үстүнө

$$\begin{cases} \|\xi\|_C \le (1-d_P)^{-1} T \|\Upsilon(t,x,y,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\|_C \le (1-d_P)^{-1} T\Delta_1(\varepsilon_1,\varepsilon_2) = \Delta_2(\varepsilon_1,\varepsilon_2) \xrightarrow[\varepsilon_1,\varepsilon_2\to 0]{} 0, \\ |\Upsilon| \le 2\tilde{r}_0(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2) + \lambda(2r_0 C_1 m_1 \varepsilon_1^{\gamma} + K_0 (m_1\varepsilon_1^{\gamma})^2) = \Delta_1(\varepsilon_1,\varepsilon_2),\quad \forall (t,x,y)\in D. \end{cases} \tag{2.3.22}$$

2.3.1 теорема. Эгерде 2.3.1, 2.3.2 леммалардын шарттары жана (2.3.16) орунга ээ болсо, анда, (2.3.10)ни эсепке алуу менен келип чыгат

$$\|u_\varepsilon(t,x,y) - \vartheta(t,x,y)\|_{L_h^2(D)} \le \sqrt{2}[\sup\limits_{[0,T]} \int\limits_0^t \int\limits_{R^2} h(\tau_1,\tau_2)|\Pi(s,\tau_1,\tau_2,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|^2 d\tau_1 d\tau_2 ds +$$
$$+ (T\Delta_2(\varepsilon_1,\varepsilon_2))^2 T h_0]^{\frac{1}{2}} \le \sqrt{2}[\tilde{h}_0 T (m_1\varepsilon_1^{\gamma})^2 + (T\Delta_2(\varepsilon_1,\varepsilon_2))^2 T h_0]^{\frac{1}{2}} = N_0(\varepsilon_1,\varepsilon_2) \xrightarrow[\varepsilon_1\to 0,\varepsilon_2\to 0]{} 0. \tag{2.3.23}$$

3 главада 2 главадагы Коши шарттары менен гипербола тибиндеги СКИДТни чыгаруунун суроолору модификация усулунун негизинде далилденген. $L_h^2(D)$ де СК жана КМ чыгарылыштарынын жакындыгы бааланат.

3.1 параграфта Кошинин шарттары менен чектелбеген областа экинчи тартиптеги СКИДТ изилденет:

$$\begin{cases} \varepsilon^2 u_{tx}(t,x) + \varepsilon\alpha(u_t(t,x) + u_x(t,x)) + \alpha^2 u(t,x) = f(t,x) + \lambda K u, \\ Ku \equiv \int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t,x,\tau,s)(u(s,\tau))^2 d\tau,\ \ (t,x,\tau,s)\in D_1 = D\times D, \\ D = \{(t,x) : t\in[0,T], x\in R\}, \end{cases} \tag{3.1.1}$$

$$u(0,x) = \vartheta(0,x) + b_0(x,\varepsilon), \forall x\in R. \tag{3.1.2}$$

Мында априордук билдирүү талап кылынат:

$$\begin{cases} C^1(R)\cap L^2(R)\ni b_0(x,\varepsilon); \quad b_0(x,\varepsilon)\not\to 0, \text{ когда } \varepsilon\to 0, \forall x\in R, \\ \|b_0(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)} = (\int\limits_R |b_0(\tau,\varepsilon)|^2 d\tau)^{\frac{1}{2}} \le m_1\varepsilon^{\gamma}, (0<\gamma<1;\ 0<m_1=const). \end{cases} \qquad (*)$$

Мейли (3.1.1), (3.2.2) маселелер каралсын, (*) шарттары менен $0<\alpha,\lambda=const$, $f, K, b_0(x,\varepsilon)\in C^1(R)-$ белгилүү маалымат, ошондой эле $C^{1,1}(D)\ni f(t,x)-$ чектелген функция D областында $0\le K(t,x,s,\tau)\in C^{1,1,0,0}(D_1)$ жана D да (s,τ) боюнча интегралдануучу функция, анын үстүнө

$$\begin{cases} (\sup\limits_D \int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} |K(t,x,s,\tau)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}} \le C_1 = \text{const}, \ (K(t,x,s,\tau)\le K_0, \forall (t,x,s,\tau)\in D_1), \\ \sup\limits_D \int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} |K(t,x,s,\tau)| d\tau ds \le C_2 = \text{const}, (\mathrm{C}_0 = \max(C_1,C_2). \end{cases} \qquad (3.1.3)$$

(3.1.1) үчүн кубулган теңдеме – ИТ-II

$$\begin{cases} \vartheta = (\alpha^2)^{-1}[f(t,x)+\lambda K\vartheta] \equiv B\vartheta, \forall (t,x)\in D, \\ \vartheta(t,x)\big|_{t=0} = \vartheta(0,x), \end{cases} \qquad (3.1.4)$$

3.1.1 лемма. $d = 2(\alpha^2)^{-1}\lambda C_0 r_0 < 1,$ (3.1.5)

$\|B\vartheta_0-\vartheta_0\|_C \le (1-d)r, \quad (S_r(\vartheta_0) = \{\vartheta : |\vartheta-\vartheta_0|\le r, \forall (t,x)\in D\}; \quad \|\vartheta\|_C \le r_0)$ (3.1.6)

шарттарында (3.1.4) теңдеме $C^{1,1}(D)$де чыгарылышка ээ.

(3.1.1), (3.1.2), (*) маселерлердин чыгарылышы качан 3.1.1 лемманын шарттары аткарылган түрүндө изилдейбиз

$$\begin{cases} u(t,x) = \vartheta(t,x) + \Pi(t,x,\varepsilon) + (\Im\xi)(t,x), \forall (t,x)\in D, \\ (\Im\xi)(t,x) \equiv \int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{x} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}[t-s+x-\tau]} \dfrac{1}{\varepsilon^2}\xi(s,\tau)d\tau ds, \end{cases} \qquad (3.1.10)$$

$\vartheta(t,x)-$ (3.1.4) КТ чыгарылышы, $\Pi-$ четки катмарлуу функция, $\Im-$ сызыктуу интегралдык оператор, белгисиз калдыктуу $\xi(t,x)$ функцияны кармаган. Кийинки теңдемени алабыз: $\varepsilon\Pi_t + \alpha\Pi = 0,\ \Pi(t,x,\varepsilon)\big|_{t=0} = b_0(x,\varepsilon), \forall x\in R,$

Бул (3.1.12),(3.1.13) маселелерден $\Pi(t,x,\varepsilon)$ функцияны аныктайбыз:

$$\Pi(t,x,\varepsilon) = e^{-\frac{\alpha t}{\varepsilon}} b_0(x,\varepsilon), \forall (t,x)\in D. \qquad (3.1.15)$$

$$\begin{cases} \xi = \lambda\int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t,x,s,\tau)[2\vartheta(s,\tau)\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}[s-s'+\tau-\tau']} \dfrac{1}{\varepsilon^2}\xi(s',\tau')d\tau' ds' + 2e^{-\frac{\alpha s}{\varepsilon}} b_0(\tau,\varepsilon)\times \\ \times\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}[s-s'+\tau-\tau']} \dfrac{1}{\varepsilon^2}\xi(s',\tau')d\tau' ds' + (\int\limits_0^s \int\limits_{-\infty}^{\tau} e^{-\frac{\alpha}{\varepsilon}[s-s'+\tau-\tau']} \dfrac{1}{\varepsilon^2}\xi(s',\tau')d\tau' ds')^2]d\tau ds + \Upsilon \equiv H\xi, \\ \Upsilon(\varepsilon,t,x) \equiv \lambda\int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t,x,s,\tau)[2\vartheta(s,\tau)e^{-\frac{\alpha s}{\varepsilon}} b_0(\tau,\varepsilon) + (e^{-\frac{\alpha s}{\varepsilon}} b_0(\tau,\varepsilon))^2]d\tau ds - \varepsilon^2[\vartheta_{tx}(t,x) - \\ -\dfrac{\alpha}{\varepsilon} e^{-\frac{\alpha t}{\varepsilon}} b_{0x}(x,\varepsilon)] - \varepsilon\alpha[\vartheta_t(t,x) + e^{-\frac{\alpha t}{\varepsilon}} b_{0x}(\tau,\varepsilon)] = \lambda\int\limits_0^t \int\limits_{-\infty}^{\infty} K(t,x,s,\tau)[2\vartheta(s,\tau)e^{-\frac{\alpha s}{\varepsilon}} b_0(\tau,\varepsilon) + \\ +(e^{-\frac{\alpha s}{\varepsilon}} b_0(\tau,\varepsilon))^2]d\tau ds - \varepsilon^2\vartheta_{tx}(t,x) - \varepsilon\alpha\vartheta_t(t,x), \quad \forall (t,x)\in D. \end{cases}$$

(3.1.17)

3.1.2 лемма. (*), (3.1.13) шартарында (3.1.12) теңдеменин (3.1.15) чыгарылыштары жалгыз жана $\varepsilon \to 0$ умтулса, $L_h^2(D)$ де нөлгө жыйналат.

3.1.3 лемма. Эгерде *H* оператору үчүн Банахтын принцибинин

$$\begin{cases} 2\lambda\alpha^{-2}C_0[r_0+(2^{-1}\alpha^{-1}\varepsilon)^{\frac{1}{2}}m_1\varepsilon^{\gamma}+r_1\alpha^{-2}]=L_H<1, \\ H:S_{r_1}(0)\to S_{r_1}(0);\ \ \lambda<(2\alpha^{-2}C_0[r_0+(2^{-1}\alpha^{-1})^{\frac{1}{2}}m_1+r_1\alpha^{-2}])^{-1},(0<\varepsilon<1), \\ \|\vartheta\|_C\le r_0;\quad \mathrm{C}_0=\max(C_1,C_2);\ \ \xi_0=0;\ S_{r_1}(0)=\{\xi:|\xi|\le r_1,\forall(t,x)\in D\}, \end{cases} \tag{3.1.18}$$

шарттары аткарылса анда, (3.1.17) ИТ $C(D)$ да чыгарылат, анын үстүнө

$$\begin{cases} \sup\limits_D|\Upsilon(\varepsilon,t,x)|\le\Delta_1(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0,\forall(t,x)\in D, \\ \|\xi(t,x)\|_C=(1-L_H)^{-1}\Delta_1(\varepsilon)=\Delta_2(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \end{cases} \tag{3.1.19}$$

3.1.1 теорема. Эгерде 3.1.1-3.1.3 леммалардын шарттары аткарылса, анда (3.1.10) түрүндө СКМ жалгыз чыгарылышка ээ болот жана

$$\|u(t,x)-\vartheta(t,x)\|_{L_h^2}\le\sqrt{2}[2^{-1}a^{-1}\varepsilon\tilde{h}_0(m_1\varepsilon^{\gamma})^2+\alpha^{-4}(\Delta_2(\varepsilon))^2h_0T]^{\frac{1}{2}}=N_0(\varepsilon)\xrightarrow[\varepsilon\to 0]{}0. \tag{3.1.20}$$

3.2 параграфта СКТ изилденди

$$\varepsilon^2u_{tx}(t,x)+\varepsilon\alpha[u_t(t,x)+u_x(t,x)+\lambda uKu]+\alpha^2u(t,x)=f(t,x), \tag{3.2.1}$$

$$u(0,x)=\vartheta(0,x)+b_0(x,\varepsilon),\ \ \forall x\in R, \tag{3.2.2}$$

бул жерде интегралдуу дифференциалдык оператор кармалган түрүндө

$$\begin{cases} Ku\equiv\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(t,x,s,\tau)u_\tau(s,\tau)d\tau ds,((t,x,s,\tau)\in D_1=D\times D), \\ D=\{(t,x):t\in[0,T],x\in R\};\ 0\le K(t,x,s,\tau)\le K_0,\forall(t,x,s,\tau)\in D_1, \\ (\sup\limits_D\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}|K(t,x,s,\tau)|^2d\tau ds)^{\frac{1}{2}}\le C_1;\sup\limits_D\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}|K(t,x,s,\tau)|d\tau ds\le C_2,\ (C_0=\max(C_1,C_2)), \end{cases}$$

априордук билдирүү талап кылынат:

$$\begin{cases} C^1(R)\ni b_0(x,\varepsilon)\not\to 0,\ \text{когда}\ \varepsilon\to 0,\forall x\in R,(|b_0(x,\varepsilon)|\le m_0,\forall x\in R), \\ \|b_0(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)}=(\int\limits_R|b_0(\tau,\varepsilon)|^2d\tau)^{\frac{1}{2}}\le m_1\varepsilon^{\gamma},(0<\gamma<1), \\ \|b_{0x}(x,\varepsilon)\|_{L^2(R)}=(\int\limits_R|b_{0\tau}(\tau,\varepsilon)|^2d\tau)^{\frac{1}{2}}\le m_2\varepsilon^{-\beta},(0<\beta<1;\ 0<m_i=const,i=0,1,2). \end{cases} \tag{3.2.3}$$

Мында белгилүү функция талап кылынат: $0<\alpha$, $(0,1)\ni\lambda=const$; $f(t,x)$- берилген, чектелген жана жылмакай функция D областында талап кылынган тартипке чейин; $K(t,x,s,\tau)\in C^{1,1,0,0}(\mathrm{D}_1)$ – белгилүү, чектелген функция D_1 областында. Мында D да (s,τ) боюнча интегралдануучу.

3.3 параграфта Кошинин шарттары менен эки кичи параметри менен СКМ түрүндө изилденди:

$$\begin{cases} \varepsilon_1\varepsilon_2 u_{tx}(t,x)+\varepsilon_1\beta u_t(t,x)+\varepsilon_2\alpha u_x(t,x)+\alpha\beta u(t,x)=f(t,x)+\lambda Ku, \\ Ku\equiv\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}K(t,x,s,\tau)(u(s,\tau))^2 d\tau ds, \\ D=\{(t,x):t\in[0,T],x\in R\};\ \ (t,x,s,\tau)\in D_1=D\times D, \end{cases} \tag{3.3.1}$$

$$u(0,x)=\vartheta(0,x)+b_0(x,\varepsilon_1,\varepsilon_2),\forall x\in R, \tag{3.3.2}$$

бул жерде $L_h^2(D)$ мейкиндигинде априордук билдирүү талап кылынат

$$\begin{cases} b_0(x,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\not\to 0,\ \text{когда}\ \varepsilon_1,\varepsilon_2\to 0,\forall x\in R,\ (|b_0(x,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|\le m_0<\infty,\ \forall x\in R), \\ \|b_0(x,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\|_{L^2(R)}=(\int\limits_R |b_0(\tau,\varepsilon_1,\varepsilon_2)|^2 d\tau)^{\frac{1}{2}}\le m_1\varepsilon_2^{\gamma},(0<\gamma<1;\ 0<m_i=const;i=0,1), \end{cases}$$

$0<\alpha,\beta,\lambda=\text{const}$, $f,K,b_0(x,\varepsilon_1,\varepsilon_2)\in C^1(R)-$ белгилүү маалымат, мында $C^{1,1}(D)\ni f(t,x)-$ чектелген функция D областында; $0\le K(t,x,s,\tau)\in C^{1,1,0,0}(D_1)$ жана Dда (s,τ) боюнча интегралдануучу функция

$$\begin{cases} (\sup\limits_D\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}|K(t,x,s,\tau)|^2 d\tau ds)^{\frac{1}{2}}\le C_1,\ (K(t,x,s,\tau)\le K_0=\text{const},\forall(t,x,s,\tau)\in D_1), \\ \sup\limits_D\int\limits_0^t\int\limits_{-\infty}^{\infty}|K(t,x,s,\tau)|d\tau ds\le C_2,\ (\text{C}_0=\max(C_1,C_2),C_i=\text{const},\ i=1,2). \end{cases}$$

Көрсөтүлгөн маселелерге натыйжалар 3.1 параграфтагы алынган натыйжаларга тууралуу.

КОРУТУНДУ

Изилдөөлөрдүн натыйжасында кубулган жана СКМ чыгарылышы далилденди, андан сырткары качан $L_h^2(D)$де кичине параметр нөлгө умтулганда, бул маселелердин чыгарылыштарынын арасындагы жакындык аныкталды. Көрсөтүлгөн суроолорду далилдөө үчүн качан Коши маселеси менен СКИДТ чыгарылышы кубулган маселенин чыгарылышын, чектик катмар түрүндөгү функцияны жана калдыктуу функциялуу сызыктуу интегралдык операторду кармаган асимптотикалык мүнөзгө ээ болгондогу алгоритм иштелип чыкты. Калдыктуу функцияга карата үзгүлтүксүз функциялар мейкиндигинде чыгарылышынын далилдөөсү менен экинчи түрдөгү интегралдык теңдеме алынды.

Иштин натыйжасында Коши шарттары менен СКИДТ үчүн дагы колдонулду. $L_h^2(D)$деги СКМ жана кубулган маселелердин чыгарылыштарынын айырмаларын баалоого жүргүзүлгөн анализ, иште алынган теоретикалык жыйынтыктарды толук мүнөздө чагылдырат.

Мындан сырткары, четки катмар түрүндөгү жана калдыктуу функциялуу сызыктуу интегралдык опертордун негизинде иштелип чыккан ыкма чектелбеген аймактагы Коши шарттарында эки кичине параметрлүү сызыктуу эмес СКМ үчүн асимтпотикалык мүнөздүн чыгарылышын түзүүгө жардам берди.

Иштин жыйынтыктарынан бул натыйжалар сызыктуу эмес СКМ аналитикалык асимптотикалык теориясын өркүндөтөт жана жыйынтыктар мындан дагы татаал түзүлүштөгү маселелердин чыгарылыштары үчүн колдонулушу мүмкүн.

Жарыяланган иштердин тизмеги

Алиева А.Р. Задача Коши для сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения второго порядка [Текст] / А.Р. Алиева. // Вестник КНУ. – Бишкек, 2014, вып.5. -С.7-10.

Алиева А.Р. Решение сингулярно-возмущенной задачи Коши, когда малый параметр стремится к нулю [Текст] / А.Р. Алиева. // Вестник КРСУ, 2015. – Т.15, №9. –С. 8-10.

Алиева А.Р. Решение нелинейного сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка с условием Коши [Текст] / А.Р. Алиева. // Вестник КРСУ, 2016. -Т.16, №9. –С. 3-6.

Алиева А.Р. Задача Коши для сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения второго порядка с двумя малыми параметрами [Текст] / А.Р. Алиева. // Известия Вузов Кыргызстана. – Бишкек, 2017. - №8. – С.

Алиева А. Р. К теории периодических решений нелинейных дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений в частных производных типа Кортевега де Фриза [Текст] / М.И. Иманалиев, Т.М. Иманалиев, А.Р. Алиева // Исслед. по интегро - дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2006. – Вып. 34. – С. 5–10.

Алиева А. Р. К теории ограниченных и периодических решений дифференциальных уравнений в частных производных шестого порядка [Текст] / М.И. Иманалиев, Т.М. Иманалиев, А.Р. Алиева // Исслед. по интегро - дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2007. – Вып. 36. – С. 12–19.

Алиева А. Р. К теории сингулярно-возмущенных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка [Текст] / М.И. Иманалиев, Т.М. Иманалиев, А.Р. Алиева //Исслед. по интегро – дифференц. уравнениям. – Бишкек: Илим, 2007. – Вып. 37. – С. 8–13.

Алиева А. Р. Задача Коши для сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка [Текст] / М.Т. Омуров, А.Р. Алиева // Научный журнал Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева.- Астана, 2015. - 1 часть, № 6(109). -С.37-41.

Алиева А. Р. Задача Коши для сингулярно-возмущенного уравнения с интегро-дифференциальным оператором типа Кортевега-Де Фриза [Текст] / Т.Д. Омуров, М.Т. Омуров, А.Р. Алиева. // Известия НАН КР.– Бишкек: Илим, №2, 2015. -С.11-19.

Алиева А. Р. Задача Коши для нелинейного сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения третьего порядка в неограниченной

области [Текст] / Т.Д. Омуров, А.Р. Алиева. // Приволжский Научный Вестник. Ижевск, 2016. № 12-1 (64). С. 36–43.
Алиева А. Р. Задача Коши для сингулярно-возмущенного интегро-дифференциального уравнения с двумя малыми параметрами [Текст] / Т.Д. Омуров, А.Р. Алиева. // Проблемы современной науки и образования. - № 9(91), 2017. - С 17-25.

Алиева Айнур Рабатовнанын «Кошинин шарттары менен жекече туундулуу сингулярдык козголгон интегралдык дифференциалдык теңдемелери» аттуу 01.01.02 - дифференциалдык теңдемелер, динамикалык системалар жана оптималдык башкаруу адистиги боюнча физика-математикалык илимдердин кандидаты окумуштуулук даражасын изденип алуу үчүн жазылган диссертациясынын

Резюмеси

Урунттуу сөздөр: сингулярдык козголгон теңдеме, кубулган маселе, Коши маселеси, чектелбеген аймак, чек катмар функциясы, салмактуу мейкиндик, жекече туунду.

Изилдөөнүн обьектиси: кирүү маалыматтары жөнүндө алдын ала билдирүүсү менен чектелбеген аймагында бир жана эки кичи параметри менен сингулярдык козголгон маселе.

Иштин максаты: Чектелбеген аймагында Кошинин шарттары менен жекече туундулуу сингулярдык козголгон интегро-дифференциалдык теңдемелерди изилдөө. Салмак менен квадратча интегралдануучу функциялардын мейкиндигинде сингулярдык козголгон жана кубулган маселенин чыгарылыштарынын жакындыгын далилдөө.

Изилдөөнүн усулу: Изилдөөнүн негизги усулу кубулган маселелер теориясында – экинчи тартиптеги интегралдык теңдемелер теориясы, Банахтын принциби жана Пикардын усулу; сингулярдык козголгон маселелер теориясында – сингулярдык козголгон маселеси үчүн асимптотикалык мүнөздөгү берүү, интегралдык кайра өзгөртүү усулу, функционалдык жана математикалык анализдин элементтери болуп саналат.

Илимий жаңылык: Иштелип чыккан усулдун негизинде, чек катмар функция менен калдык функциясы менен сызыктуу интегралдык операторду колдонуп, Бенжамин-Бона-Махони тибиндеги сингулярдык козголгон маселенин чыгарылышы алынды жана айтылган мейкиндикте ал маселенин жана жана кубулган маселенин чыгарылыштарынын жакындыгы далилденди. Бенжамин-Бона-Махони тибиндеги сингулярдык козголгон маселелердин теориясы Кошинин шарттары менен сингулярдык козголгон интегро-дифференциалдык, гиперболалык типтеги бир жана эки кичи параметри менен теңдемелерге модификацияланды.

Колдонуу чөйрөсү: Диссертация теориялык мүнөзгө ээ жана анын жыйынтыктары Ж. Баласагын атындагы КУУ Математика, информатика жана кибернетика факультетинин окутуу процессинде колдонулат, аспиранттар, докторанттар жана ушул аймактагы адистер дагы колдонушу мүмкүн.

РЕЗЮМЕ

диссертационной работы Алиевой Айнур Рабатовны на тему «Сингулярно-возмущенные интегро-дифференциальные уравнения в частных производных с условиями Коши», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ключевые слова: сингулярно-возмущенные уравнения, вырожденная задача, задача Коши, неограниченная область, погранслойная функция, весовое пространство, частные производные.

Обьект исследования: сингулярно-возмущенные задачи в неограниченной области с одним и с двумя малыми параметрами с априорной информацией о входных данных.

Цель работы: исследование нелинейных сингулярно-возмущенных интегро-дифференциальных уравнений в частных производных в неограниченной области с условием Коши. Доказательство близости решений сингулярно-возмущенных и вырожденных задач в пространстве квадратично интегрируемых функций с весом.

Методика исследования. Основными методами исследования являются: в области теории вырожденных задач – теория интегральных уравнений второго рода, принцип Банаха и метод Пикара; в области теории сингулярно-возмущенных задач – представление асимптотического характера для решения, методы интегральных преобразований, элементы функционального и математического анализа.

Научная новизна: на основе разработанного метода, где содержится функция типа погранслоя и линейный интегральный оператор с остаточной функцией, получено решение сингулярно-возмущенной задачи типа Бенджамина-Бона-Махони, и доказана близость решений этой и вырожденной задачи в указанном пространстве. Разработанная теория сингулярно-возмущенных задач типа Бенджамина-Бона-Махони модифицирована к сингулярно-возмущенным интегро-дифференциальным уравнениям гиперболического типа с условием Коши с одним и с двумя малыми параметрами.

Степень использования: диссертация носит теоретический характер, и ее результаты используются в учебном процессе факультета Математики, информатики и кибернетики КНУ им. Ж. Баласагына, также могут быть использованы аспирантами, докторантами и специалистами в этой области.

SUMMARY

Alieva Ainur Rabatovna

Dissertation "Singularly perturbed partial integro-differential equations with Cauchy conditions" submitted for the scientific degree of candidate of physical-mathematical sciences on specialty 01.01.02 - differential equations, dynamical systems and optimal control

Key words: singularly perturbed equation, degenerate task, Cauchy problem, unbounded domain, boundary layer function, weighted space, partial derivative

Object of research: Singularly perturbed problems in an unbounded domain with one and two small parameters with a priori information on input data.

Aim of research: Investigation of partial integro-differential equations in an unbounded domain with Cauchy condition. Proof of proximity of solutions of singularly perturbed problems and degenerate ones in the space of quadratic integrable functions with weight.

Methods of research: The main methods of research are the theory of integral equations of the second kind, Banach principle and Picard method in the theory of generate equations; asymptotical presentations of solutions, methods of integral transforms, elements of functional and mathematical analysis in the theory of singularly perturbed problems.

Scientific novelty: On the base of developed method containing a function of boundary layer type and a linear integral operator with residual function, a solution of a singularly perturbed problem of Benjamin-Bona-Mahony type is obtained and proximity of solutions of this one and degenerate one in the mentioned space is proven. The developed theory of singularly perturbed problems of Benjamin-Bona-Mahony types is modified for singularly perturbed integro-differential equations of hyperbolic type with Cauchy condition with one and two small parameters.

Rate of using: the dissertation is of theoretical meaning, its results are used in educational process at the faculty of Mathematics, informatics and cybernetics of the Kyrgyz National University named after J.Balasagyn and can be used by graduate students, post graduate students and specialists in this area.